

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ Й НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«Харківський політехнічний інститут»

А.В. БОЙКО

ОПТИМАЛЬНЕ ПРОЕКТУВАННЯ
ТУРБОМАШИН
(ОСНОВИ ТЕОРІЇ, РОЗРАХУНОК, ЕКСПЕРИМЕНТ)

Пдручник для студентів вищих навчальних закладів,
які навчаються за напрямками підготовки
«Енергомашинобудування» та «Теплоенергетика».

Затверджено Міністерством освіти і науки України

Харків НТУ «ХПІ» 2011

ББК 253.3 я 73

Б77

УДК [532.5:533.1](075.8)

Рецензенти:

Е.Г. Братута, д-р техн. наук, проф., НТУ «ХП»;

В.П. Герасименко, д-р техн. наук, проф., Національний аерокосмічний університет ім. М.С. Жуковського «ХАІ»;

В.І. Гнесін, д-р техн. наук, проф., Лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки, Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України.

Гриф наданий Міністерством освіти і науки України, лист №від.....р.

Бойко А.В.

Б77 Оптимальне проектування турбомашин (основи теорії, розрахунків, експеримент) : підручник. – Харків : НТУ «ХП», 2010. – 413 с.

ISBN.....-

Викладені загальні питання оптимального проектування турбомашин та методи пошуку оптимальних рішень. Подана постановка задачі оптимального проектування проточної частини осевих турбін. Висвітлені питання визначення оптимальної кількості ступенів, оптимізації параметрів ступеня уздовж радіуса з урахуванням просторової течії робочого тіла, впливу протікання на оптимальні закони закручення вінців турбінних ступенів. Описано методику побудови оптимальних профілів лопаток турбіни. Аналізується достовірність розроблених методик та алгоритмів шляхом порівняння розрахункових та експериментальних даних.

Для студентів і магістрів вищих технічних навчальних закладів, які навчаються за напрямом «Енергомашинобудування» та «Теплоенергетика».

Іл. 141 Табл. 16 Бібліограф. 64 назв.

ББК 253.3 я 73

УДК [532.5:533.1](075.8)

ISBN.....

© А.В. Бойко, 2011.

ВСТУП

Друга половина XX століття (70–80-ті роки) ознаменувалася зародженням і швидким розвитком нової наукової дисципліни – теорії оптимального проектування проточних частин осьових турбомашин. Істотний внесок у її розвиток зробили вітчизняні вчені, у тому числі й харківські школи ХПІ [1] та ІПМаш [2], а також МЕІ, МДТУ, ЛПІ й ін. Систематичне висвітлення використовуваних підходів, моделей і методів оптимізації проточної частини осьових турбін проводилося в монографіях [1–4], а також у навчальному посібнику [5]. На жаль, з розпадом Радянського Союзу роботи в цьому напрямку протягом ряду років практично припинилися.

У той же час слід зазначити, що початі у свій час у Радянському Союзі роботи з оптимального проектування проточної частини осьових турбін і отримані результати не тільки не втратили своєї актуальності, але і сьогодні широко розвиваються. Про це свідчить поява великої кількості публікацій з цієї теми та їхнє неухильне зростання. Оптимізація проточних частин турбомашин є пріоритетним напрямком науково-дослідних розробок провідних зарубіжних фірм та університетів. Без використання апарата оптимізації неможливо говорити про прогрес у галузі створення високоефективних проточних частин турбомашин, конкурентноспроможних на світовому ринку.

У зв'язку з цим нагальною потребою, заявленою часом, є підготовка фахівців, що навчаються за напрямками «Енергомашинобуду-

вання» і «Теплоенергетика», з акцентом на поглиблену спеціальну підготовку, яку можна визначити як оптимальне проектування конкретного виробу, зокрема турбіни.

У пропонованому підручнику, який складається з восьми розділів, викладаються основи теорії оптимального проектування проточної частини осьових турбін.

У першому розділі розглянуті загальні питання оптимального проектування складних технічних систем і, як конкретний випадок, постановка задачі оптимізації турбомашин.

Другий розділ присвячений класифікації й огляду методів пошуку оптимальних рішень. Особливий акцент зроблений на сучасних методах, що одержали поширення в останнє десятиліття.

Постановці задачі оптимального проектування проточної частини осьової турбіни присвячений третій розділ, у якому викладаються основні припущення, використовувані рівняння й співвідношення, розглядається проблема визначення втрат у ступенях турбомашин у процесі рішення оптимізаційної задачі.

У четвертому розділі всебічно розглянуто одну з найважливіших задач при проектуванні турбіни – визначення оптимальної кількості ступенів і розподіл спрацьованих теплоперепадів між ступенями.

Проблемі оптимізації параметрів осьового турбінного ступеня уздовж радіуса з урахуванням просторової течії робочого тіла присвячений п'ятий розділ підручника. Тут особлива увага приділяється перевірці вірогідності розроблених методів розрахунку шляхом порівняння результатів чисельних розрахунків з експериментальними даними, отриманими різними дослідниками.

У шостому розділі дано оцінку впливу протікання на оптимальні закони закручення вінців осьових турбінних ступенів. Наводиться метод розрахунку величини протікання і втрат від нього в осьовому

турбінному ступені. Проводиться оцінка впливу витоку через радіальний зазор і підсмоктування біля кореня на оптимальні закони закручення напрямних і робочих коліс у широкому діапазоні зміни втулкового відношення ступенів. У заключній частині розділу представлені результати просторової оптимізації осьових турбінних ступенів з урахуванням протікання.

Винятково важливій проблемі побудови оптимальних профілів лопаток турбін присвячений сьомий розділ підручника. У ньому викладається метод побудови оптимальних профілів за різними критеріями якості і наводяться результати профілювання за допомогою розроблених алгоритмів.

Восьмий розділ присвячений оцінці вірогідності розроблених методів оптимізації турбінних профілів і ступенів. З цією метою наводиться порівняльний аналіз результатів експериментально досліджених вихідних і знову розроблених профілів і ступенів. Тільки експеримент робить остаточний висновок про вірогідність розроблюваних теоретичних методів і дає зелене світло їх широкому застосуванню.

Автор висловлює глибоку подяку за величезний внесок у рішення проблеми оптимізації турбомашин к.т.н. Ю.М. Говорушенко, к.т.н. О.П. Усатому, к.т.н. С.М. Кожевникову, к.т.н. В.О. Мельтюхову, к.т.н. М.Ф. Федорову, а також усім співробітникам кафедри турбінобудування НТУ «ХП», результати багаторічних досліджень яких використовувалися для оцінки вірогідності розроблюваних методів та алгоритмів оптимізації.

Усі зауваження й побажання щодо поліпшення підручника автор прийме із щирою подякою й вдячністю.

ОСНОВНІ УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ

ω – кутова швидкість обертання, с^{-1} ; кут загострення кромки профілю;
 r, φ, z – осі циліндричної системи координат;
 ρ – масова густина, кг/м^3 ;
 H – питома ротальпія (постійна Бернуллі) у відносному русі; перепад ентальпій у турбіні, Дж/кг ;
 W – швидкість робочого тіла у відносному русі, м/с ;
 u – колова швидкість робочого колеса;
 i – питома ентальпія, Дж/кг ; кут атаки, градус;
 C, C_r, C_u, C_z – абсолютна швидкість і її складові в циліндричній системі координат, м/с ;
 G – масова витрата робочого тіла, кг/с ;
 ψ – функція струму;
 ψ^* – функція струму при максимальному радіусі;
 F – площа поперечного перерізу ступеня (каналу), м^2 ;
 P – тиск, МПа ;
 T – температура, К ;
 R (або ρ') – степінь реактивності, визначений за статичними параметрами на вході в ступінь;
 \bar{R} (або ρ) – степінь реактивності, визначений за параметрами гальмування на вході в ступінь;
 C_p – питома теплоємність при постійному тиску, $\text{Дж/(кг}\cdot\text{град)}$; коефіцієнт тиску;
 C_v – питома теплоємність при постійному об'ємі, $\text{Дж/(кг}\cdot\text{град)}$;
 k – показник ізоентропії;
 S – питома ентропія, $\text{Дж/(кг}\cdot\text{град)}$; осьова відстань, м ;

B – осьова ширина решіток, мм ;
 C_ϕ – швидкість, еквівалентна перепаду на відсік або ступінь;
 α, β – кути між C, W і напрямком обертання u (див. рис.1.2), градус;
 $\tilde{\beta} = 180 - \beta$;
 \aleph – кривизна ліній струму, $1/\text{м}$;
 v – відношення швидкостей, u/C_ϕ ;
 λ – приведена швидкість;
 $\bar{\lambda}$ – відношення приведених швидкостей;
 ε (або θ) – кут повороту потоку в лопатках, градус;
 Λ – штрафний коефіцієнт, а також коефіцієнт Лагранжа;
 Δh – питома втрата кінетичної енергії, Дж/кг ;
 φ, ψ – коефіцієнти швидкості для нерухомої й обертової решіток;
 ζ – коефіцієнт втрат, віднесених до швидкісного (динамічного) напору на вході для дифузійних решіток або на виході для конфузійних;
 ξ – коефіцієнт втрат, віднесених до теоретичного перепаду на ступінь;
 η_u – обводовий коефіцієнт корисної дії (ККД) ступеня;
 η_i – внутрішній ККД ступеня;
 f – відносна площа;
 y^* – відносна густина, рівна відношенню густини в розрахунковому перетині до густини за параметрами гальмування на вході;
 $\tau(\lambda), \varepsilon(\lambda)$ – газодинамічні функції приведеної швидкості для приведених температури й густини;
 α_n – коефіцієнт повернення теплоти групи n ступенів;

σ – коефіцієнт ізоентропійності;
 a – місцева швидкість звуку, м/с; гор-
 ло міжлопаткового каналу, мм;
 γ – кут у меридіональній площині,
 град;
 L – довжина (по лінії потоку), мм;
 l – висота лопаток решітки, мм;
 r – радіус ступеня, мм; радіус округ-
 лення вхідних і вихідних кромок, мм;
 δ – кут відгину вихідної кромки, град;
 зазор, мм;
 β_y – кут установки профілю, град;
 $\beta_v = 90^\circ - \beta_y$;
 χ – коефіцієнт стиснення;
 μ – коефіцієнт масообміну вінця;
 коефіцієнт використання вихідної
 швидкості;

β_c – конструктивний кут
 профілю, град;
 b – хорда профілю лопаток, мм;
 t – крок решіток профілів лопаток,
 мм;
 z – кількість лопаток у решітках;
 останній ступінь турбіни;
 n – кількість ступенів у відсіку; час-
 тота обертання робочого колеса в
 ступені, об/хв; степінь розширення
 каналу;
 M – число Маха;
 Re – число Рейнольдса;
 D (або d) – діаметр ступеня (кільце-
 вих решіток), мм;
 h_u – питома робота на обводі колеса;
 N – потужність ступеня.

Індекси й інші позначення

j – номер розрахункового перетину;
 0, 1, 2 – номери розрахункових перетинів
 на вході в ступінь, у міжвінцевому зазорі
 й за робочим колесом;
 n – зовнішній (периферійний) радіус; під-
 смоктування;
 вн (або κ) – внутрішній (кореневий) раді-
 ус;
 $л$ – робоча лопатка;
 H (або C) – напрямна (соплова) лопатка;
 сер – значення на середньому радіусі;
 T – відповідає ізоентропійному розширен-
 ню робочого тіла;
 u – проекція на коловий напрямок;

вих – вихід з робочої решітки;
 M – меридіональний;
 відр – відриву;
 π – циркуляційної зони;
 i – місцеве значення;
 v – вентиляційний;
 $v_{.ш}$ – вихідної швидкості;
 int – інтегральний;
 max – максимальний;
 відс – відсіку;
 вит – виток;
 κp – критичний;
 ном – номінальний.

РОЗДІЛ 1. ЗАГАЛЬНІ ПИТАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТУВАННЯ СКЛАДНИХ ТЕХ- НІЧНИХ СИСТЕМ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ОПТИМІ- ЗАЦІЇ ТУРБОМАШИН

1.1. Елементи теорії інженерного проектування

Під *інженерним проектуванням* розуміється розробка елемента, системи, процесу, що забезпечують виконання поставленого завдання при певних обмеженнях, що накладають на рішення.

1.1.1. Поняття про системне проектування

Як правило, при проектуванні використовується так званий *системний підхід* або *системне проектування*. Системне проектування ґрунтується на принципі цілісності проектованого об'єкта, дослідженні його властивостей як єдиного цілого, єдиної системи. Цей принцип виходить із того, що ціле має властивості, відмінні від властивостей його частин.

Системний підхід припускає безперервне цілісне уявлення про систему, підпорядкування цілей частин загальній меті системи на всіх етапах її створення. Процес розподілу систем на частини або *підсистеми*, названий *декомпозицією*, приводить до деякої *ієрархічної* структури, або *дерева* системи, що ілюструє співвідпорядкованість її частин.

Процес проектування відповідно до уявлення про об'єкт розчленовується на *рівні*, а в межах кожного рівня – на *блоки*.

Таке розчленовування є більш-менш довільним, однак повинне бути зручним для сприйняття й одержання рішення для кожного блока за допомогою засобів проектування.

Описаний підхід до проектування називається *блочно-ієрархічним*. Він дозволяє розбити складні задачі на ряд більш простих. Однак при такому підході проектування системи ведеться звер-

ху вниз і тому відбувається в умовах неповної інформації. Наприклад, при проведенні теплових розрахунків турбіни потрібні дані про ефективний і відносний внутрішній ККД турбіни, які необхідні для орієнтовного (попереднього) розрахунку й розрахунку теплової схеми. Знання величин ККД також необхідні для визначення кількості ступенів у турбіні, виборі обрису проточної частини, тобто потрібні дані про втрати в решітках і ступенях, які ще тільки мають бути спрофільовані і спроектовані на підставі теплового розрахунку.

Для складних систем блочно-ієрархічний підхід, як правило, єдино можливий. Тому нестача інформації компенсується введенням зворотних зв'язків між елементами сусідніх рівнів, ітераційним уточненням математичної моделі вищого блока на основі синтезу й математичного моделювання його елементів.

Як правило, ієрархія задач проектування формується за функціональним принципом й для турбоустановки може мати вигляд, зображений на рис. 1.1.

Однотипність математичних моделей підсистем одного рівня і їх локальних критеріїв оптимальності дають можливість організувати процес багаторівневого проектування, що забезпечує максимум глобального критерію якості всієї системи, у нашому випадку – турбоустановки. Цей процес оснований на ідеї так званої апроксимаційної схеми багаторівневої оптимізації, яка припускає агрегування математичних моделей підсистем при русі по ієрархії знизу вгору й дезагрегування з урахуванням результатів оптимізації при русі зверху вниз.

Проектуючи ступінь за критерієм максимального ККД, послідовними наближеннями уточнюємо коефіцієнти втрат решіток, причому їх профілювання або вибір із числа існуючих робимо таким чином, щоб мінімізувати втрати тертя, сприяючи цим підвищенню економічності ступеня в цілому

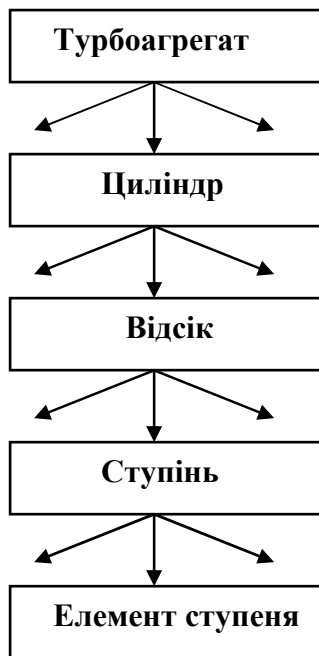


Рис. 1.1. Ієрархія задач проектування турбоагрегатів

1.1.2. Етапи процесу проектування

Принцип блочно-ієрархічного проектування відбиває функціональну ієрархію виробу, яка включає деталі, вузли, агрегати й інші складальні одиниці, комплекси і т.д. Відповідно до обраної структури процес проектування поділяється на етапи **передескізного**, або попереднього, **ескізного**, **технічного** й **робочого** проектування, кожному з яких властиві свої особливості.

Передескізне проектування припускає проведення, як правило, науково-дослідних робіт, що дозволяють виявити можливість або

неможливість створення об'єкта, який задовольняє **технічному завданню**, і завершується розробкою технічної пропозиції.

Ескізне проектування ставить своєю метою обґрунтування можливості побудови виробу із заданими властивостями й завершується випуском ескізного проекту.

Нарешті, на етапах технічного й робочого проектування проводиться розробка й взаємне зв'язування проектних, конструкторських і технологічних рішень за всіма елементами і випускається технічна документація.

Трапляється, що створений об'єкт не повністю задовольняє вимогам, зазначеним у проекті. У такому випадку починається етап доведення, що супроводжується внесенням у проект відповідних змін на підставі проведених випробувань конструкції. Помилки, припущені при проектуванні, ведуть до значних витрат часу й засобів. Так, тривалість доведення нового зразка авіаційного газотурбінного двигуна досягає п'яти років, у той час як на проектування йде близько півтора року.

1.1.3. Послідовність проектування елемента

Розглянемо процес проектування блока на деякому ієрархічному рівні. Початкові дані надходять у вигляді **часткових технічних завдань** (ЧТЗ) з вищого ієрархічного рівня. Процес проектування (рис.1.2) являє собою повторювану послідовність етапів **синтезу, аналізу й прийняття рішень**. Під синтезом розуміється розробка різних варіантів структури проектного об'єкта, тобто розв'язувані на цьому етапі завдання близькі до винахідницьких. Дослідження властивостей синтезованого об'єкта є завданням аналізу. Прийняття рішень полягає у виробленні стратегії пошуку оптимального проектного рішення й виборі найкращого зі створених і досліджених варіантів.

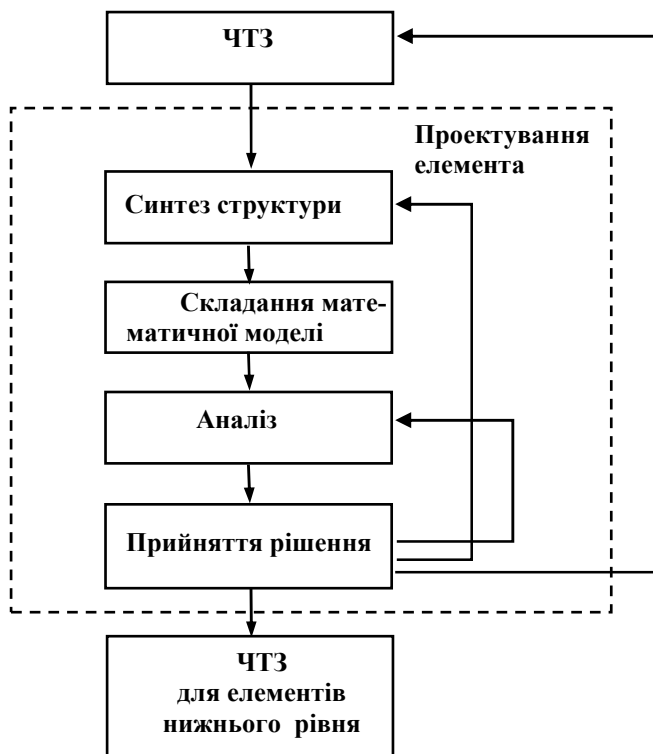


Рис. 1.2. Структурна схема процесу проектування

Спочатку генерується структура об'єкта й складається його математична модель. Далі проводиться різноманітний аналіз моделі – оптимізація її параметрів – та ухвалюється рішення. Якщо не вдається задовольнити вимогам технічного завдання, структура змінюється й процес повторюється. Якщо ж неможливо задовольнити технічні вимоги зміною параметрів або структури, слід коректувати технічне завдання.

1.1.4. Особливості машинного проектування

Такі елементи проектування, як синтез структури або складання математичної моделі, багато в чому залишаються мистецтвом і тому на сьогодні не під силу штучному інтелекту. Рішення аналітичних задач, оформлення технічної документації найбільш раціонально проводити за допомогою засобів обчислювальної техніки. Машинне проектування стосується в основному тих етапів проектування, які пов'язані з виконанням одноманітних, що багаторазово повторюються обчислень або операцій, і не носять творчого характеру. Це стосується ескізного й ще більшою мірою технічного й робочого проектування.

Під **автоматизацією проектування** слід розуміти систематичне застосування швидкодіючих цифрових ЕОМ у процесі проектування при раціональному розподілі функцій між проектувальником і обчислювальною технікою на базі комплексного математичного моделювання [6].

За ДСТУ ДЕРЖСТАНДАРТ 22487–77 автоматизованим називається проектування, при якому окремі перетворення описів об'єкта й (або) алгоритми його функціонування, а також подання описів на різних мовах здійснюються шляхом взаємодії людини з ЕОМ.

Прогресивною формою організації процесу проектування є **система автоматизованого проектування (САПР)**, що представляє собою об'єднання технічних засобів, інформаційного й математичного забезпечення з функціями проектувальника з метою автоматизації окремих етапів процесу розробки й виготовлення виробу.

Згідно з ДСТУ ДЕРЖСТАНДАРТ 22487–77 САПР є організаційно-технічною системою, що складається з комплексу засобів автоматизації проектування, взаємопов'язаного з підрозділами проектної організації або колективом фахівців (користувачем системи), що і виконують автоматизоване проектування.

Технічні засоби САПР мають у своєму складі ЕОМ, пристрої зберігання, обробки й представлення цифрової, текстової, графічної інформації. Для цілей побудови САПР підходять найбільш швидкодіючі ЕОМ операційні системи, що мають потужний і широкий набір периферійних пристроїв. Периферійні пристрої, тобто пристрої введення–виводу, зовнішні запам'ятовувальні пристрої, алфавітно-цифрові й графічні дисплеї, креслярські автомати та ін., з'єднані з міні-ЕОМ, утворюють комплекси, названі *автоматизованим робочим місцем* проектувальника (АРМ).

Інформаційне забезпечення, або *банк даних*, служить для зберігання й обробки необхідних для проведення проектно-конструкторських робіт відомостей довідкового характеру, таких, як набір стандартів, фізичні властивості матеріалів, типові проектні рішення, інформація про стан процесу проектування і т.д.

Математичне забезпечення складається із загального програмного забезпечення ЕОМ, включаючи операційну систему, транслятори з мов програмування, бібліотеки стандартних програм і спеціального програмного забезпечення, що несе змістовну частину процесу проектування конкретного об'єкта. Створення спеціалізованого математичного забезпечення процесу автоматизованого проектування, тобто пакетів прикладних програм, що реалізують алгоритми аналізу й прийняття рішень, ґрунтується на математичних моделях елементів системи й методах оптимізації.

1.2. Постановка задачі оптимального проектування

1.2.1. Змістовний опис процесу прийняття рішень

Одним із трьох основних етапів проектування є **прийняття рішень**, що полягає у виборі правильного, тобто найкращого в деяко-

му розумінні, проектного рішення. Прийняття рішень припускає наявність таких взаємозалежних компонентів [7].

1. Наявність мети. Поставити мету – значить установити оцінки, критерії для раціонального вибору рішення, встановити правило, згідно з яким можна визначити, яке з рішень є кращим. Якщо ціль не поставлена, то взагалі немає необхідності ухвалювати рішення.

2. Неоднозначність рішення, або наявність альтернативних ліній поведінки. Для вибору найкращого рішення необхідно мати принаймні більше одного способу досягнення деякої мети. Кожному способу досягнення мети відповідає своя оцінка, критерії якості ухваленого рішення.

3. Наявність обмежень. У процес прийняття рішень обов'язково втручаються різні фактори, що впливають на можливість досягнення цілі тим або іншим способом, інакше кажучи, що обмежують сферу можливих рішень. Ці фактори можна умовно розділити на три групи: обмеження ресурсів, технічні обмеження, людські фактори. Задача оптимізації може мати місце тільки тоді, коли існує сфера можливих рішень, тобто в наявності неоднозначність рішення.

У загальному випадку ухвалення рішення є компромісом між різними характеристиками, наприклад ефективністю й витратами. Проектувальник повинен знати, чого він прагне, і відповідно до цього ставити мету, уміти застосовувати *евристичні методи*, часто покладаючись на інтуїцію. У цьому розумінні прийняття рішень є мистецтвом. Іноді доводиться застосовувати не критеріальний вибір, а випадковий або вольовий, які використовуються при повній відсутності або нестачі інформації про проєктований об'єкт. Нас в основному цікавлять наукові методи прийняття рішень, тобто математичні методи оптимізації проєктних параметрів.

1.2.2. Параметри проєктованих об'єктів

У математичній моделі проєктованого об'єкта виділяють такі основні параметри [6].

Зовнішні (проєктні, режимні) задаються з вищого ієрархічного рівня й характеризують умови, у яких повинен працювати елемент.

Внутрішні служать для описання модельованого об'єкта. Вони діляться на *фазові* й *керуючі* (регулюючі). Керуючі змінні вибираються проєктувальником з метою параметричної оптимізації об'єкта. Фазові змінні є фізичними величинами, що характеризують стан елемента. Їх знаходять при заданих зовнішніх і керуючих параметрах рішенням рівнянь математичної моделі. Фазові змінні, у свою чергу, діляться на *незалежні*, або визначальні, і *залежні*. Кількість незалежних змінних береться такою, щоб однозначно описати стан фізичної системи.

Вона дорівнює розмірності системи рівнянь, що описує об'єкт. Через незалежні змінні виражаються інші фазові змінні.

Вихідні – це будь-які параметри, що характеризують якість розглянутого об'єкта, або так звані *показники якості*.

В одновимірній моделі теплового розрахунку турбіни до зовнішніх параметрів належать витрата, частота обертання ротора, параметри робочого тіла на вході в проточну частину; до внутрішніх – тиск, ентальпія, швидкість потоку в осьових зазорах, ефективні кути напрямних і робочих решіток. Вихідними параметрами турбіни є потужність, ККД, маса диска, максимальна напруга в лопатках і т.д.

Уведемо такі позначення: \vec{B} – вектор зовнішніх параметрів; $\vec{X} = \{ \vec{x}, \vec{u} \}$ – вектор внутрішніх параметрів, де \vec{x} – фазові змінні, \vec{u} – керуючі змінні; \vec{Y} – вектор вихідних параметрів. Компоненти вектора \vec{B} – найчастіше числа, але вони можуть бути й функціями однієї або декількох змінних.

Наприклад, інтегральна витрата робочого тіла через ступінь – число, а висота проточної частини – функція осьової координати.

Внутрішні змінні моделі в самому загальному випадку являють собою функції від трьох координат і часу: $\vec{X} = \vec{X}(q_1, q_2, q_3, t)$, де t – час; q_1, q_2, q_3 – узагальнені координати. Особливість компонентів вектора вихідних параметрів \vec{Y} полягає в тому, що вони – числа, тобто вихідні параметри, є функціоналами від внутрішніх і зовнішніх параметрів.

1.2.3. Математична постановка задачі оптимального проектування у випадку одного критерію якості

Для математичної постановки задачі необхідна формалізація компонентів прийняття рішень. Наявність мети проектування формалізується введенням деякої **цільової функції** (або функціонала). **Неоднозначність рішення** визначається наявністю в задачі проектування керуючих змінних. **Обмеження** задачі являють собою сукупність рівнянь і нерівностей, що включають математичну модель проектного об'єкта й вимоги, що пред'являються до внутрішніх і зовнішніх параметрів.

Оптимізація проектного рішення полягає у відшукуванні такого припустимого, тобто задовольняючого обмеженням, проектного рішення, реалізація якого дає екстремальне, тобто мінімальне або максимальне, значення цільової функції. Як цільова функція вибирається один з елементів вектора вихідних параметрів.

Математично задання оптимального проектування можна представити в такий спосіб: знайти

$$\max_u F(\vec{B}, \vec{X}); \quad (1.1)$$

при обмеженнях

$$\vec{X} \in \Omega_X; \quad (1.2)$$

$$\vec{B} \in \Omega_B; \quad (1.3)$$

$$\vec{Y}(\vec{B}, \vec{X}) \in \Omega_Y. \quad (1.4)$$

Цільова функція $F(\vec{B}, \vec{X})$, що залежить від зовнішніх і внутрішніх параметрів об'єкта проектування, може приймати різні значення завдяки зміні вектора керуючих змінних \vec{u} . Умови (1.2)...(1.4) утворюють обмеження оптимізаційної задачі

$$\Omega = \Omega_X \cap \Omega_B \cap \Omega_Y. \quad (1.5)$$

Рішення є допустимим тоді й тільки тоді, коли воно належить безлічі припустимих значень Ω . Безліч Ω_X визначається рівняннями математичної моделі об'єкта проектування. Безліч значень зовнішніх параметрів Ω_B і вихідних параметрів Ω_Y часто задається нерівностями виду

$$\begin{aligned} \vec{B}_{\min} \leq \vec{B} \leq \vec{B}_{\max}; \\ \vec{Y}_{\min} \leq \vec{Y} \leq \vec{Y}_{\max}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Спосіб рішення оптимізаційної задачі в значній мірі визначається видом цільової функції й обмежень. Якщо $F(\vec{B}, \vec{X})$ і обмеження, що задаються математичною моделлю, являють собою алгебраїчні або трансцендентні вирази відносно внутрішніх параметрів, задача називається *нелінійною оптимізаційною задачею*. Для її рішення використовуються методи нелінійного, геометричного, динамічного програмування. Якщо цільова функція є функціоналом від \vec{X} , а обмеження математичної моделі являють собою систему диференціальних рівнянь, маємо задачу, що вивчається в курсах варіаційного обчислення й оптимального проектування.

У теорії оптимального проектування, як правило, задачу проектування намагаються звести до нелінійної оптимізаційної задачі. Досягається це виключенням з розгляду фазового вектора \vec{x} , для чого при деякому значенні вектора керуючих змінних вирішуються рівняння математичної моделі об'єкта й, таким чином, визначається зв'язок $\vec{x}(\vec{B}, \vec{u})$. Після виключення \vec{x} у цільовій функції приходимо до такої задачі:

$$\max_u F(\vec{B}, \vec{u}); \quad (1.7)$$

при обмеженнях

$$\vec{B} \in \Omega_B, \vec{u} \in \Omega_u, \vec{Y}(\vec{B}, \vec{u}) \in \Omega_Y. \quad (1.8)$$

Задача (1.7), (1.8) є задачею нелінійної оптимізації. Слід тільки мати на увазі, що коли компоненти вектора \vec{u} - функції, їх потрібно дискретизувати, тобто представити у вигляді деякого набору чисел, після чого керуючий вектор перетвориться у вектор із числовими значеннями, але більшої розмірності, чим початковий.

1.3. Метод оптимізації складних технічних пристроїв

Трудомісткість проектування турбінного ступеня, як і всієї турбоустановки в цілому, пов'язана з необхідністю пророблення й оцінки безлічі альтернативних варіантів конструкції. Аналіз задач проектування показує, що більшість із них належить до складних багатопараметричних і багатокритеріальних оптимізаційних задач. Існуючі прикладні методи, а також накопичений досвід експлуатації потужних енергоблоків дозволяють вирішувати оптимізаційні задачі практично на всіх етапах проектування турбоагрегату: при розрахунках теплової схеми [8], багатоступінчастої проточної частини й одиночного ступеня [1–5], при профілюванні решіток [1–3] і т.д.

Разом з тим різноманітність застосовуваного математичного апарата й відсутність інформаційної погодженості між задачами утрудняють їхнє систематичне використання в практиці проектування. Підвищення обґрунтованості прийнятих рішень і скорочення строків проектування можуть бути досягнуті за рахунок об'єднання проектних процедур у єдину систему взаємозалежних задач оптимального проектування, розв'язуваних у діалоговому режимі в умовах САПР. Методологія проектування такої складної технічної системи, як турбоустановка й однієї з основних її складових – турбінного ступеня – повинна враховувати різноманітність використовуваних математичних моделей і забезпечувати на кожному рівні проектування наявність інформації про оптимальні рішення, що будуть розглянуті.

Як вказувалося раніше, для оптимізації складних технічних пристроїв, що представляють собою ряд функціонально взаємозалежних елементів, використовують блочно-ієрархічне представлення процесу проектування [6,9], який дозволяє загальну оптимізаційну задачу звести до декількох задач такої складності, які можуть бути вирішені сучасними обчислювальними засобами, а результати рішення – проаналізовані фахівцями.

Формування ієрархії задач проектування турбоагрегату може здійснюватися за функціональним принципом (рис. 1.1).

Тут під відсіком розуміється багатоступінчата проточна частина з однаковою витратою робочого тіла. Циліндр являє собою проточну частину, що складається з декількох відсіків, між якими здійснюється регенеративний або теплофікаційний відбір пари.

Класифікуючи математичні моделі, які можуть бути використані при проектуванні проточної частини осьових турбін, розділимо їх у самому загальному випадку на дві групи:

- основані на фізичних законах, назвемо їх вихідними математичними моделями (ВММ);

▪ моделі, що відбивають лише формальний зв'язок між параметрами об'єкта, – формальні макромоделі (ФММ) [6], що дозволяє значно спростити й уніфікувати опис підсистем, про що мова йтиме нижче.

Вектор параметрів ФММ \vec{Q} через параметри ВММ виражається у вигляді

$$\vec{Q} = \vec{Q}(\vec{u}, \vec{B}). \quad (1.9)$$

Методологія оптимального проектування складних технічних систем припускає наявність інформаційної погодженості між елементами різних рівнів і як наслідок – наявність деяких універсальних властивостей їх математичних моделей. Розглянемо більш детально ці властивості.

Представимо ВММ підсистеми в такому вигляді

$$\vec{Y} = \vec{Y}(\vec{P}) = \vec{Y}(\vec{B}, \vec{X}), \quad \vec{X} \in \Omega_x, \quad L(\vec{B}, \vec{X}) = 0, \quad (1.10)$$

де \vec{Y} – вектор вихідних параметрів; $\vec{P} = \{\vec{B}, \vec{X}\}$ – вектор проектних параметрів; \vec{B} – вектор зовнішніх параметрів; $\vec{X} = \{\vec{x}, \vec{u}\}$ – вектор внутрішніх параметрів; \vec{x} – вектор фазових змінних; \vec{u} – вектор керуючих змінних; Ω_x – область значень вектора внутрішніх параметрів, обумовлена системою рівнянь, що описують об'єкт підсистеми; $L(\vec{B}, \vec{X})$ – оператор, що задає систему рівнянь моделі.

Вихідні параметри є похідними стану об'єкта підсистеми. До них належать параметри, що характеризують якість об'єкта й ряд інших параметрів, що цікавлять проектувальника. Зовнішні параметри надходять у модель підсистеми із суміжних ієрархічних рівнів. Внутрішні параметри можуть бути або залежними, обчисленими за рівнянням моделі (фазові змінні), або незалежними, вибір яких нада-

ється проектувальникові (керуючі змінні). Мається на увазі, що в число внутрішніх параметрів підсистеми включаються параметри всіх елементів рівнів, що знаходяться нижче. Якщо проектні параметри містять у собі вектор – функції, то компоненти вектора вихідних параметрів є функціоналами.

Однотипність моделей елементів, що становлять підсистеми одного рівня, і їх локальних критеріїв оптимальності, дає можливість організувати процес багаторівневого проектування, який забезпечує максимум глобального критерію якості всієї системи. Цей процес використовує ідеї так званої апроксимаційної схеми багаторівневої оптимізації, що включає в себе етапи агрегування математичних моделей підсистем при русі по ієрархії зверху вниз і дезагрегування з урахуванням результатів оптимізації при русі знизу вгору. Задача оптимізації параметрів підсистем, описуваних ВММ, має вигляд:

$$\max_u Y_j(\bar{B}, \bar{X}) = \max_u Y_j(\bar{B}, \bar{x}, \bar{u}), \quad \bar{X} \in \Omega_x, \quad L(\bar{B}, \bar{X}) = 0, \quad (1.11)$$

де Y – компоненти вектора вихідних параметрів, обраних як критерії якості підсистеми.

Розглянемо послідовність рішення ієрархії задачі оптимізації параметрів системи. Зовнішні параметри підсистеми k -го рівня формуються із числа внутрішніх і зовнішніх параметрів підсистеми $(k-1)$ -го (вищого) рівня. Зворотний зв'язок здійснюється за рахунок впливу вихідних параметрів підсистеми k -го рівня $\bar{B}''_{(k-1)}$ відносно підсистеми $(k-1)$ -го, що є зовнішнім. Повний вектор зовнішніх параметрів $(k-1)$ -го рівня, таким чином, складається з вектора зовнішніх параметрів $\bar{B}'_{(k-1)}$, що приходить із вищого рівня, і векторів $\bar{B}''_{(k-1)}$ підсистем, що знаходяться нижче (рис. 1.3).

Рухаючись знизу вгору, вирішуємо задачу вигляду (1.11) на кожному k -му рівні при різних значеннях вектора зовнішніх параметрів, що надходить із вищого рівня.

При цьому фазові змінні k -го рівня виключаються із числа внутрішніх параметрів моделі $(k-1)$ -го рівня на підставі рівнянь, що описують підсистему k -го рівня, а керуючі – у результаті оптимізації. Таким чином, на кожний вищий рівень передається інформація не про всі, а лише про оптимальні проекти підсистеми нижчого рівня

$$\vec{B}''_{(k-1)} = \vec{Y}_k^{\text{опт}}(\vec{B}'_k). \quad (1.12)$$

Виключення з моделі $(k-1)$ -го рівня параметрів підсистем нижчого рівня називається агрегуванням, а модель, перетворена з урахуванням (1.12), – агрегованою.

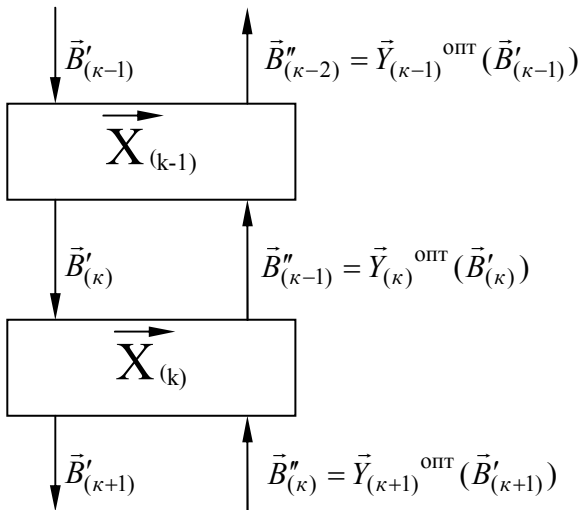


Рис. 1.3. Блок-схема багаторівневої оптимізації

На самому верхньому, 1-му рівні, із задачі (1.12) знаходимо вихідні параметри, що представляють зовнішні параметри підсистеми 2-го рівня, що дає можливість відновити оптимальні параметри 2-го рівня, вирішуючи ту ж задачу (1.11). Цей процес називається дезагрегуванням. Він триває до самого нижнього рівня, у результаті чого визначають усі оптимальні параметри підсистем, що становлять складну технічну систему. Це дозволяє побудувати апроксимаційні залежності

$$\vec{u}^{\text{опт}} = \vec{u}^{\text{опт}}(\vec{B}), \quad (1.13)$$

що мають інформацію про всі можливі оптимальні проекти.

Підставляючи (1.13) в (1.10), одержимо:

$$Y_j = Y_j(\vec{B}, \vec{x}, \vec{u}^{\text{опт}}(\vec{B})), \quad L(\vec{B}, \vec{X}) = 0,$$

звідки знаходимо $\vec{x}^{\text{опт}}$ і $Y_j^{\text{опт}}$ рішенням рівнянь ВММ.

Наприклад, у задачі оптимального проектування турбінних решіток [1] критерієм якості є коефіцієнт втрат енергії, ВММ – рівняння руху ідеального газу й приграничного шару на профілі, фазовими змінними – параметри потоку, керуючими – форма профілю, крок решіток та ін.

На практиці замість ВММ розрахунку втрат використовуються різні емпіричні методи, що, по суті, є ФММ вигляду (1.13), оскільки при їхньому створенні враховується інформація не про будь-які, а лише про найкращі («оптимальні») на даний момент решітки профілів. На вищих рівнях проектування, таким чином, використовується інформація про коефіцієнти втрат лише аеродинамічно досконалих профілів.

Описаний підхід може бути застосований до багаторівневого проектування складної системи. Практична реалізація такого підходу вимагає мінімізації витрат ресурсів ЕОМ на рішення проміжних оптимізаційних задач у процесі агрегування ВММ.

Раніше відзначалося, що найбільш ефективно ця мета може бути досягнута заміною (на час пошуку оптимальних параметрів кожного рівня) ВММ на відповідні їм ФММ.

Представимо ФММ у вигляді повного полінома 2-го степеня, за допомогою якого в багатьох випадках вдається з достатньою точністю апроксимувати вихідні параметри:

$$y(q) = A_0 + \sum_{l=1}^n A_l q_l + \sum_{l=1}^n A_{ll} q_l^2 + \sum_{l=1}^{n-1} \sum_{y=l+1}^n A_{ly} q_l q_y, \quad (1.14)$$

де A – коефіцієнти ФММ; \vec{q} – вектор нормованих значень параметрів ФММ \vec{Q} ; n – число параметрів ФММ.

Вектор \vec{Q} через параметри ВММ, як вказувалося в (1.9), виражається у вигляді

$$\vec{Q} = \vec{Q}(\vec{u}, \vec{B}),$$

а значить ФММ може бути представлена символічно у такому вигляді:

$$y = y(\vec{B}, \vec{u}), \quad (1.15)$$

а задача оптимального проектування у цій постановці математично формулюється таким чином:

$$\max_{\vec{u} \in U} y(\vec{B}, \vec{u}). \quad (1.16)$$

Запитання для самоперевірки

1. Дайте визначення поняття «проектування».
2. Що таке системне проектування?
3. Яку мету переслідує блочно-ієрархічний підхід до проектування?
4. Опишіть етапи процесу й послідовність проектування елемента.
5. Що таке САПР і які її складові частини?
6. Які основні параметри виділяють у математичній моделі проектованого об'єкта?
7. Які взаємопов'язані компоненти припускає прийняття рішень?
8. Сформулюйте математичну задачу оптимального проектування.
9. Опишіть методологію оптимального проектування складних технічних систем.
10. Поясніть блок-схему багаторівневої оптимізації.
11. Що таке вихідні й формальні математичні моделі? Чим обґрунтовується використання ФММ при рішенні оптимізаційних задач?

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИ ПОШУКУ ОПТИМАЛЬНИХ РІШЕНЬ

2.1. Загальні відомості про екстремальні задачі

2.1.1. Класифікація методів оптимізації

Для рішення задач із єдиним критерієм оптимальності розроблено точні математичні методи. Вони досить численні, але не існує методу, що дозволяє щонайкраще розв'язати будь-яку екстремальну задачу. Тому фахівець, який займається оптимальним проектуванням, повинен мати певну математичну ерудицію, щоб відповідно до особливостей математичної постановки задачі вибрати адекватний метод її рішення.

Перша ознака, за якою екстремальні задачі поділяються на дві великі групи, це – **тип критерію оптимальності**. У загальному ви-

падку мова йде про оптимізацію *функціонала*, тобто такого співвідношення, яке ставить у відповідність деякої функції число. Приблизно кажучи, функціонал є «функцією від функції». Прикладами функціонала можуть служити

$$I(y(x)) = \int_0^1 y(x) \delta x, \quad I(u(x)) = \max_{x \in [0,1]} |u(x)| \text{ і т.д.}$$

Методи оптимізації функціоналів вивчаються в курсах варіаційного обчислення й теорії оптимального керування. Функцію можна розглядати як окремий випадок, однак методи пошуку екстремуму функцій вивчаються спеціальною дисципліною, що називається нелінійним програмуванням. Ряд методів, наприклад, динамічне програмування, можуть бути використані для відшукування екстремумів як функціоналів, так і функцій. Прямі методи варіаційного обчислення – одного з розділів теорії екстремальних задач для функціоналів – зводять задачу пошуку екстремуму функціонала до оптимізації функцій.

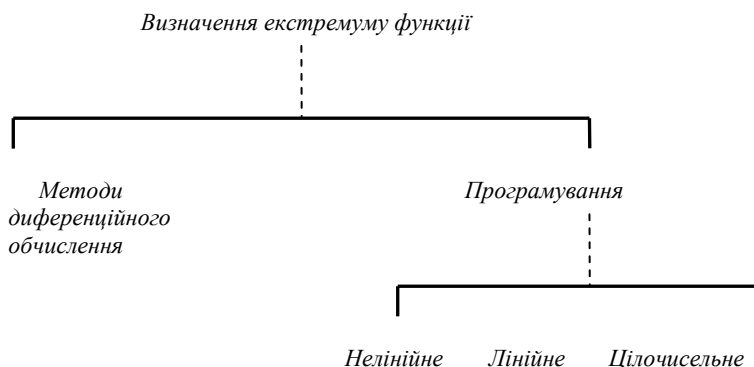


Рис. 2.1. Класифікація методів пошуку екстремуму функції

Існують *аналітичні й чисельні методи* пошуку оптимальних рішень. Як правило, реальні задачі вирішуються тільки чисельно й лише в деяких випадках вдається одержати аналітичне рішення. Задачі пошуку екстремуму може містити *безперервні й цілочисельні змінні*. Для останнього випадку розроблені спеціальні методи: *цілочисельне програмування, дискретне динамічне програмування й ін.* (рис. 2.1, 2.2).



Рис. 2.2. Класифікація методів пошуку екстремуму функціонала

Наведена класифікація, безумовно, не може претендувати на повноту, оскільки є безліч підходів до рішення оптимізаційних задач. Деякі з них конкретизовані в подальшому викладі. Акцент зроблений на тих методах, які застосовуються при рішенні конкретних задач проектування проточних частин турбомашин.

2.1.2. Оптимізація функцій за допомогою диференціювання

Знаходження екстремуму функції однієї або декількох змінних можливо методами диференційного обчислення [10]. Говорять, що точка \hat{x} доставляє функції $f(x)$ *локальний максимум*, якщо знайдеться таке число $\varepsilon > 0$, при якому з нерівності $|x - \hat{x}| < \varepsilon$ випливає

нерівність $f(x) \leq f(\hat{x})$. Функція називається *одноекстремальною* (унімодальною), якщо вона має єдиний екстремум, і *багатекекстремальною* (мультимодальною), якщо вона має більше одного екстремуму. Точка, у якій функція має найбільше або найменше значення з усіх локальних екстремумів, називається *точкою глобального екстремуму*.

Необхідна умова екстремуму диференційовної функції однієї змінної дає відома **теорема Ферма**: нехай $f(x)$ – функція однієї змінної, диференційована в точці \hat{x} . Якщо \hat{x} – точка локального екстремуму, то $f'(\hat{x}) = 0$.

Точки, у яких виконується це співвідношення, називаються *стаціонарними*. Стаціонарні точки не обов'язково є точками екстремуму. Достатні умови максимуму й мінімуму функції однієї змінної – відповідно $f''(\hat{x}) < 0$, $f''(\hat{x}) > 0$.

Приклад. Візьмемо функцію $y = f(x) = 3x^2 - 6x$. Прирівнюючи до нуля її першу похідну $f'(x) = 6x - 6$, знаходимо стаціонарну точку $\hat{x} = 1$, $y = f(\hat{x}) = -3$.

Оскільки друга похідна $f''(x) = 6 > 0$, стаціонарною точкою є мінімум.

Перш ніж перейти до викладу необхідних і достатніх умов екстремуму функцій багатьох змінних, уведемо деякі визначення.

Градiєнтом функції $f(x)$ називається *вектор-стовпець*

$$\nabla f(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x)}{\partial x_1} \\ \dots \\ \frac{\partial f(x)}{\partial x_n} \end{bmatrix}.$$

Вираз $\nabla^T f(x)$ позначає вектор-рядок

$$\nabla^T f(x) = \left\{ \frac{\partial f(x)}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f(x)}{\partial x_n} \right\}.$$

Квадратна матриця других похідних

$$\nabla^2 f(x) = H(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1^2} & \dots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n \partial x_1} & \dots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}$$

називається *матрицею Гессе*, або гессіаном функції $f(x)$.

Дійсна симетрична матриця H називається *позитивно (негативно) визначеною*, якщо $x^T H x > 0 (< 0)$ для кожного набору дійсних чисел x_1, x_2, \dots, x_n , не всі з яких дорівнюють нулю.

Необхідними умовами того, що \hat{x} – точка локального екстремуму функції n змінних $f(x)$, $x \in E^n$, є такі: 1) функція $f(x)$ диференційована в \hat{x} ; 2) $\nabla f(x) = 0$, тобто \hat{x} – стаціонарна точка; достатні умови того, що \hat{x} – точка локального екстремуму, крім «1», «2», включають таке: 3) матриця Гессе є позитивно (негативно) визначеною в точці мінімуму (максимуму), тобто $\hat{x}^T H \hat{x} > 0 (< 0)$. Якщо матриця Гессе позитивно (негативно) визначена для всіх $x \in E^n$, це є достатньою умовою однокстремальності функції. Для перевірки знаковизначеності матриці A застосовується *критерій Сильвестра*,

згідно з яким необхідною й достатньою умовою позитивної визначеності є виконання n нерівностей:

$$a_{11} > 0, \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} > 0, \dots, \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} > 0,$$

а для негативної невизначеності

$$-a_{11} > 0, \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} > 0, \dots, (-1)^n \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} > 0.$$

Приклад. Розглянемо функцію двох змінних

$$f(x) = 2x_1^2 + 4x_1x_2^3 - 10x_1x_2 + x_2^2.$$

Прирівнюючи до нуля її градієнт

$$\nabla f(x) = \begin{vmatrix} 4x_1 + 4x_2^2 - 10x_2 \\ 12x_1x_2^2 - 10x_1 + 2x_2 \end{vmatrix} = 0,$$

тривіально одержуємо одну зі стаціонарних точок $x = \{0, 0\}$.

Матриця Гессе в стаціонарній точці рівна

$$H(\bar{x}) = \begin{vmatrix} 4 & -10 \\ -10 & 2 \end{vmatrix}.$$

Застосовуючи критерій Сильвестра, маємо

$$a_{11} = 4 > 0, \quad \begin{vmatrix} 4 & -10 \\ -10 & 2 \end{vmatrix} = 8 - 100 < 0, \text{ тобто}$$

матриця не є позитивно або негативно визначеною. Звідси випливає, що стаціонарна точка не є точкою екстремуму.

2.1.3. Задача на умовний екстремум функції

Розглянутий випадок припускав визначення екстремуму функції в необмеженій області зміни змінних x_1, x_2, \dots, x_n . Якщо на функцію, яку оптимізуємо, накладаються додаткові умови (зв'язки), говорять про задачу на **умовний екстремум** [11]. У загальному випадку потрібно знайти екстремум $f(x)$, $x \in E^n$ при обмеженнях

$$\begin{aligned} h_j(x) &= 0, j = 1, \dots, m; \\ g_j(x) &\geq 0, j = 1, \dots, p. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Для рішення задачі (2.1) з обмеженнями тільки у вигляді рівностей використовується **метод множників Лагранжа**, який ґрунтується на введенні *функції Лагранжа* $L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{j=1}^m \lambda_j h_j(x)$, де λ_j – невизначені *множники Лагранжа*. Запишемо необхідні умови оптимальності в задачі на умовний екстремум з обмеженнями у вигляді рівностей

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^m \lambda_j \frac{\partial h_j}{\partial x_i} = 0, \quad i = 1, \dots, n; \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_j} = h_j(x) = 0, \quad j = 1, \dots, m.$$

Вони являють собою систему $n + m$ рівнянь, з якої можуть бути визначені $x_i, i = 1, \dots, n$, $\lambda_j, j = 1, \dots, m$. Точний доказ умов Лагранжа викладається у спеціальних керівництвах [11]. Пояснити зміст методу можна таким чином. З одного боку, для всіх x , які задовольняють обмеження $h_j(x) = 0, j = 1, \dots, m$, зрозуміло, $L = (x, \lambda) = f(x)$. З іншого боку, точка екстремуму функції Лагранжа також задовольняє ці умови (друге рівняння (2.1)). Тому, знаходячи екстремум $L(x, \lambda)$, одночасно одержуємо й умовний екстремум $f(x)$. Для вирішення питання про наявність у стаціонарній точці локального екстремуму необхідно в задачі на умовний екстремум розкласти функцію Лагранжа в ряд Тейлора за умови задоволення зв'язків $h_j(x) = 0$

$$\begin{aligned} f(\hat{x} + \xi) - f(\hat{x}) &= L(\hat{x} + \xi, \hat{\lambda}) - L(\hat{x}, \hat{\lambda}) = \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial L}{\partial x_i} \xi_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{\partial^2 L}{\partial x_i \partial x_j} \xi_i \xi_j + o(\|\xi\|^2), \end{aligned} \quad (2.3)$$

причому згідно з (2.2) перший доданок у правій частині дорівнює нулю.

Розкладання функції $h_j(x)$ в ряд Тейлора в околі стаціонарної точки \hat{x} дає

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial h_j}{\partial x_i} \xi_i + o(\|\xi\|^2) = 0, \quad j = 1, \dots, m. \quad (2.4)$$

Нехтуючи членами вищого порядку малості, запишемо (2.3), (2.4) у вигляді

$$f(\hat{x} + \xi) - f(\hat{x}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{\partial^2 L}{\partial x_i \partial x_j} \xi_i \xi_j ; \quad (2.5)$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial h_j}{\partial x_i} \xi_i = 0, \quad j = 1, \dots, m.$$

Якщо із другого рівняння (2.5) можна виразити залежні змінні ξ_i , $i = 1, \dots, m$ через незалежні ξ_k , $k = m+1, \dots, n$, то, підставивши їх у перше рівняння (2.5), одержимо квадратичну форму відносно незалежних збільшень ξ_{m+1}, \dots, ξ_n . Для того щоб стаціонарна точка \hat{x} була локальним умовним мінімумом (максимумом) досить, щоб вона була позитивно (негативно) визначеною.

Приклад. Дослідити на умовний екстремум функцію $f(x) = x_2$

при зв'язку $h_1(x) = x_2 - x_1^2$. Тут $n = 2$, $m = 1$.

Функція Лагранжа має вигляд

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{j=1}^m \lambda_j h_j(x) = x_2 + \lambda(x_2 - x_1^2).$$

Знаходимо умови екстремуму

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = -2\lambda x_1 = 0; \quad \frac{\partial L}{\partial x_2} = 1 + \lambda = 0; \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = x_2 - x_1^2 = 0, \quad \text{звідки}$$

$$\hat{\lambda} = -1, \quad \hat{x}_1 = \hat{x}_2 = 0.$$

Умови (2.5) записуються в такий спосіб:

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^1 \frac{\partial^2 L}{\partial x_i \partial x_j} \xi_i \xi_j = -\hat{\lambda} \xi_1^2 = \xi_1^2;$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial h_j}{\partial x_i} \xi_i = \sum_{i=1}^2 \frac{\partial h_1}{\partial x_i} \xi_i = -2\hat{x}_1 \xi_1 + \xi_2 = \xi_2 = 0.$$

Очевидно, що квадратична форма позитивно визначена, тоді виходить у точці $\hat{x}_1 = \hat{x}_2 = 0$ досягається мінімум.

2.1.4. Оптимізація при обмеженнях у вигляді нерівностей

Класичні методи відшукування умовного й безумовного екстремумів функцій, що розглянуті у підрозд. 2.1.2, 2.1.3, у деяких випадках дозволяють вирішувати й задачу з обмеженнями у вигляді нерівностей.

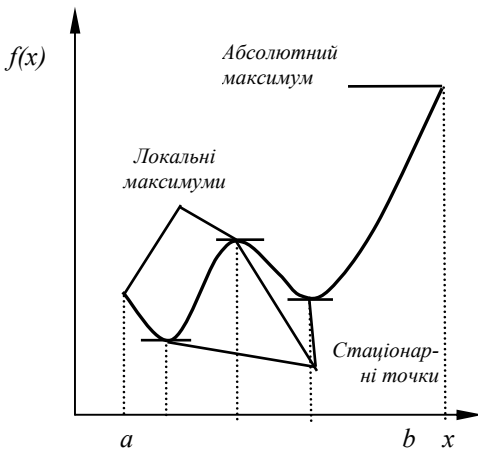


Рис. 2.3. До визначення екстремуму однієї змінної в інтервалі $[a, b]$

Нехай поставлено задачу відшукування максимуму функції однієї змінної $f(x)$ на відрізку $a \leq x \leq b$. Використовуючи необхідні умови екстремуму, знаходимо корені рівняння $f'(x) = 0$, що лежать усередині інтервалу $[a, b]$; перевіряємо достатні умови максимуму $f''(\hat{x}) < 0$ й вибираємо точки, відповідні до максимуму.

Крім того, обчислюємо значення функції на границях відрізка, де вона може приймати більші значення, ніж усередині інтервалу (рис. 2.3).

Перейдемо тепер до випадку декількох змінних і розглянемо задачу оптимізації: знайти максимум $f(x)$, $x \in E^n$ при обмеженнях

$$\begin{aligned} h_j(x) &= 0, \quad j = 1, \dots, m < n; \\ x_i &\geq 0, \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (2.6)$$

На першому етапі рішення за допомогою методу множників Лагранжа знаходимо всі стаціонарні точки, що лежать у позитивному октанті n -вимірного простору й виділяємо з них точки максимуму на підставі достатньої умови екстремуму. Потім досліджуємо границю позитивного октанта, прирівнюючи по чергову до нуля у можливих комбінаціях одну, дві, ..., $n - m + 1$ змінних і вирішуючи щоразу оптимізаційну задачу з обмеженнями у вигляді рівностей. У результаті такого обчислювального процесу, трудомісткість якого очевидна, вибирається найбільший із усіх максимумів.

Більш загальна задача, тобто знайти максимум

$$f(x), \quad x \in E^n \quad (2.7)$$

при обмеженнях $h_j(x) = 0$, $j = 1, \dots, m$; $g_i(x) \geq 0$, $i = 1, \dots, p$, може бути зведена до тільки що розглянутої введенням додаткових змінних y_i , $i = 1, \dots, p$, таких, щоб

$$g_i(x) - y_i = 0, \quad y_i \geq 0. \quad (2.8)$$

Екстремум може досягатися всередині області, де $y_i > 0$, або на її границях, де $y_i = 0$, $i = 1, \dots, p$. Функція Лагранжа для задачі умовної оптимізації (2.7), (2.8) має вигляд

$$L(x, y, \lambda) = f(x) + \sum_{j=1}^m \lambda_j h_j(x) + \sum_{i=1}^p \lambda_{m+i} (g_i(x) - y_i).$$

У точці оптимуму її часткові похідні за x_j, y_j, λ_j дорівнюють нулю, у тому числі

$$\frac{\partial L}{\partial y_j} = \hat{\lambda}_{m+j} = 0, j = 1, \dots, p.$$

Ця умова означає, що якщо в точці екстремуму $\hat{y}_j > 0$, то $\hat{\lambda}_{m+j} = 0$, навпаки, при $\hat{y}_j = 0$, тобто на границі області, $\hat{\lambda}_{m+j} \neq 0$, тому що відповідне обмеження треба враховувати. Таким чином, доведена властивість $\hat{y}_j \frac{\partial L}{\partial y_j} = 0, j = 1, \dots, p$. Очевидно, що задача (2.7), (2.8) повністю ідентична (2.6) і може вирішуватися тим же способом.

Для задачі можуть бути написані необхідні умови оптимальності (узагальнене правило множників Лагранжа), що вкрай рідко використовуються через складність рішення отримуваної системи рівнянь.

2.2. Нелінійне програмування

2.2.1. Предмет нелінійного програмування

Нелінійне програмування – розділ прикладної математики, що займається відшукуванням екстремуму функції багатьох змінних за

наявності нелінійних обмежень у вигляді рівностей і нерівностей, тобто рішенням задачі (2.7), розглянутої в підрозд. 2.1.4. Класичні методи оптимізації входять у нього разом з такими дисциплінами, як лінійне, квадратичне, сепарабельне програмування. Однак найбільший практичний інтерес для нас представляють *чисельні*, або *прямі*, *методи* нелінійного програмування, особливо інтенсивно розроблювані в останні роки. Жоден із запропонованих алгоритмів не є абсолютно кращим, тому вибір того або іншого чисельного методу зумовлюється змістом конкретної задачі, яку доводиться вирішувати. Чисельні методи класифікуються за деякими особливостями постановки задачі (без обмежень, з обмеженнями у вигляді рівностей, нерівностей і т.ін.), за характером методів рішення (наприклад, з використанням або без використання похідних), за типом обчислювальних машин, мовою програмування й т.ін. [10].

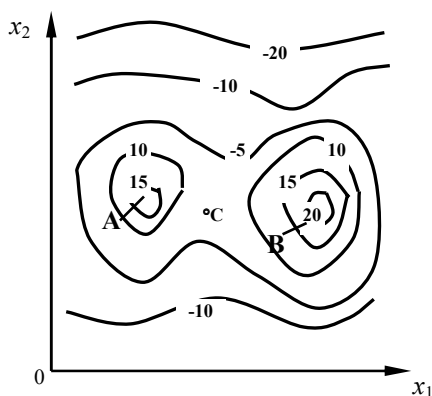


Рис. 2.4. Лінії рівня функції двох змінних

Задача оптимізації у випадку двох незалежних змінних має наочний геометричний зміст. У площині змінних x_1 , x_2 цільова функція $f(x)$ може бути задана своїми *лініями рівня* (рис. 2.4). Біля

кожної з них ставиться число – значення функції. Подібно до цього, як це прийнято в топографії, можна говорити про вершини (екстремуми) функції, яри, плато й інші особливості. Зокрема, точки A , B позначають локальні екстремуми, причому другий з них є глобальним, згущення ліній рівня свідчить про наявність обриву, а їх розрідження означає рівнину або плато. У точці C досягається мінімум по координаті x_1 й максимум – по x_2 , тобто C є *сідловою точкою*. Обмеження у вигляді рівностей і нерівностей також наочно представляються в площині незалежних змінних.

2.2.2. Пошук екстремуму функції однієї змінної

Ряд методів відшукування екстремуму функції багатьох змінних використовує як складову частину процедуру **одновимірної оптимізації**. У випадку багатоекстремальної функції однієї змінної єдиним правильним методом відшукування глобального екстремуму є безпосередній *перебір* ряду значень із якимсь кроком в області її зміни. Очевидно, що чим різкіше може змінюватися функція, тим більш дрібним повинен вибиратися крок сітки. Після приблизного визначення околу екстремуму приступають до пошуку його точного значення. Для цієї мети служать алгоритми одновимірного пошуку екстремуму унімодальних функцій у заданому інтервалі.

Одним з найбільш ефективних є так званий **метод золотого поділу**. Нагадаємо, що якщо відрізок розділити на дві частини таким чином, щоб відношення довжини меншої до більшої рівнялося відношенню довжини більшої частини до довжини всього відрізка, одержимо так званий золотий поділ, рівний приблизно 0,38:0,62.

Метод золотого поділу саме й ґрунтується на багаторазовому розподілі інтервалу невизначеності, тобто інтервалу, у якому знахо-

диться екстремум, у відповідному відношенні. Послідовність роботи алгоритму при пошуку максимуму зрозуміла з рис. 2.5.

Нехай у деякому наближенні відомий інтервал Δ_i , у якому перебуває екстремум функції. Ділимо його точками y_1^i, y_2^i в пропорції золотого поділу. Якщо $f(y_2^i) > f(y_1^i)$, відкидаємо x_2^i , позначаємо $x_2^{i+1} = y_2^i$, ділимо відрізок Δ_{i+1} у пропорції золотого поділу і т.д.

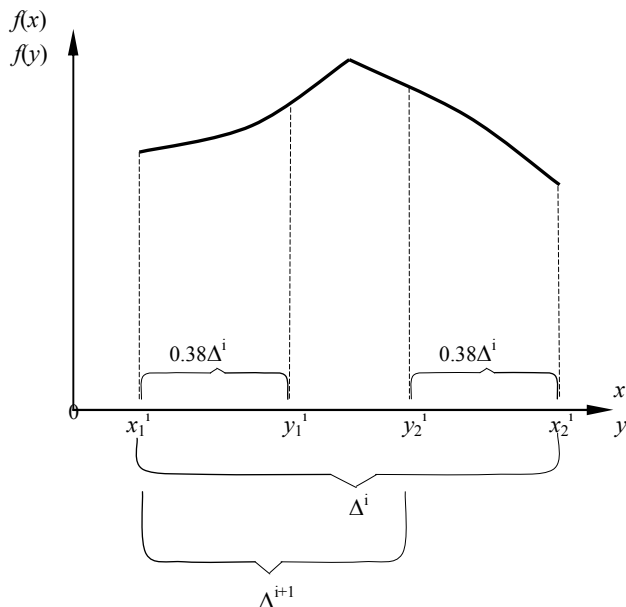


Рис. 2.5. До пошуку екстремуму функції однієї змінної методом золотого поділу

Для зменшення інтервалу невизначеності у 100 разів потрібно 11 обчислень, у 10 000 разів – 21 обчислення. Для порівняння відзначимо, що **метод половинного поділу** (дихотомії) приводить до відповідного звуження інтервалу за 14 і 28 обчислень функції.

Перевага методу золотого поділу полягає в тому, що він однаково добре працює для гладких і негладких функцій, як на рис. 2.5. Виявлено, що у випадку гладких функцій за допомогою апроксимації поліномами вдається трохи швидше визначити екстремум при тій же точності, що й методом золотого поділу.

Якщо функція, що оптимізується, визначена й унімодальна на всій числовій осі, немає необхідності турбуватися про вибір початкового інтервалу невизначеності. Наприклад, у **методі Девіса, Свенна й Кемпі** (скорочено ДСК), починаючи з деякої точки, робляться зростаючі кроки доти, поки не буде пройдений екстремум, а потім проводиться квадратична інтерполяція на підставі інформації про функцію в останніх трьох точках і визначається екстремум інтерполяційного полінома. В **алгоритмі Пауелла** квадратичний інтерполяційний поліном проводиться через три довільні точки, знаходиться приблизно екстремум, відкидається одна з чотирьох точок і процедура повторюється до досягнення збіжності. Найбільш ефективною виявляється комбінація описаних алгоритмів, або так званий метод ДСК – **Пауелла**. Відповідно до нього спочатку за алгоритмом ДСК шукається інтервал, у якому перебуває екстремум, вибираються три точки й через них проводиться парабола. Наближене значення в точці екстремуму обчислюється, як і в методі Пауелла:

$$\hat{x} = \frac{1}{2} \frac{(x_2^2 - x_3^2)f(x_1) + (x_3^2 - x_1^2)f(x_2) + (x_1^2 - x_2^2)f(x_3)}{(x_2 - x_3)f(x_1) + (x_3 - x_1)f(x_2) + (x_1 - x_2)f(x_3)}.$$

Якщо значення функції в точці \hat{x} й оптимальне зі значень $f(x_1), f(x_2), f(x_3)$ різняться менше, чим на задану точність, закінчують обчислення, інакше кажучи, відкидають гіршу із точок x_1, x_2, x_3, \hat{x} і проводять нову параболу. Для функцій, досить близь-

ких до квадратичних, ефективність методу ДСК – Пауелла дуже висока: як правило, рішення з точністю $10^{-5} \dots 10^{-6}$ досягається за 6 – 8 обчислень цільової функції.

Пауеллом запропонований також **метод кубічної інтерполяції** для знаходження екстремуму функції однієї змінної.

2.2.3. Методи оптимізації без обмежень

Розглянемо задачу відшукування максимуму функції багатьох змінних без обмежень. Знайти максимум $f(x)$, $x \in E^n$. Одними з найбільш відомих є **градієнтні методи** рішення цієї задачі. Вони ґрунтуються на тому, що просування до екстремуму цільової функції в просторі E^n здійснюється за правилом

$$x_{k+1} = x_k + \Delta x_k. \quad (2.9)$$

Тут Δx_k – вектор переходу із точки x_k в точку x_{k+1} , $\Delta x_k = \lambda_k s_k$, де s_k – одиничний вектор у напрямку Δx_k ; λ_k – скаляр.

Вектор s_k задає черговий напрямок пошуку, а λ_k – довжину кроку в цьому напрямку. Очевидно, λ_k слід вибирати таким чином, щоб якнайближче просунутися до екстремуму. Використовуються різні способи вибору напрямку пошуку. Найпростіший з них полягає в тому, що із точки x_k проводиться рух у напрямку найбільшого збільшення $f(x_k)$, тобто в напрямку градієнта функції в даній точці. Згідно з цим методом, названим **методом найшвидшого спуску**,

$$s_k = \frac{\nabla f(x_k)}{\|\nabla f(x_k)\|}, \quad \text{де } \|\nabla f(x_k)\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f(x_k)}{\partial x_i} \right)^2},$$

а формула переходу з x_k у x_{k+1} має вигляд

$$x_{k+1} = x_k + \lambda_k \frac{\nabla f(x_k)}{\|\nabla f(x_k)\|}. \quad (2.10)$$

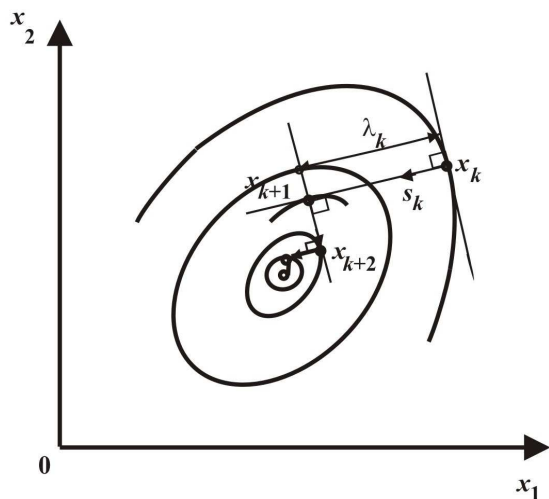


Рис. 2.6. Геометрична інтерпретація пошуку екстремуму функції методом найшвидшого спуску

Розглянемо геометричну інтерпретацію методу найшвидшого спуску у випадку двох змінних (рис. 2.6). Перехід за формулою (2.10) не дозволяє прийти в точку екстремуму за один крок; процедуру слід повторювати багаторазово доти, поки не буде досягнутий максимум, тобто виконається умова $\|\nabla f\| = 0$. Обчислення часткових похідних функції в точках x_k у загальному випадку здійснюється чисельно. Крок пошуку можна вибирати постійним, але краще

визначати його з умови $\max_{\lambda_k} f(x_k + \lambda_k s_k)$ з використанням розглянутих раніше методів одновимірного пошуку. Напрямок градієнта, як відомо, завжди ортогональний лінії рівня: при оптимальному виборі кроку ще ортогональні й сусідні напрямки пошуку.

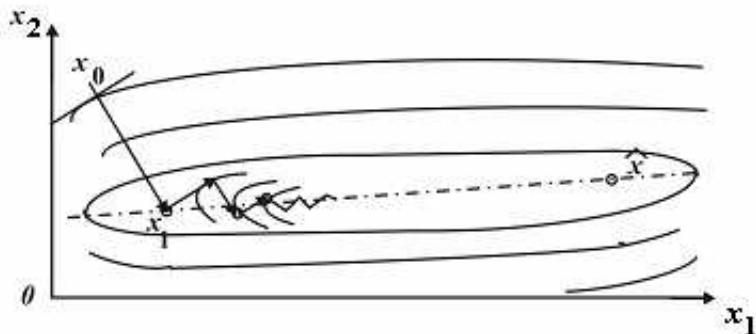


Рис. 2.7. Траєкторія методу найшвидшого спуску при оптимізації яружної функції

Теорія показує, а практика розрахунків підтверджує, що метод найшвидшого спуску малоефективний у тих випадках, коли лінії рівня цільової функції сильно витягнуті, тобто мають місце глибокі яри при пошуку мінімуму або хребти при пошуку максимуму (рис. 2.7). З рисунка випливає, що напрямок найшвидшого спуску виявляється майже ортогональним найкращому напрямку пошуку, як наслідок цього оптимальний крок увесь час зменшується й алгоритм «застрягне», не дійшовши до екстремуму. Виходом із цієї ситуації може бути таке масштабування змінних, при якому лінії рівня отримали б вигляд, близький до кіл.

З метою скорочення кількості обчислень цільової функції, пов'язаних із чисельним визначенням часткових похідних, іноді засто-

совують **метод покоординатного спуску**, який називають ще релаксаційним, або **методом Гаусса – Зайделя** (рис. 2.8). Нехай s_i – одиничний орт осі x_i , а $x = \{x_1, \dots, x_n\}$ – початкова точка пошуку. Одна ітерація методу покоординатного спуску полягає в здійсненні n кроків: $x_{k+1} = x_k + \lambda_k s_k$, $k = 1, \dots, n$. Крок, як і в методі найшвидшого спуску, визначається з умови $\max_{\lambda_k} f(x_k + \lambda_k s_k)$. Методу Гаусса – Зайделя властивий той же недолік, що й методу найшвидшого спуску, – погана збіжність при наявності ярів.

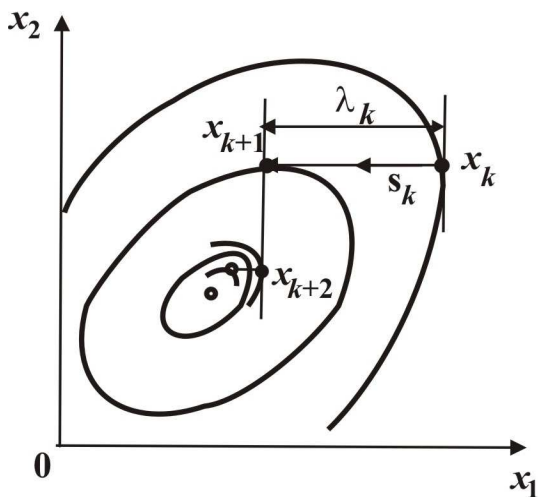


Рис. 2.8. Геометрична інтерпретація пошуку екстремуму функції методом покоординатного спуску

Один зі способів подолання обчислювальних труднощів, пов'язаних з яружною структурою цільової функції, припускає використання інформації не тільки про її першу похідну, але й

більш високого порядку, що міститься в інших часткових похідних. Довільна функція може бути подана у вигляді квадратичної розкладанням її в ряд Тейлора в околі точки x

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \nabla^T f(x) \Delta x + \frac{1}{2} (\Delta x)^T H(x) \Delta x .$$

Мінімум у напрямку Δx отримується диференціюванням за кожним з компонентів вектора Δx , що дає

$$\Delta x = -H^{-1}(x) \nabla f(x) . \quad (2.11)$$

Якщо підставити (2.11) в (2.9), одержимо вираз для точки мінімуму квадратичної функції

$$x = x - H^{-1}(x) \nabla f(x) . \quad (2.12)$$

У випадку, коли цільова функція із самого початку є квадратичною, оптимальна точка знаходиться за один крок, якщо ж функція довільна, це зробити не вдається й для досягнення мінімуму слід багаторазово користуватися формулою (2.12)

$$x_{k+1} = x_k - H^{-1}(x_k) \nabla f(x_k) . \quad (2.13)$$

Ще краще за аналогією із градієнтами замість (2.13) використувати співвідношення

$$x_{k+1} = x_k + \lambda_k s_k = x_k + \lambda_k \frac{H^{-1}(x_k) \nabla f(x_k)}{\|H^{-1}(x_k) \nabla f(x_k)\|} , \quad (2.14)$$

а крок λ_k вибирати з умови мінімуму $\min_{\lambda_k} f(x_k + \lambda_k s_k)$.

Рівняння (2.13) або (2.14) застосовуються ітеративно до досягнення критерію закінчення процесу обчислень, названого **методом Ньютона**. Труднощі використання алгоритму Ньютона пов'язані, по-перше, з перетворенням матриці Гессе, а по-друге, з обчисленням других часткових похідних, що обмежує його практичне використання [10].

Методи сполучених напрямків позбавлені недоліків градієнтних методів і за швидкістю збіжності наближаються до методу Ньютона. У той же час вони є методами першого порядку, як і градієнтні. Додатно визначена квадратична форма n змінних мінімізується методами сполучених напрямків не більше ніж за n кроків. Методи сполучених напрямків градієнтів придатні й для мінімізації неквадратичних функцій, тільки при цьому вони стають ітераційними.

Два вектори x, y у просторі E^n називаються сполученими відносно матриці H , якщо $x^T H y = 0$. Розглянемо квадратичну функцію n змінних

$$f(x) = a + x^T b + \frac{1}{2} x^T H x \quad (2.15)$$

з додатно визначеною матрицею H . Застосуємо для мінімізації функції $f(x)$ ітераційний процес $x_{k+1} = x_k + \lambda_k s_k$. Напрямок спуску на k -му кроці s_k є одним з векторів системи сполучених векторів s_0, s_1, \dots, s_{n-1} . Якщо вибрати λ_k з умови мінімуму

$f(x_k + \lambda_k s_k)$, тобто $\frac{\partial f(x_k + \lambda_k s_k)}{\partial \lambda_k}$, то, диференціюючи за кроком (2.15), одержуємо

$$\lambda_k = -\frac{\nabla^T f(x) s_k}{s_k^T H s_k}. \quad (2.16)$$

Застосовуючи формули (2.15), (2.16), на n -му кроці ітераційного процесу знаходимо

$$x_n = x_0 + \sum_{k=0}^{n-1} \lambda_k s_k = x_0 - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\nabla^T f(x) s_k}{s_k^T H s_k} s_k. \quad (2.17)$$

Можна сказати, що точка x_n є точним мінімумом функції $f(x)$, тобто $x_n = \hat{x} = -H^{-1}b$, і виходить, що процес (2.17) з вибором λ_k за (2.16) дійсно дає можливість знайти мінімум квадратичної функції за n кроків.

Існують різні способи побудови сполучених напрямків. Зокрема, Флетчером і Рівсом запропонований метод, названий **методом сполучених градієнтів**, згідно з яким наступний напрямок пошуку є лінійною комбінацією напрямку найшвидшого спуску й попереднього напрямку, тобто

$$s_k = -\nabla f(x_k) + \beta_{k-1} s_{k-1}. \quad (2.18)$$

Як початковий напрямок пошуку вибирається $s_0 = -\nabla f(x_0)$. Вагові коефіцієнти β_{k-1} визначаються таким чином, щоб напрямки s_0, s_1, \dots, s_{n-1} були сполученими. Можна показати, що

$$\beta_{k-1} = \frac{\|\nabla f(x_k)\|^2}{\|\nabla f(x_{k-1})\|^2}.$$

Оскільки напрямок пошуку є сполученим, для квадратичної функції метод Флетчера – Рівса приводить до рішення не більше ніж за n кроків. У випадку довільної функції після кожних n кроків рекомендується «оновляти» напрямок пошуку, починаючи $s_n = -\nabla f(x_n)$, і повторювати процес (2.17) із заміною x_0 на x_n . Підходи до відшукування екстремуму функцій із застосуванням її похідних розглянутими методами не вичерпуються. Їхній опис можна знайти в спеціальній літературі [10, 11].

Деякі методи зовсім не використовують похідних функцій, а напрямок оптимізації в них визначається тільки на підставі послідовних обчислень цільової функції. У тих випадках, коли досить складно визначити похідні цільової функції, **алгоритми пошуку**, описані в підрозд. 2.3, можуть мати більшу перевагу. В одновимірному випадку аналогом методу пошуку є метод золотого поділу, а методу, що використовує похідні, – метод ДСК – Пауелла.

Як бачимо, існує безліч методів відшукування безумовного екстремуму функції багатьох змінних і їх список далеко не обмежується описаними вище. Таке різноманіття свідчить про те, що не існує абсолютно кращого алгоритму. При виборі методу слід урахувати специфіку розв'язуваної задачі й звертатися до більш складних процедур тільки в тому випадку, коли більш прості виявляються неефективними. Ефективність того або іншого методу при рішенні оптимізаційної задачі прийнято оцінювати за кількістю обчислень цільової функції, необхідних для досягнення заданої точності. Алгоритми оптимізації проходять попереднє випробування на спеціально скла-

дених *тестових задачах*, що мають складну форму поверхонь рівня, зокрема вигнуті яри. Наведемо лише дві найбільш відомі тестові задачі:

функція Розенброка

$$f(x) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2,$$

початковий вектор $\{-1, 2; 1\}$, рішення $\hat{x} = \{1; 1\}$, $f(\hat{x}) = 0$;

функція Вуда

$$f(x) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2 + 90(x_4 - x_3^2)^2 + (1 - x_3)^3 + \\ + 10,1[(x_2 - 1)^2 + (x_4 - 1)^2] + 19,8(x_2 - 1)(x_4 - 1),$$

початковий вектор $\{-3; -1; -3; -1\}$, рішення $\hat{x} = \{1; 1; 1; 1\}$, $f(\hat{x}) = 0$.

За нашими даними, методом сполучених градієнтів у комбінації з одновимірним пошуком ДСК – Пауелла екстремум функції Розенброка знаходиться за 28 ітерацій, або 282 обчислення цільової функції, причому $f(\hat{x}) \approx 10^{-7}$, а екстремум функції Вуда – за 29 ітерацій, або 438 обчислень цільової функції при тій же точності.

2.2.4. Методи оптимізації за наявності обмежень

Крім описаного раніше методу множників Лагранжа, для відшукування екстремуму функцій за наявності обмежень розроблений ряд числових методів. Перший підхід до побудови алгоритмів умовної оптимізації полягає в монотонному русі до оптимуму цільової функції й наближені при цьому до точного або наближеного задоволення обмежень. Методи цього типу досить численні, однак складність, недостатня універсальність і великий обсяг обчислень обмежують їхнє застосування в практичних розрахунках.

Більш витончені, прості в реалізації й ефективні методи, основані на зведенні задач з обмеженнями до рішення послідовності за-

дач безумовної оптимізації, – так звані **методи штрафних функцій**. Існує кілька варіантів цих методів. Почнемо їхній розгляд з *методу внутрішньої точки* для задачі з обмеженнями-нерівностями:

$$\begin{aligned} &\text{знайти максимум } f(x), \quad x \in E^n \\ &\text{при обмеженнях } g_j(x) \geq 0, j = 1, \dots, p. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Для визначення умовного екстремуму будується так звана приєднана цільова функція

$$I_k^*(x, \Lambda_k) = f(x) - \Lambda_k \sum_{j=1}^p \frac{1}{g_j(x)}, \quad (2.20)$$

де Λ_k – число, назване штрафним коефіцієнтом; $\sum_{j=1}^p \frac{1}{g_j(x)}$ – штрафна функція. Алгоритм рішення задачі (2.19) полягає у такому [11]: вибирається припустима точка x_0 , у якій усі $g_j(x_0) \geq 0$ і послідовність позитивних штрафів Λ_k , що монотонно убуває, для кожного $k = 1, 2, \dots$, починаючи із точки \hat{x}_{k-1} , вирішується задача безумовної оптимізації функції (2.20).

Якщо для кожного k можливо знайти максимум I_k^* за x , послідовність $\{\hat{x}_k\}$ зводиться до рішення задачі (2.19).

Приклад. Знайти максимум $f(x) = 4 - x$ при обмеженнях $x - 2 \geq 0$.

Приєднана цільова функція має вигляд

$$I_k^*(x, \Lambda_k) = 4 - x - \Lambda_k / (x - 2).$$

Для визначення її екстремуму за x робимо диференціювання

$$I_k^* = -1 + \Lambda_k / (x-2)^2 = 0, \text{ звідки}$$

$$\hat{x}_k = 2 + \sqrt{\Lambda_k}, \quad I_k^*(\hat{x}_k, \Lambda_k) = 2(1 - \sqrt{\Lambda_k}).$$

З останніх формул видно, що при наближенні Λ_k до нуля \hat{x}_k наближається до рішення задачі $\hat{x} = 2, f(\hat{x}) = 2$ (рис. 2.9).

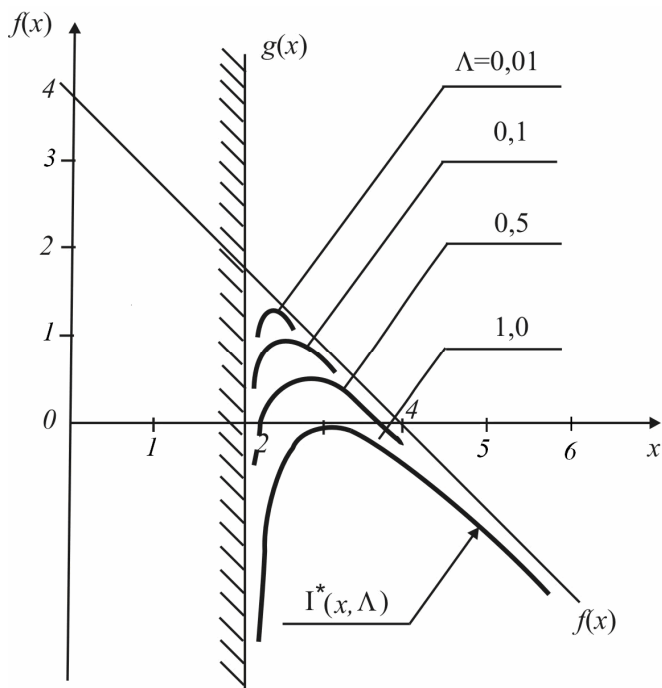


Рис. 2.9. До відшукування екстремуму за допомогою методу внутрішньої точки

Організація чисельного пошуку максимуму функції (2.20) повинна бути такою, щоб точка x не залишала припустимої області.

Цього недоліку не має позбавлений *метод зовнішніх штрафних функцій*, який для задачі вигляду (2.19) припускає побудову приєднаної цільової функції

$$I_k^*(x, \Lambda_k) = f(x) - \Lambda_k \sum_{j=1}^p (g_j^+(x))^2, \quad (2.21)$$

де $g_j^+(x) = \min\{0, g_j(x)\}$. Таким чином, усередині припустимої області, де $g_j(x) \geq 0$, $g_j^+(x) = 0$, а поза нею $g_j^+(x) = g_j(x)$. На відміну від (2.20) функція (2.21) визначена при всіх $x \in E^n$.

Алгоритм рішення задачі полягає у такому [11]: береться довільна точка x_0 й монотонно зростаюча послідовність чисел $\Lambda_k \rightarrow \infty$; для $k = 1, 2, \dots$, починаючи з \hat{x}_{k-1} , розв'язується задача безумовної оптимізації функції (2.21), у результаті чого визначається нове наближення \hat{x}_k .

Можна показати [12], що послідовність точок \hat{x}_k сходиться до рішення задачі (2.21), тільки на відміну від методу внутрішньої точки рух до екстремуму відбувається поза припустимою множиною, звідки й походить назва методу зовнішніх штрафних функцій. Цей метод можна застосовувати також і до загальної задачі нелінійного програмування (2.1), для чого використовується приєднана цільова функція

$$I_k^*(x, \Lambda_k) = f(x) - \Lambda_k \left[\sum_{j=1}^m h_j^2(x) + \sum_{j=1}^p (g_j^+(x))^2 \right]. \quad (2.22)$$

Алгоритм рішення залишається таким же, як і для задачі (2.21).

Рішення задач нелінійного програмування з обмеженнями методами штрафних функцій ускладнюється тим, що в міру збільшення штрафного коефіцієнта функція (2.22) набуває усе більш вираженої яружної структури. Як було показано раніше, не всі методи безумовної оптимізації можуть упоратися з рішенням подібних задач, у зв'язку з чим вибір методу відшукування екстремуму приєднаної цільової функції має принципове значення. Важливе значення має також стратегія зміни штрафного коефіцієнта, тому що, якщо вибрати його відразу великим, добре задовольняються обмеження задачі, але не поліпшується цільова функція. Навпаки, при занадто малих значеннях Λ_k відбувається рух убік поліпшення цільової функції, але практично не приймається до уваги обмеження, що може привести до виходу в такі області E^n , де цільова функція або обмеження не визначені.

Наприклад, якщо в цільовій функції або обмеженнях присутні члени виду x^a , неприпустиме попадання в зону з $x \leq 0$. Позбутися *зональної невизначеності*, що приводить у розрахунках на ЕОМ до аварійних ситуацій, іноді можна введенням підходящої заміни змінних. Зокрема, для задоволення умови $x > 0$ підходить заміна $x = e^z$, де вже $z \in E^1$. Якщо подібний прийом неможливий, слід ретельно підбирати такі константи методів безумовного пошуку, як довжина кроку в напрямку спуску, зміна цього кроку, щоб у процесі одновимірного пошуку вектор змінних не залишав області, де цільова функція й обмеження задачі визначені.

На закінчення зупинимося на можливостях використання методів нелінійної оптимізації з метою рішення систем нелінійних рівнянь.

Нехай у задачі (2.1) відсутні обмеження у вигляді нерівностей, а число змінних дорівнює числу обмежень у вигляді рівностей, тобто фактично маємо задачу рішення системи m рівнянь із m невідомими. Складемо функцію

$$I^* = - \sum_{j=1}^m h_j^2(x) \quad (2.23)$$

і знайдемо її максимум. Якщо існує рішення системи рівнянь $h_j(x) = 0, j = 1, \dots, m$, то, мабуть, одночасно з максимумом I^* знаходимо корінь системи рівнянь. Зокрема, якщо функції $h_j(x)$ лінійні, функція (2.23) виходить квадратичною й може бути ефективно вирішена методом Ньютона або сполучених градієнтів. Заміна задачі рішення системи лінійних рівнянь задачею на екстремум виправдана в тих випадках, коли матриця системи погано обумовлена (наприклад, у задачі апроксимації за методом найменших квадратів) і не піддається рішенням звичайними методами, зокрема, методом виключення.

Величини $h_j(x)$ в задачі (2.23) називають *відхилами*, а рішення системи нелінійних рівнянь замінюється *мінімізацією суми квадратів відхилів*.

Наведемо ілюстрацію цього способу рішення рівнянь на прикладі випадку однієї змінної. Згідно з рис. 2.10, якщо рівняння $h(x) = 0$ має один корінь x_0 , він співпадає з точкою глобального максимуму функції $-h^2(x)$.

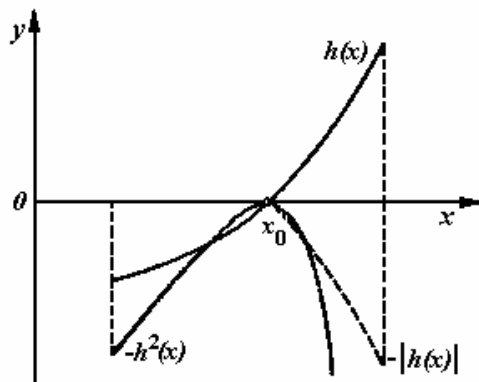


Рис. 2.10. Рішення рівняння з однією змінною шляхом мінімізації відхилів

У практичних розрахунках при рішенні рівняння з одним невідомим зручно робити пошук методом золотого поділу в інтервалі, де знаходиться один корінь. Замість функції $-h^2(x)$ можна також брати $-|h(x)|$.

2.3. Методи прямого пошуку

Для ряду задач оптимізації цільова функція може визначатися шляхом рішення складної крайової задачі. У цьому випадку застосування градієнтних методів часто виявляється незручним з кількох причин. По-перше, рішення систем різницевих рівнянь уже саме по собі, як правило, є досить трудомістким процесом, не говорячи вже про обчислення часткових похідних від цільової функції, яке може бути виконане тільки чисельно й, очевидно, з досить великими похибками. По-друге, самі чисельні рішення різницевих рівнянь неминуче мають похибки, причому далеко не завжди систематичні, що

може різко погіршити збіжність градієнтних методів. Тому у ряді випадків для рішення задач оптимізації доцільно застосовувати методи прямого пошуку оптимального рішення. Деякі з цих методів, опираючись на евристичне подання можливого рельєфу цільової функції, визначають детерміністичну стратегію пошуку локального екстремуму. Інші, так звані стохастичні методи, такі як генетичний алгоритм, використовують аналогію з еволюційними процесами для знаходження глобального екстремуму цільової функції. У цілому, методи пошуку не завжди точно математично обґрунтовані, проте виявляються незамінними при рішенні ряду практичних задач оптимізації.

2.3.1. Метод прямого пошуку Хука–Джівса

Метод Хука–Джівса [13] є класичним прикладом методів пошуку. Цей метод можна розглядати як варіант методу покоординатного спуску [14], який включає алгоритм прискорення пошуку екстремуму, оснований на аналізі інформації, отриманої на попередніх вдалих ітераціях. Спочатку обчислюється значення $f(x)$ в базисній (початковій) точці, яка являє собою початковий вектор передбачуваних шуканих значень незалежних змінних у першому циклі.

Потім у циклічному порядку змінюється кожна змінна (щоразу тільки одна) на обрані величини збільшень, поки всі незалежні змінні не будуть у такий спосіб змінені, що завершує один пошук, який досліджується. На кожному кроці або здвигу за незалежною змінною значення цільової функції порівнюється з її значенням у попередній точці. Якщо цільова функція поліпшується на даному кроці, то її попереднє значення замінюється на нове при наступних порівняннях. Однак, якщо наведене збурення за вектором x невіддале, то зберігається попереднє значення $f(x)$. Алгоритм методу для двовимірної завдання оптимізації схематично показаний на рис. 2.11 і 2.12.

З початкової точки \bar{x}_k ітерації k виконуються пробні кроки x_k^i у всіх можливих координатних напрямках. Крок вважається вдалим, якщо в його результаті значення цільової функції покращилося (зменшилося, якщо шукається мінімум, або збільшилося, якщо шукається максимум) порівняно зі значенням у початковій точці. Вдалі кроки на рис. 2.11 показані чорними кружочками й суцільними лініями. Якщо в результаті пробного кроку значення цільової функції не покращилося, такий крок називається невдалим і рух на даній ітерації в цьому напрямку відкидається. Невдалі кроки позначені на рис. 2.11 білими кружочками й штриховими лініями.

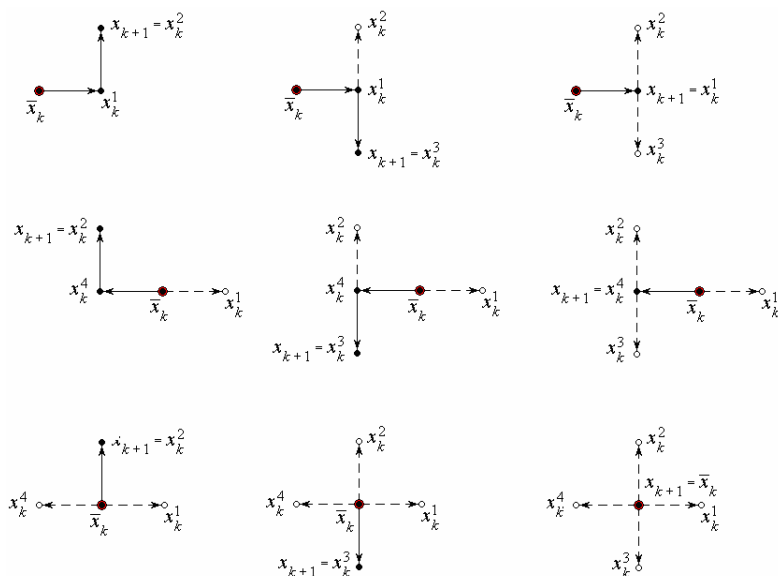


Рис. 2.11. Послідовність покоординатного спуску на основному етапі методу Хука–Джівса для двовимірної задачі оптимізації

Очевидно, що крок, який привів у точку \bar{x}_k , був удалим. Ітерація містить у собі хоча б один, але не більше двох різноспрямованих кроків за кожним з координатних напрямків. Якщо в результаті ітерації k вдалося поліпшити значення цільової функції, то ітерація вважається виконаною вдало й початковою точкою x_{k+1} ітерації $k+1$ стає точка x_k^i , у якій зазначене поліпшення досягнуте.

Приклад. Максимізувати цільову функцію

$$f(x) = \frac{1}{(x_1 + 1)^2 + x_2^2},$$

починаючи із $\bar{x}_0 = [2,00 \ 2,80]^T$ із початковим Δx , рівним $[0,60 \ 0,84]^T$.

Вихідне значення $f(2,00; 2,80)$ у початковій точці \bar{x}_0 рівне 0,059.

Округляємо вдалиий напрямком:

$$x_1^{(1)} = 2,0 + 0,60 = 2,60, \quad f(2,60; 2,80) = 0,048 \text{ (невдача);}$$

$$x_1^{(1)} = 2,0 - 0,60 = 1,40, \quad f(1,40; 2,80) = 0,073 \text{ (успіх);}$$

$$x_2^{(1)} = 2,80 + 0,84 = 3,64, \quad f(1,40; 3,64) = 0,052 \text{ (невдача);}$$

$$x_2^{(1)} = 2,80 - 0,84 = 1,96, \quad f(1,40; 1,96) = 0,104 \text{ (успіх).}$$

Пошук виявився вдалим. Зазначимо, що при кожному пошуку вибирається останній вдалиий вектор x . Новим базисним вектором буде $(1,40; 1,96)$. Тепер новий пошук буде проводитися з точки $\bar{x}_1 = [1,40 \ 1,96]$.

Послідовність пошуків триває доти, поки не буде досягнута ситуація, при якій наприкінці наступного пошуку значення $f(x)$ виявиться меншим, ніж значення $f(x)$ в останній базисній точці.

Якщо всі можливі кроки не дали поліпшення цільової функції (останній випадок на рис. 2.11), то ітерація вважається виконаною невдало, значенню x_{k+1} привласнюється значення \bar{x}_k , і, у цьому випадку, здійснюється зменшення кроку методу. Розглянутий алгоритм являє собою варіант методу покоординатного спуску й включений у метод Хука–Джівса як другий остаточний етап. На попередньому етапі методу Хука–Джівса використовується інформація про останню ітерацію для додаткової екстраполяції (рис. 2.12):

$$\bar{x}_k = x_k + (x_k - x_m), \text{ де}$$

$$m = \max(0, k-1).$$

Якщо остання ітерація вдала, то, мабуть, $x_k \neq x_{k-1}$ і екстраполяційний напрямок

$$x_k - x_{k-1} = x_k - x_m \text{ однозначно}$$

визначено. У цьому випадку точка

\bar{x}_k тимчасово приймається, навіть якщо значення цільової функції в ній гірше, чим у точці x_k , і виконується другий етап – покоординатний спуск із точки \bar{x}_k . Якщо в результаті цього пошуку вдається поліпшити значення цільової функції (очевидно, відносно вихідної точки x_k), то екстраполяційне значення \bar{x}_k вважається прийнятим, а ітерація вдало завершеною.

Якщо покоординатний спуск із точки \bar{x}_k не привів до успіху, або остання ітерація невдала, або $k = 0$, то $\bar{x}_k = x_k$ й алгоритм зводиться до покоординатному спуску із точки x_k .

Оскільки збіжність методу Хука–Джівса доведена [15], то можна було б сподіватися на ефективність його використання при рішенні складних оптимізаційних задач. Однак цей метод вимагає до-

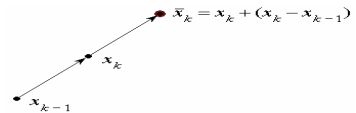


Рис. 2.12. Екстраполяційний попередній етап методу Хука–Джівса

силь великої кількості обчислень цільової функції на одній ітерації (пропорційно розмірності задачі), тому його застосування у випадках, коли знаходження цільової функції досить трудомістке, буде, очевидно, обмежене. Також до недоліків методу можна віднести не цілком задовільну поведінку алгоритму пошуку для оптимізованих функцій зі складним яригим рельєфом.

2.3.2. Метод Нелдера–Міда

Для методу Нелдера–Міда [16], імовірно найбільш популярного з методів пошуку, алгоритм побудований таким чином, що на кожній ітерації не здійснюються пробні кроки за кожним з n лінійно незалежних напрямків, а вибирається лише один напрямок, який і є напрямком спуску. Перевага такого підходу очевидна – кількість обчислень цільової функції на одній ітерації методу перестає бути пропорційною розмірності оптимізаційної задачі. Однак, головний недолік методу Нелдера–Міда – відсутність збіжності при великій кількості параметрів, що оптимізуємо, – очевидно, саме і є наслідком того, що напрямок спуску, обраний без перебору всіх можливих напрямків, може не відповідати напрямку градієнта цільової функції.

Коротко алгоритм може бути описаний у такий спосіб. На кожній ітерації, у тому числі й на початковій, для організації процесу пошуку використовується набір пробних точок, у кожній з яких обчислене значення цільової функції. Пробні точки вибираються таким чином, щоб вони утворювали в n -мірному просторі багатогранник з $n+1$ вершиною, тобто у випадку двох змінних – трикутник, трьох змінних – тетраедр і т.д. (рис. 2.13). Вершина (точка), у якій значення цільової функції найгірше, проектується через центр ваги (центроїд) вершин, які *залишилися*. Якщо в результаті такого проектування вдається поліпшити цільову функцію, то нова точка

включається в багатогранник, а точка з найгіршим значенням цільової функції виключається з нього.

Якщо ж поліпшення значення цільової функції добитися не вдається, тоді здійснюється заміна поточного багатогранника йому подібним, але меншого розміру (аналог дроблення кроку).

Наочна оцінка стратегії Нелдера–Міда видна з рис. 2.13, де представлена послідовність регулярних симплексів, отриманих при мінімізації $f(x)$ від двох змінних x_1 і x_2 . Для випадку двох змінних регулярний симплекс являє собою рівносторонній трикутник (три точки).

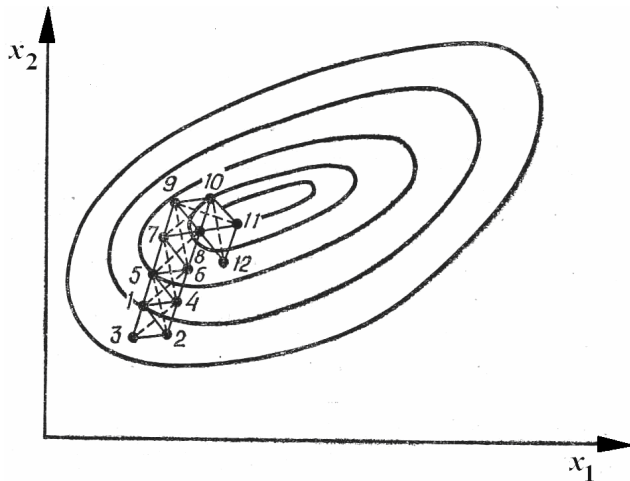


Рис. 2.13. Послідовність регулярних симплексів, отриманих при мінімізації $f(x)$: — — — проекція

Детальніше і більш точно алгоритм методу Нелдера – Міда для відшукування мінімуму функції n змінних може бути представлений у такий спосіб [10].

Нехай $\mathbf{x}^k = [\mathbf{x}_1^k, \mathbf{x}_2^k, \mathbf{x}_3^k, \dots, \mathbf{x}_i^k, \dots, \mathbf{x}_{n+1}^k]^T$ – багатогранник на ітерації k , а $f_i^k = f(\mathbf{x}_i^k)$ – значенням цільової функції в i -ій вершині

цього багатогранника, визначений в n -мірному просторі координатами $\mathbf{x}_i^k = [x_{i1}^k, x_{i2}^k, x_{i3}^k, \dots, x_{ij}^k, \dots, x_{in}^k]$, де індекс j позначає координатний напрямок. Тоді максимальне й мінімальне значення цільової функції на ітерації k можна записати як

$$f_{\max}^k = f(\mathbf{x}_{\max}^k) = \max \{f(\mathbf{x}_1^k), \dots, f(\mathbf{x}_i^k), \dots, f(\mathbf{x}_{n+1}^k)\}$$

і

$$f_{\min}^k = f(\mathbf{x}_{\min}^k) = \min \{f(\mathbf{x}_1^k), \dots, f(\mathbf{x}_i^k), \dots, f(\mathbf{x}_{n+1}^k)\}.$$

Координати центра ваги всіх вершин багатогранника, крім тієї, у якій значення цільової функції максимальне, можуть бути представлені як

$$\mathbf{x}_{n+2}^k = \frac{1}{n} \left[\left(\sum_{i=1}^{n+1} \mathbf{x}_i^k \right) - \mathbf{x}_{\max}^k \right].$$

Тоді перший етап методу, так зване *відбиття*, полягає в здійсненні пробного кроку – проектування \mathbf{x}_{\max}^k через центр ваги \mathbf{x}_{n+2}^k (рис. 2.14, а):

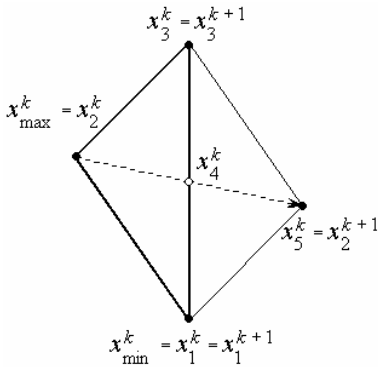
$$\mathbf{x}_{n+3}^k = \mathbf{x}_{n+2}^k + \alpha (\mathbf{x}_{n+2}^k - \mathbf{x}_{\max}^k),$$

де $\alpha > 0$ – коефіцієнт відбиття, як правило $\alpha = 1$.

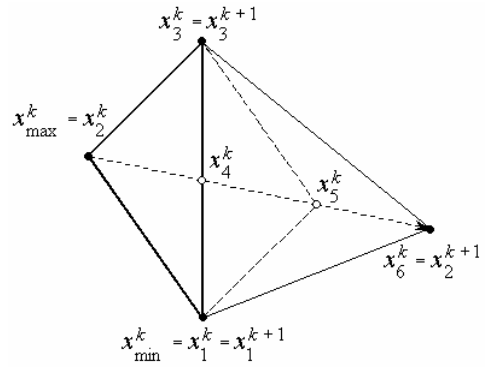
На другому етапі методу аналізується значення цільової функції в точці \mathbf{x}_{n+3}^k й залежно від її величини виконується одна з наступних операцій.

Якщо $f(\mathbf{x}_{n+3}^k) \leq f(\mathbf{x}_{\min}^k)$, то реалізується *розтяг* – вектор $(\mathbf{x}_{n+3}^k - \mathbf{x}_{n+2}^k)$ розтягується згідно зі співвідношенням (рис. 2.14, б)

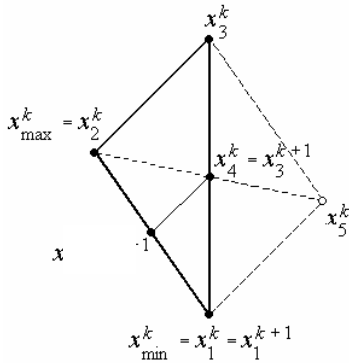
$$\mathbf{x}_{n+4}^k = \mathbf{x}_{n+2}^k + \gamma(\mathbf{x}_{n+3}^k - \mathbf{x}_{n+2}^k),$$



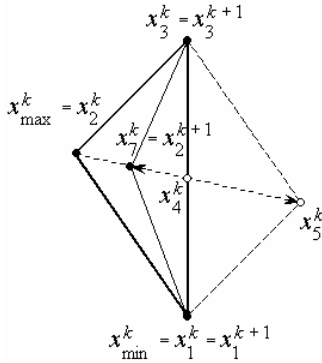
а



б



в



г

Рис. 2.14. Послідовність пробних кроків у методі Нелдера – Міда для двовимірної задачі оптимізації, $n = 2$

де $\gamma > 1$ – коефіцієнт розтягу, звичайно $\gamma = 2$. Якщо спостерігається подальше поліпшення цільової функції $f(\mathbf{x}_{n+4}^k) < f(\mathbf{x}_{n+3}^k)$, то точка \mathbf{x}_{\max}^k замінюється точкою \mathbf{x}_{n+4}^k , а якщо ні, то точкою \mathbf{x}_{n+3}^k .

Якщо $f(\mathbf{x}_{n+3}^k) > f(\mathbf{x}_{\max}^k)$, то виконується операція *редукції* багатогранника, тобто всі вектори $(\mathbf{x}_i^k - \mathbf{x}_{\min}^k)$ зменшуються вдвічі (рис. 2.14, в):

$$\mathbf{x}_i^k = \mathbf{x}_i^k + 0,5(\mathbf{x}_i^k - \mathbf{x}_{\min}^k), \quad i = 1, \dots, n+1.$$

Якщо $f(\mathbf{x}_{n+3}^k) > f(\mathbf{x}_i^k)$ для всіх $\mathbf{x}_i^k \neq \mathbf{x}_{\max}^k$, то виконується *стиск* – вектор $(\mathbf{x}_{\max}^k - \mathbf{x}_{n+2}^k)$ стискається згідно з формулою (рис. 2.14, з)

$$\mathbf{x}_{n+5}^k = \mathbf{x}_{n+2}^k + \beta(\mathbf{x}_{\max}^k - \mathbf{x}_{n+2}^k),$$

де $0 < \beta < 1$ – коефіцієнт стиску, звичайно $\beta = 0,5$. У цьому випадку точка \mathbf{x}_{\max}^k замінюється точкою \mathbf{x}_{n+5}^k .

Якщо значення цільової функції $f(\mathbf{x}_{n+3}^k)$ таке, що ні розтягання, ні стиск, ні редукція не реалізуються, то точка \mathbf{x}_{\max}^k замінюється точкою \mathbf{x}_{n+3}^k (рис. 2.14, а).

Після закінчення другого етапу ітерація завершується, здійснюється перехід $k = k + 1$ і виконується перший етап наступної $k + 1$ ітерації.

Критерій збіжності полягає в перевірці умови

$$\sqrt{\frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} [f(\mathbf{x}_i^k) - f(\mathbf{x}_{n+2}^k)]^2} \leq \varepsilon,$$

де ε – довільне мале число. Відзначимо, що, тому що значення цільової функції в центрі ваги $f(\mathbf{x}_{n+2}^k)$ використовується тільки для перевірки збіжності й не впливає на процес трансформації багатогранника, то це значення для скорочення кількості обчислень цільової функції на ітерації може бути емульовано, наприклад, таким чином

$$f(\mathbf{x}_{n+2}^k) = \frac{1}{n} \left[\left(\sum_{i=1}^{n+1} f(\mathbf{x}_i^k) \right) - f(\mathbf{x}_{\max}^k) \right].$$

2.4. Псевдовипадковий пошук на вихідних і формальних макромоделях

Розглянуті методи пошуку екстремуму можуть успішно використовуватися при рішенні практичних задач оптимального проектування, однак завжди слід пам'ятати про те, що існують ситуації, коли їх застосування складне або приводить до неправильних результатів. Це пов'язане з такими особливостями в реальних задачах проектування, як багатокритеріальність, багатоекстремальність, висока розмірність, важкообчислювальність і недиференційованість цільової функції або обмежень, багатозв'язність області припустимих значень, зональна невизначеність і т.д., які можуть бути присутніми у різних комбінаціях.

У складних випадках не слід прагнути до повної автоматизації процесу пошуку оптимуму, раціональніше організувати діалог проє-

ктувальника з обчислювальною машиною. Поєднання досвіду й інтуїції конструктора з обчислювальними можливостями цифрової ЕОМ у ряді випадків дозволяє суттєво прискорити рішення задачі. Вже створені діалогові системи оптимізації з набором процедур пошуку екстремуму, організовані таким чином, щоб користувач мав можливість втручатися в процес рішення: змінювати метод оптимізації, початкове наближення, константи пошуку й т.ін. [11].

Багатоекстремальні задачі оптимізації припустимо вирішувати методами локального пошуку, задаючи випадковим чином початкові точки. Загалом кажучи, найбільш коректним способом пошуку екстремуму функції довільного виду є прямий перебір її значень. В одновимірному випадку для цього будується рівномірна сітка в інтервалі зміни аргументу, а в багатовимірному – сітки за кожною зі змінних і перебираються значення функції у вузлах. Зрозуміло, наскільки трудомісткий цей процес, якщо при n змінних розмірність сітки рівна N , тобто потрібно обчислити й зрівняти одне з одним N^n значень цільової функції. Тому цей метод придатний тільки для задач невеликої розмірності.

Менших витрат обчислювальної роботи вимагає випадковий пошук, який також не має потреби ні в яких припущеннях про цільову функцію. Можливі різні варіанти випадкового пошуку. Метод статистичних випробувань (Монте – Карло) припускає систематичне обчислення цільової функції у випадковій точці припустимої області з наступним вибором кращої з них. Можливі повторюваний пошук з вибором випадкового напрямку спуску й кроку, що залежить від того, наскільки вдалими були попередні кроки, випадковий пошук з випадковим напрямком і постійним радіусом пошуку й ін. [10].

В останні роки популярним є метод пошуку, оснований на так званих ЛПЧ-послідовностях, які є найбільш рівномірними з усіх відомих рівномірно розподілених послідовностей. Цей метод, як і ме-

тод прямого перебору, ґрунтується на перегляді багатовимірних областей, однак виявляється, що при використанні ЛП_ε-пошуку потрібно значно менше пробних точок, чим у випадку застосування прямокутних сіток. Метод придатний для рішення задач із декількома десятками параметрів при мінімальних вимогах до гладкості цільової функції й обмежень. Більше того, він годиться для наближеної побудови паретівських поверхонь у задачах з багатьма критеріями [17].

Пояснити, чому прямокутні сітки в просторі змінних не є кращими, можна на простому прикладі. Порівнюючи при $n = 2$, $N = 4$ рівномірну прямокутну сітку й поліпшену, побудовану з використанням ЛП_ε-послідовності для функції, що не залежить від однієї зі змінних, бачимо, що перша з них несе інформацію тільки про 4 значення функції, а друга – уже про 16, що дає значно краще уявлення про характер її зміни (рис. 2.15).

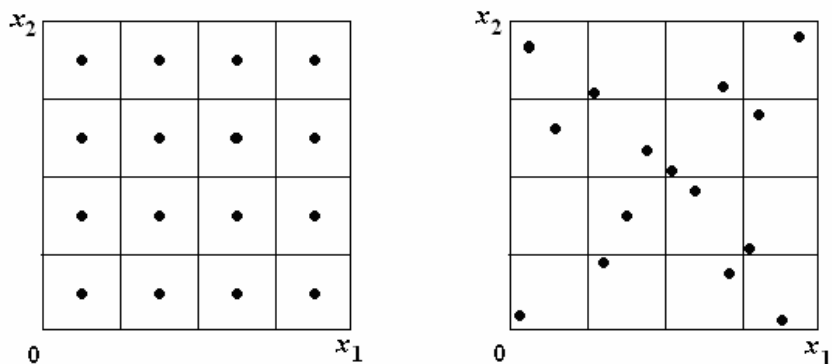


Рис. 2.15. Рівномірна й отримана з використанням ЛП_ε-послідовності сітки в просторі двох змінних

Зі зростанням розмірності n різниця в інформації про функцію, одержувану на прямокутній і поліпшеній сітках, може ще більше зрости.

Відшукування екстремуму багаторазовообчислюваних, але досить гладких функцій доцільно здійснювати з використанням апарата теорії планування експерименту. Вихідна функція замінюється її квадратичною моделлю, одержуваною шляхом проведення чисельного експерименту – обчислення значень функції у певним чином обраних точках. Якщо оптимізаційна задача має складні обмеження, вони теж замінюються квадратичними моделями й оптимізація проводиться на апроксимованих цільовій функції й обмеженнях одним з методів нелінійного програмування. При такому підході спостерігається істотний виграш у машинному часі, тим більший, чим істотніше різниця в часі розрахунку вихідної цільової функції і її квадратичної моделі. Напрошується аналогія між методами Ньютона й основаним на теорії планування експерименту. Якщо перший для квадратичної апроксимації використовує локальну інформацію про цільову функцію в поточній точці пошуку, то другий – усереднену по всій області зміни змінних.

Відносно висока трудомісткість теплових розрахунків турбінного ступеня навіть в одновимірній постановці, велика кількість параметрів, що впливають на його економічність, утрудняють пошук оптимального варіанта. Спростити й прискорити цілеспрямоване чисельне дослідження економічності турбінного ступеня можна шляхом аналізу його формальних макромodelей, одержуваних на основі вихідної математичної моделі за допомогою планування чисельного експерименту. Макромodelювання широко використовується при блочно-ієрархічному підході до процесу проектування складних технічних систем для передачі інформації про об'єкти більш низького ієрархічного рівня на більш високий. Зокрема, ми використовували макромodelь розрахунку втрат тертя в решітках (нижчий рівень проектування) для оцінки коефіцієнтів швидкості при тепловому розрахунку турбінних ступенів (більш високий ієрархічний рівень).

У свою чергу макромоделі параметрів ступеня й проточної частини в цілому можна використовувати у задачах розрахунку й оптимізації підсистем ще більш високого рівня, наприклад при проектуванні теплової схеми турбоустановки.

Застосування достатньо точних формальних макромоделей турбінного ступеня дає можливість аналізувати й оптимізувати характеристики останнього, ґрунтуючись на математичній моделі, значно більш простій, чим вихідна, що в десятки й сотні разів знижує трудомісткість розрахунків.

Для побудови факторної макромоделі скористаємося планами екстремального експерименту Бокса й Бенкена [18], які дозволяють одержати функцію відгуку у вигляді повного квадратичного полінома. Візьмемо, наприклад, як вихідну математичну модель рішення зворотної задачі із заданим ступенем реактивності й будемо будувати залежності вихідних параметрів від зовнішніх і внутрішніх: $\bar{Y} = \bar{Y}(\bar{B}, \bar{X})$. Зовнішніми в задачі прийняті параметри P_0^* , i_0^* , G , ω , P_2 і т.д.; вихідними – ККД, складові втрат, потужність, нарешті, просто будь-які з фазових змінних (швидкості, кути потоку й т.ін.). У загальному випадку внутрішніми параметрами будуть будь-які геометричні розміри проточної частини, ступінь реактивності, швидкості й кути потоку, кількість лопаток у вінцях. Деякі з них можуть задаватися заздалегідь і входити до числа зовнішніх параметрів.

Створення й дослідження макромоделі ступеня проходить у декілька етапів:

- вибір параметрів, за якими проводиться моделювання, формування вектора варійованих параметрів \bar{Q} , визначення діапазонів зміни його компонент; проведення й обробка результатів чисельного експерименту з метою одержання коефіцієнтів полінома;

- пошук екстремальної точки за компонентами вектора \vec{Q} .

Оскільки моделюється не один вихідний параметр, а цілий набір, то обробка результатів експерименту проводиться багаторазово, відповідно до розмірності вектора \vec{Y} . З метою зменшення розмірності вектора варійованих параметрів частину геометричних і газодинамічних параметрів ступеня представляємо в безрозмірному вигляді. Один з можливих варіантів формування вектора варійованих параметрів такий:

$$\vec{Q} = \{P_0^*, S_0^*, v_0, c_{0z}, R, (l/b)_c, (l/b)_n, (t/b)_c, (t/b)_n, D_{cep}/l, \delta_a/l_c, \delta_r/l_n\}.$$

Він підходить для макромоделювання ступенів частини високого або середнього тиску парових турбін, де форма проточної частини близька до циліндричної. Якщо робоче тіло вважати ідеальним газом, замість тиску й ентропії гальмування досить включити лише один параметр λ_0 , що характеризує стисливість. При бажанні набір варійованих параметрів може бути змінений, але тільки з таким розрахунком, щоб розмірність вектора \vec{Q} збігалася з допустимою в методиці Бокса й Бенкена. Визначення діапазону зміни компонент вектора варійованих параметрів проводиться відповідно до наявного досвіду проектування турбінних ступенів.

Проведення активного чисельного експерименту потребує натуральних значень компонентів векторів зовнішніх і внутрішніх параметрів, що отримуються у відповідності зі значеннями компонентів вектора \vec{Q} , які задаються матрицею планування експерименту. Перехід до натуральних величин можливий із заданням кутової швидкості обертання, кореневого діаметра ступеня, різниці висоти робочих і соплових лопаток. Обробка результатів чисельного експе-

рименту з 12 факторами дозволяє визначити 91 невідомий коефіцієнт полінома, за якими дуже легко оцінити характер і ступінь впливу того або іншого фактора на вихідний параметр макромоделі.

Пошук екстремуму квадратичної функції слід вести в області зміни вектора \bar{Q} , тобто в гіперкубі із гранями, вилученими від початку координат на відстань ± 1 . Пошук екстремуму функції відгуку можливий покоординатним спуском, починаючи із центральної точки плану, з аналітичним визначенням оптимального рішення уздовж кожної з осей координат.

Для більш точного пошуку оптимальної комбінації варійованих параметрів, можливо, прийдеться скласти нову макромодель у більш вузькому околі оптимального в першому наближенні рішення.

2.5. Сучасні методи пошуку оптимальних рішень

Методи пошуку оптимальних рішень сьогодні багато в чому відрізняються від тих, які були популярні в 70 – 80-ті роки минулого сторіччя [10]. Практично не використовуються класичні градієнтні методи пошуку, усе рідше рішення шукається детермінованими прямими методами типу Хука–Джівса або Нелдера–Міда [13,16].

В основному застосовуються методи пошуку двох типів:

різновиди випадкового пошуку на вихідних моделях;

пошук на сурогатних моделях (функціях відгуку), одержуваних шляхом планування чисельного експерименту або навчанням нейронних мереж.

Поряд із традиційними методами випадкового пошуку усе більш широке застосування знаходять методи, що використовують різні аналогії й евристики.

Модельований відпал, як видно з назви, використовує аналогію, запозичену з металургії (відпал металу). Словник

алгоритмів, структур даних і проблем оптимального проектування визначає модельований відпал як техніку одержання успішного рішення проблеми оптимізації шляхом випадкових варіацій поточного рішення. Гірша варіація ухвалюється як нове рішення з імовірністю, яка зменшується в процесі обчислень. Чим повільніше ступінь зменшення, тим більш ймовірно, що алгоритмом знайдене оптимальне або майже оптимальне рішення. Його перевагою є здатність уникати влучення в локальні мінімуми. Прикладом використання модельованого відпалу для оптимізації форми профілів є робота [19], у якій, однак, шляхом порівняння показано, що кращі результати дає використання генетичного алгоритму.

Генетичні алгоритми являють собою методи випадкового пошуку, що базуються на біологічних аналогіях із природним відбором і генетикою. Вони належать до класу еволюційних алгоритмів. Генетичні алгоритми працюють із популяціями рішень, які еволюціонують у сотнях поколінь з метою щонайкраще пристосуватися до характеру цільової функції. Випадковий пошук проводиться на околах тих точок простору, де існує найбільший потенціал для «виживання» одержуваних рішень [20]. Існує величезна кількість варіацій цього підходу стосовно до цілочисельних, безперервних або комбінованих задач оптимізації, з дискретним або безперервним представленням генів, з різними стратегіями біологічного розвитку (мутація, схрещення, відбір). В Інтернеті можна знайти безліч вільно розповсюджуваних реалізацій генетичних методів. Схему роботи будь-якого генетичного алгоритму показано на рис. 2.16.

Вважається, що генетичні алгоритми найбільше підходять для тих задач, де інші методи непридатні. Приклади використання генетичних алгоритмів у задачах оптимізації елементів турбомашин досить численні.

Схема роботи будь-якого ГА

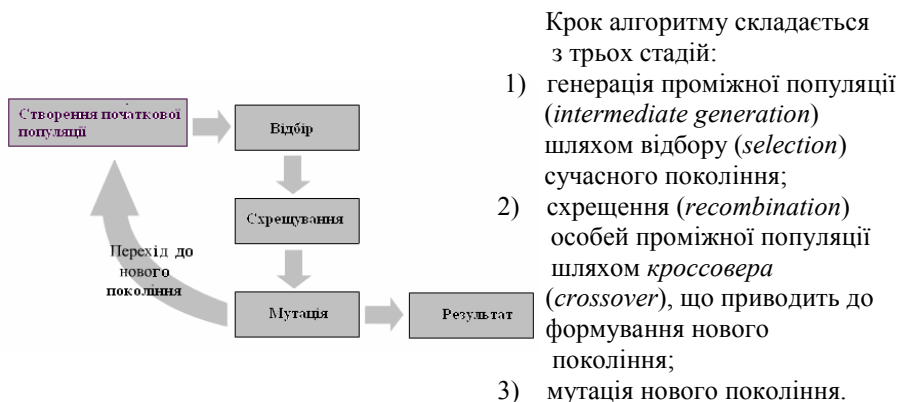


Рис. 2.16. До розуміння роботи генетичного алгоритму

Перевагами методів, що використовують *функції (поверхні) відгуку*, є значне (на порядок і більше) скорочення кількості розрахункових точок при пошуку оптимального рішення. Істотним обмеженням при цьому є припущення про гладкість цільової функції в області, де будується поверхня відгуку. Побудова функцій відгуку методом *планування чисельного експерименту* дозволяє перетворити вихідну модель в просту поліноміальну залежність, на якій можна вирішувати задачі аналізу й оптимізації. Крім того, перевагою таких (сурогатних) моделей є можливість їх повторного використання. В обчислювальному плані вдається розпаралелити процес обчислення функції відгуку й тим самим скоротити астрономічний час рішення задачі [21]. Існують різні способи планування експерименту й підходів до його використання. Наприклад, для підвищення точності апроксимації й відповідно одержуваного оптимального рішення використовується підхід, описаний в [22]. Мова йде про спеціальний

вибір діапазонів апроксимації, найбільш підходящих для рішення конкретної задачі оптимізації.

Існує величезна кількість комерційних програм для планування експерименту й оптимізації на його основі, у тому числі й для рішення інженерних задач, наприклад [23] та ін.

Нейронні мережі є порівняно новим апаратом, використовуваним для рішення найрізноманітніших задач, у тому числі і пов'язаних з пошуком оптимальних рішень [21] та ін. Нейронні мережі можуть «навчатися» рішенню тієї або іншої задачі, для чого їм слід передати певну кількість інформації про правильні рішення. Після цього з певною ймовірністю нейронна мережа сама зможе дати відповіді на запитання, що їй задаються. Можна говорити про те, що в нейронній мережі відбувається побудова функції відгуку відповідно до подаваних точок навчальної послідовності.

Аналіз чутливості полягає у визначенні степеня впливу зміни незалежних змінних у заданій точці на зміну цільової функції. При пошуку екстремуму прагнуть рухатися в напрямку, що забезпечує найбільше збільшення (зменшення) цільової функції. Цей підхід широко використовується в градієнтних методах пошуку, де черговий напрямок пошуку оцінюється чисельним диференціюванням цільової функції. При рішенні варіаційних задач, де як обмеження присутні диференціальні рівняння в часткових похідних (наприклад, рівняння Нав'є–Стокса), застосовуються оптимізаційні схеми, ґрунтовані на рішенні рівнянь чутливості, які виводяться аналітично для використовуваних рівнянь і вирішуються чисельно тими ж методами, що й рівняння моделі [24]. Як правило, проводиться параметризація досліджуваної конструкції, потім шляхом рішення рівнянь чутливості визначаються градієнти за параметрами та організується пошук оптимального рішення одним з методів нелінійного програмування. У роботі [24] був використаний SQP

(Sequential Quadratic Programming), що представляє собою найбільш ефективний метод рішення нелінійних оптимізаційних задач із обмеженнями.

Прагнення застосовувати тривимірні аеродинамічні моделі розрахунку при оптимізації турбомашин неминує приводить до необхідності використання усе потужнішої обчислювальної техніки. Загальною тенденцією є також розпаралелювання обчислень на багатопроцесорних або кластерних платформах. Прикладом подібної реалізації є система DAKOTA [25], яка надає гнучкий інтерфейс між кодами аналізу й методами ітераційного пошуку екстремуму. У статті наводяться приклади використання системи на суперкомп'ютері TeraFLOPS, що містить більш ніж 9000 процесорів Intel Pentium Pro (близько 1,8 трильйонів операцій із плаваючою точкою в секунду).

У роботі [26] для аналізу плівкового охолодження використовувався суперкомп'ютер Blue Horizon з 256 паралельно працюючими процесорами. На сітці з 1,3 млн елементів розрахунок зайняв 1200 годин процесорного часу. У статті [27] для розрахунку оптимальних надзвукових решіток з використанням генетичного алгоритму на 64-процесорному комп'ютері SGI Origin 2000 знадобилося 7 годин для розрахунку однієї точки або 1550 годин для всього циклу оптимізації. Необхідне програмне забезпечення для проведення оптимізаційних розрахунків елементів проточної частини турбомашин включає аеродинамічні й інші солвери, побудовники сітки, блоки оптимізації й допоміжні програми (до- і постпроцесори, програми підтримки паралельних обчислень та ін.). На рис. 2.17 наведено алгоритм оптимізації.

Аеродинамічні вирішувачі вибираються з числа комерційних програм, таких як Fluent, CFX та інших, фірмових програм

USM3Dns, TRAF3D (NASA), ITSM3D (Siemens), Stage3D (Alstom), TLNS3D-MB (Renault), EULER3D (General Electric), S3D.

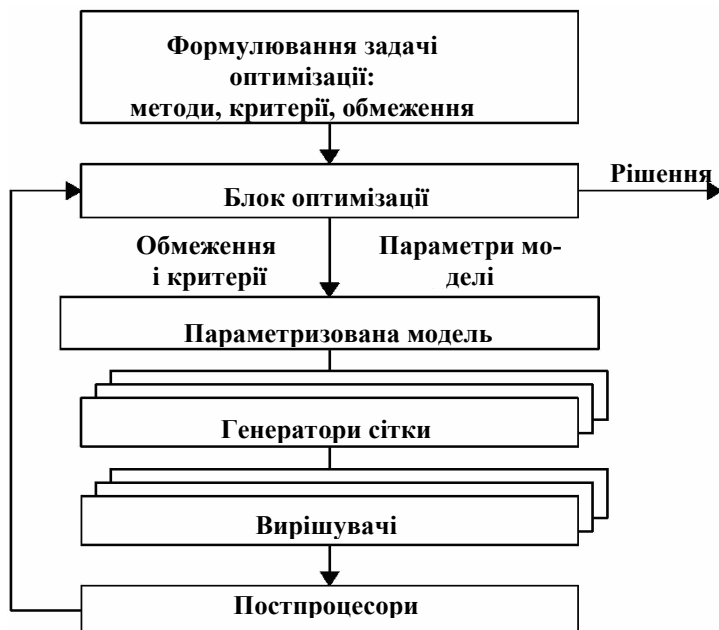


Рис. 2.17. Сучасна загальна схема проведення оптимізаційних розрахунків

Використовуються також вирішувачі університетських розробок та окремих фахівців, наприклад, Cobalt [28]. Особливо слід відзначити вітчизняні розробки – програми FlowER – тривимірний аеродинамічний солвер і FlowER-Optimus – комплекс для рішення задач оптимізації турбомашин [4].

Важливим елементом системи оптимізації є побудовники сіт для параметризованих тим або іншим способом конструкцій проточної частини турбомашин.

Залежність побудовників сіток від особливостей вирішувачів є причиною використання в багатьох випадках побудовників, жорстко прив'язаних до конкретних вирішувачів (наприклад, Gambit+Fluent, TurboGrid+CFX TascFlow, VGRIDns+USM3Dns та ін.). Зі спеціалізованих програм такого роду заслуговує на увагу PADRAM фірми Rolls-Royce – генератор структурованих 2 – і 3 – вимірних сіток для рішення задач розрахунку й оптимізації турбомашин [29].

Прикладом розвинутої системи програм підтримки оптимізації турбомашин є SOFT (Smart Optimisation for Turbomachinery) фірми Rolls-Royce, яка містить у собі різні до- і постпроцесори, генератори сітки й інші програми власної розробки [30].

Як уже вказувалося, у програмах пошуку оптимального рішення нестачі не відчувається: це комерційні продукти, фірмові розробки, програми окремих авторів і навіть численні вільні реалізації, вихідні тексти яких можна знайти в Інтернет. Останнім часом великою популярністю користується пакет iSIGHT фірми Engineous [31], який використовується багатьма крупними фірмами, у тому числі й General Electric [32].

Запитання для самоперевірки

1. Перелічіть методи оптимізації й укажіть сфери їх застосування.
2. Опишіть пошук екстремуму функцій за допомогою диференціювання.
3. Опишіть методи рішення задач на умовний екстремум функції й при обмеженнях у вигляді нерівностей.
4. Що таке нелінійне програмування?
5. Перелічіть методи пошуку екстремуму функції однієї змінної. Поясніть їх.
6. Розкажіть про методи оптимізації функції багатьох змінних без

обмежень.

7. Які методи оптимізації функцій при наявності обмежень відомі?
8. Перелічіть й опишіть відомі методи прямого пошуку естремуму.
9. Опишіть методи псевдовипадкового пошуку на вихідних і формальних макромоделях. Обґрунтуйте доцільність їх застосування.
10. Перелічіть відомі сучасні методи пошуку оптимальних рішень.

РОЗДІЛ 3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТУВАННЯ ПРОТОЧНОЇ ЧАСТИНИ ОСЬОВИХ ТУРБІН

3.1. Загальні положення

Задачу оптимізації осьової турбіни можна розглядати як окремий випадок загальної задачі оптимального проектування технічних пристроїв [33]. При проектуванні турбоагрегату в цілому необхідно враховувати безліч факторів: надійність, технологічність, вартість, економічність і т.д. Як цільову функцію ефективності турбоустановки доцільно прийняти мінімум приведених розрахункових витрат. При цьому для великих базових турбоагрегатів економічність при збереженні надійності має головне значення, тому що зменшення питомої витрати палива в процесі експлуатації турбоагрегату швидко окупає підвищення його вартості [34]. Таким чином, як критерій ефективності при проектуванні проточної частини великих базових турбін може бути взятий ККД.

Розглядаючи задачу оптимізації проточної частини осьової турбіни, будемо характеризувати її різними групами змінних:

а) режимними або проектними параметрами, які задаються конструктором (витрата; параметри на вході й тиск на виході із сту-

пеня або групи ступенів; величини, що визначають конфігурацію й розміри проточної частини);

б) фазовими змінними або параметрами стану, обумовленими із задач розрахунку проточної частини при заданих замикаючих співвідношеннях (наприклад, тиск і ентальпія в зазорах при методі оптимізації, що використовує рівняння прямої задачі);

в) керуючими або регулюючими змінними, задання яких визначає постановку задачі (наприклад, кути α_1 і β_2 у випадку моделі, що використовує рівняння прямої задачі).

Тоді задачу оптимізації, наприклад для ступеня, можна представити таким чином:

$$\begin{array}{ll} \text{визначити} & \max_{\vec{Y}} \eta(\vec{\Pi}, \vec{\Phi}, \vec{Y}); \end{array} \quad (3.1)$$

при обмеженнях

$$\left. \begin{array}{l} \bar{A}_1(\vec{\Pi}, \vec{\Phi}, \vec{Y}_1) = 0; \\ \bar{A}_2(\vec{\Pi}, \vec{\Phi}, \vec{Y}_2) = 0; \\ \bar{A}_3(\vec{\Pi}, \vec{\Phi}, \vec{Y}) = 0; \\ \vec{\Phi} \in [\vec{\Phi}_{\min}, \vec{\Phi}_{\max}] \\ \vec{Y} \in [\vec{Y}_{\min}, \vec{Y}_{\max}] \\ \vec{\Pi} \in \Omega_n, \end{array} \right\} \quad (3.2)$$

де \vec{Y} – вектор керуючих параметрів; $\vec{\Pi}$ – вектор режимних або проектних параметрів; $\vec{\Phi}$ – вектор фазових змінних;

$$\vec{\Phi} = \{\vec{\Phi}_1, \vec{\Phi}_2\}, \vec{Y} = \{\vec{Y}_1, \vec{Y}_2\}$$

Відповідно до формули (3.1) необхідно знайти такі значення керуючих змінних \vec{Y} , щоб досягався максимум ККД.

Обмеження (3.2) містять у собі:

а) рівняння, що описують течію робочого тіла в міжвінцевому зазорі (\vec{A}_1);

б) рівняння, що описують течію робочого тіла за робочим колом (\vec{A}_2);

в) додаткові обмеження, що пов'язують між собою параметри в зазорах (\vec{A}_3) (наприклад, обмеження, що накладається на величину теплового перепаду на ступінь);

г) наступні два обмеження накладаються на область зміни фазових і керуючих змінних. Типовою умовою обмеженості фазових змінних є, наприклад, умова позитивності густини, а як обмеження на керуючі змінні у випадку прямої задачі можна взяти

$$\alpha_{1\min} \leq \alpha_1 \leq \alpha_{1\max}; \quad \beta_{2\min} \leq \beta_2 \leq \beta_{2\max};$$

д) остання умова визначає фізично реалізоване завдання проектування (Ω_n – безліч, що має фізичний зміст, обмежень: $G > 0$;

$$P_0^* > 0; \quad T_0^* > 0; \quad P_0^* > P_2; \quad D_{\text{сер}} > 0; \quad D_n > 2l \text{ і т.п.).}$$

Слід відмітити, що задача оптимізації параметрів проточної частини осрової турбіни, яка нас цікавить, може ставитися з використанням математичної моделі як прямої, так і зворотної постановки. У моделях, що використовують рівняння зворотних задач, керуючими стають деякі параметри із числа фазових. Доцільність вибору тієї або іншої моделі встановлюється: складністю формулювання задачі; необхідністю врахування різних факторів, що впливають на процес у ступені; зручністю узагальнення на всі сформульовані задачі оптимізації елементів проточної частини; специфікою використовуваних чисельних методів; можливістю одержання зручних і гнучких машинних програм та іншими факторами. У підручнику задачі оптимізації з урахуванням перелічених факторів вирішуються на основі прямої постановки.

Чисельні методи оптимізації. Припустимо, що вдається для кожної комбінації параметрів \vec{Y}_1, \vec{Y}_2 із припустимої області знайти шляхом рішення відповідних систем рівнянь фазові змінні $\vec{\Phi}_1$ й $\vec{\Phi}_2$, що задовольняють умовам \vec{A}_3 . Тоді пошук найкращого рішення вимагає багаторазових варіантів розрахунків. Такий підхід, здавна використовуваний у практиці турбобудування, має очевидні недоліки, до головних з яких можна віднести: по-перше, відсутність гарантії, що обране із числа розглянутих варіантів «оптимальне» рішення є найкращим; по-друге, складні моделі потребують великої витрати машинного часу. Пошук оптимального рішення може бути модифікований шляхом введення спрямованого перебору варіантів, однак і в цьому випадку не вдається повністю усунути перераховані недоліки. Для знаходження найкращого рішення при мінімальних витратах машинного часу необхідно використовувати методи оптимізації, що становлять предмет математичного програмування, що включає в себе, як окремий випадок, нелінійне програмування.

Задача оптимального проектування ступеня (3.1), (3.2) є задачею нелінійного програмування (розд. 2). Одним з ефективних методів рішення поставленої задачі є метод штрафних функцій, що дозволяє звести задачу пошуку екстремуму при наявності обмежень до задачі без обмежень для деякої допоміжної «приєднаної» цільової функції [10]. «Приєднана» цільова функція будується з вихідної цільової функції й штрафної добавки, що враховує обмеження. Вибір того або іншого виду штрафної функції залежить від виду обмежень задачі й вибирається відповідно до рекомендацій [10]. Для знаходження оптимуму «приєднаної» цільової функції повинні застосовуватися методи безумовного пошуку екстремуму функцій багатьох змінних (розд. 2).

Алгоритми нелінійного програмування дозволяють не тільки знаходити оптимальні параметри ступенів, але й вирішувати традиційні задачі розрахунку – прямі й зворотні – шляхом мінімізації суми квадратів відхилення рівнянь у зазорах. Для всіх випадків оптимізації проводиться перевірка знаходження глобального екстремуму за допомогою прийняття різних початкових наближень.

Принципи побудови алгоритмів оптимізації. Оптимізація проточної частини осьової турбіни допускає рішення таких задач:

1. Визначення оптимальної кількості ступенів і розподіл теплоперепадів між ступенями.

2. Визначення оптимальних геометричних і газодинамічних параметрів уздовж радіуса ступеня з урахуванням просторового характеру течії робочого тіла й протікання через ущільнення проточної частини.

3. Створення оптимальних профілів, що задовольняють міцності та технологічності обмеженням.

При рішенні всіх названих задач використано загальний, раніше сформульований, підхід. Для реалізації різних моделей оптимізації з використанням методів нелінійного програмування складений ряд програм, які оформлені у вигляді автономно трансльованих процедур. У їхньому числі: набір процедур одновимірного й багатовимірного пошуку екстремуму, оснований на методах нелінійного програмування; апроксимація параметрів води й водяної пари; визначення залежних від геометричних і газодинамічних параметрів ККД напрямних і робочих лопаток; розрахунок вісесиметричної течії робочого тіла в ступені; визначення величин протікання у ступені й втрат від них; обчислення розподілу швидкості по обводу профілю й визначення профільних втрат та інші.

При реалізації тієї або іншої моделі оптимізації зазначені процедури викликаються керуючими програмами.

Керуючі програми складені таким чином, щоб можна було як оптимізувати, так і робити прямі розрахунки із заданими параметрами \bar{Y}_1 й \bar{Y}_2 . Це дозволяє проводити перевірочні розрахунки, робити модернізацію об'єкта шляхом рішення задач оптимізації й оцінювати ефект від застосування оптимальних характеристик.

3.2. Основні припущення, використовувані рівняння й співвідношення

Для рішення поставленої задачі оптимізації скористаємося такими допущеннями, що є загальними як при аналізі роботи групи турбінних ступенів, так і окремого ступеня.

1. Течія встановилася відносно робочого колеса, що обертається з постійною кутовою швидкістю ω навкруги осі z , або нерухомого напрямного апарата.

2. Рідина стислива ($\rho \neq \text{const}$), нев'язка й нетеплопровідна. Ефект від в'язких сил ураховується у вигляді повернення теплоти в рівняннях енергії й процесу (неізоентропійного), тобто втрати на тертя враховуються енергетично.

3. У випадку реального робочого тіла (волога пара) розглядається рівноважний процес розширення.

4. Течія вісесиметрична, тобто параметри потоку не залежать від φ .

У зазначених припущеннях для одновимірної течії рідини у відносній, що обертається з постійною кутовою швидкістю ω разом з ротором, системі координат рівняння збереження енергії, стану й процесу можна записати:

1) *рівняння збереження енергії* (перший інтеграл рівнянь Ейлера у відносній системі координат) [35]:

$$H = i + W^2 / 2 - u^2 / 2 = i + c^2 / 2 - u c_u = \text{const} , \quad (3.3)$$

де H – ротальпія або узагальнена ентальпія, постійна уздовж лінії струму.

Рівняння (3.3) описує перехід через лопатковий вінець, що обертається з постійною кутовою швидкістю ω , із перетворенням частини теплової енергії в механічну роботу. Випадок течії через нерухливий вінець отримується як частковий, при ω (або u) рівному нулю. Процес розширення газу в ізольованому ступені, що включає в себе нерухомий і обертовий лопаткові апарати, і трикутники швидкостей показані на рис. 3.1;

2) *рівняння стану* може бути записане в різних формах залежно від прийнятих незалежних змінних. Розроблені алгоритми розрахунку й оптимізації ступенів осьових турбін дозволяють розраховувати й оптимізувати ступені як з ідеальним, так і з реальним робочим тілом. Для цього використовується єдина методика обчислення параметрів стану робочого тіла, в якій як незалежні змінні беруться тиск P і ентальпія i :

$$T = T(P, i), \quad \rho = \rho(P, i), \quad S = S(P, i) \quad (3.4)$$

Для ідеального газу рівняння стану (1.4) зі змінними P та i дуже прості

$$T = \frac{1}{C_p} i; \quad \rho = \frac{C_p}{R} \frac{P}{i}; \quad S = S_0 + C_p \ln i - R \ln P. \quad (3.5)$$

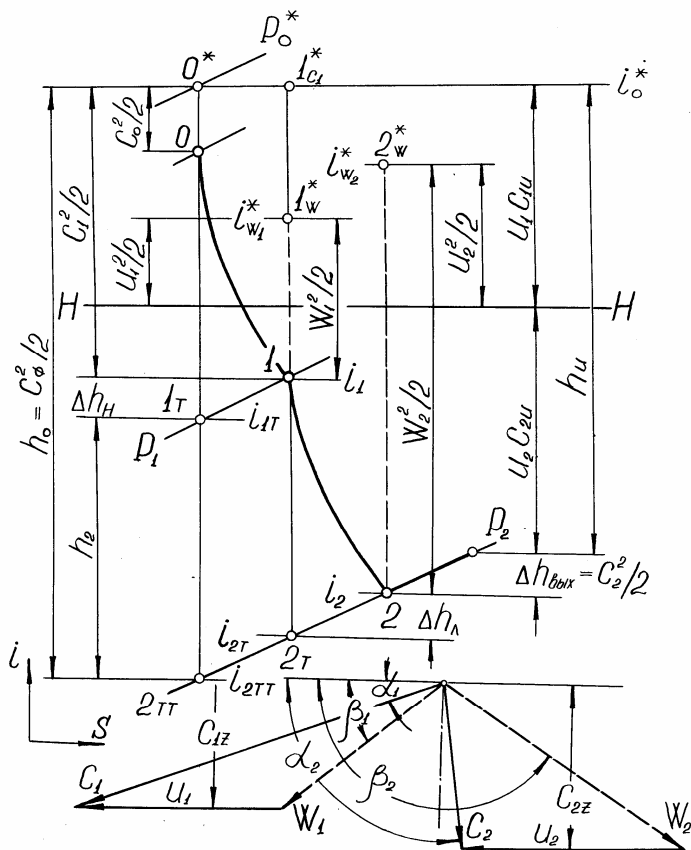


Рис.3.1.Процес розширення робочого тіла в турбінному ступені в i - s -діаграмі й трикутники швидкостей

Для перегрітої й вологої пари використовувалися формули апроксимації, запропоновані в [36]. За даними [36] створена алгольна автономно трансльована процедура-функція для обчислення параметрів як перегрітої, так і вологої водяної пари. При цьому автоматично визначається за допомогою прийому, описаного в [37], область

is-діаграми, у якій протікає процес. Підпрограма обчислення параметрів стану зручна для проведення різних розрахунків. Наприклад необхідність, що часто виникає, у визначенні місцевої швидкості звуку реалізується в такий спосіб. Швидкість звуку, як відомо, визначається співвідношенням $a = \sqrt{(dP/d\rho)_{s=\text{const}}}$. Використовуючи друге рівняння стану (3.4) для визначення $d\rho = \rho'_i di + \rho'_p dP$ й термодинамічну тотожність $di - dP/\rho = 0$ і виключаючи з них диференціал питомої ентальпії, знаходимо

$$a(P, i) = \sqrt{\rho / (\rho'_i + \rho \cdot \rho'_p)} ; \quad (3.6)$$

3) *запис рівняння процесу* витікання з урахуванням втрат також припускає єдину методику розрахунку як для ідеального, так і реального робочого тіла.

Легко перекоонатися, що знання величини коефіцієнта швидкості $\psi = W / W_T$ дозволяє визначити величину втрат при витіканні

$$i - i_T = \frac{1 - \psi^2}{\psi^2} W^2 / 2 \text{ й одержати вираз, що пов'язує значення ентальпій } i_T \text{ та } i \text{ наприкінці ізоентропійного й дійсного процесів розширення, а також загальмованої величини ентальпії у відносному русі } i_W^* = H + u^2 / 2 = i + W^2 / 2 :$$

$$(1 - \psi^2) i_W^* - i + \psi^2 i_T = 0 . \quad (3.7)$$

Останній вираз в комбінації з рівнянням ізоентропійного процесу від точки 1 з параметрами P_1, i_1 й значенням відносної швидкості W_1

$$S(P_1, i_1) = S(P_{W1}^*, i_{W1}^*) = S(P, i_T) \quad (3.8)$$

дозволяє прийти, виключивши з (3.7), наприклад i_T , до такого рівняння процесу з невідомими P, i :

$$S\left(P, \frac{1}{\psi^2} \left[i - (1 - \psi^2) i_W^* \right] \right) - S(P_{W1}^*, i_{W1}^*) = 0 \quad (3.9)$$

За допомогою рівняння процесу (3.9) можна розв'язувати цілий ряд задач, пов'язаних з тепловими розрахунками ступенів, постановка яких залежить від того, який параметр із невідомих є заданим. Якщо вважати відомою питому ентальпію i наприкінці процесу розширення, то одержимо рівняння (3.9) відносно тиску P . Подібна задача виникає, наприклад, при розрахунку ступеня за заданим ступенем реактивності або визначенні протитиску за величиною теоретичного перепаду ентальпій на ступінь.

Рішення рівняння вигляду (3.9) з одним невідомим здійснюється за допомогою мінімізації квадрата відхилу одновимірним пошуком екстремуму. Як правило використовується метод квадратичної апроксимації [10], що дозволяє одержати рішення рівняння (3.9) із прийнятною точністю за 5...10 обчислень відхилу.

Подальші розрахунки показали також доцільність створення додаткової залежності $P(i, S)$ для водяної пари. Така формула отримана шляхом багатовимірною регресійного аналізу табличних даних. Простий вигляд апроксимуючого полінома при досить високій

точності апроксимації (похибка не більше 1,5 % у всьому застосованому в турбобудуванні діапазоні зміни тиску й температури: $P = 2,98 \text{ кПа} \dots 24,2 \text{ МПа}$, $i = 22000 \dots 3800 \text{ кДж/кг}$) робить формулу досить зручною для проведення практичних розрахунків (табл. 3.1).

Таблиця 3.1

Апроксимуюча залежність $P(i, S)$

	a_{kj}				
k / j	0	1	2	3	4
0	-420,7420	255,8628	-55,85535	5,468021	-0,2089714
1	198,7508	-119,7742	24,08975	-2,318229	0,09299518
2	6,003720	4,850937	0,2646993	-0,05895827	
3	-3,986144	-1,923025	0,1121339		
4	1,556426	0,05489302			
5	-0,1181109				
$P = \exp \left[\sum_{k,j} (i \cdot 10^{-6})^k (S \cdot 10^{-3})^j a_{kj} \right]$					

У випадку ідеального газу рівняння процесу, яке називають іноді узагальненим адіабатичним [35], можна записати у вигляді

$$\frac{P}{P_1} = \sigma \left(\frac{i}{i_1} \right)^{\frac{k}{k-1}}, \quad \frac{\rho}{\rho_1} = \sigma \left(\frac{i}{i_1} \right)^{\frac{1}{k-1}}, \quad (3.10)$$

де $\sigma = \exp \left(\frac{S_1 - S}{R} \right)$ – коефіцієнт ізоентропійності [35].

Прирівнюючи відношення тисків P / P_1 для ізоентропійного (коли $\sigma = 1$) і дійсного процесів, з (3.10) одержуємо $\sigma = (i_T / i)^{\frac{k}{k-1}}$. З останнього виразу, врахувавши втрати на тертя за допомогою коефіцієнта швидкості $\psi = W / W_T$, легко маємо вираз для коефіцієнта ізоентропійності [38]

$$\sigma = \left[\frac{1 - W^2 / (2\psi^2 i_W^*)}{1 - W^2 / (2i_W^*)} \right]^{\frac{k}{k-1}}, \quad (3.11)$$

де $i_W^* = H + u^2 / 2 = i + W^2 / 2$ – ентальпія за параметрами гальмування у відносному русі.

Випадок течії через нерухомий вінець впливає як окремий з наведених рівнянь, при ω (або u) рівному нулю, шляхом заміни у формулах i_W^* на i^* , W на C .

3.3. Визначення втрат у решітках осьового турбінного ступеня

Винятково важливе значення при оптимізації проточної частини осьових турбін має правильна оцінка втрат як інтегрально, так і диференційовано за кожною складовою.

Особливе місце у всьому спектрі втрат у турбінному ступені займають втрати у соплах і робочих лопатках. Для інтегральної оцінки величин втрат у нерухомій і обертовій решітках дуже широко використовуються коефіцієнти швидкості ϕ й ψ , зв'язок яких з коефіцієнтами втрат, як відомо, визначається співвідношеннями $\zeta_H = 1 - \phi^2$, $\zeta_A = 1 - \psi^2$.

У цей час намітилося два підходи до розрахункової оцінки економічності решіток профілів. Відповідно до першого з них визначення втрат у решітках ґрунтується на розрахунку приграничного шару, що розвивається уздовж обводу профілю. До втрат на тертя додаються кромкові й кінцеві. Другий підхід ґрунтується на систематизації й узагальненні експериментальних результатів, що дозволяють одержати емпіричні залежності визначення втрат у решітках з урахуванням великої кількості факторів. Найбільш повна подібна методика для довгих лопаток була розроблена у Всесоюзному теплотехнічному інституті (ВТИ) [39]. За кордоном такого роду методики одержали широке поширення. Великий інтерес представляє робота [40], у якій автор узагальнив і навів результати досліджень, проведених низкою англійських та американських фірм і товариств.

Обидва ці підходи не виключають, а взаємно доповнюють один одного. На стадії оптимізаційних розрахунків, коли точних даних про форму профілів ще немає, необхідний емпіричний метод розрахунку ККД решіток за основними геометричними і газодинамічними параметрами, який дає добрий збіг з точними методами розрахунку й експериментальними даними. Після проведення оптимізаційних розрахунків і побудови аеродинамічно досконалих профілів доцільно провести перевірний розрахунок ККД проточної частини з використанням точних методів визначення втрат.

Для оптимізаційних розрахунків особливий інтерес має метод визначення втрат у ступені, викладений в [41]. Метод придатний для широкого класу профілів, що використовуються у турбінних решітках, і враховує більшість факторів, які викликають появу втрат енергії в проточній частині осьової турбіни.

Не викладаючи докладно алгоритму розрахунку втрат, відмітимо, що методика враховує втрати, які поділені на дві групи. До першої групи відносяться профільні, вторинні втрати, втрати від пере-

криття, камер відбору й вологовидалення. До другої групи належать втрати від витоків у радіальному зазорі, перетікання у діафрагмовому ущільненні й розвантажувальних отворах, втрати від скріпного дроту, у результаті парціального підведення робочого тіла й ін.

Профільні втрати у свою чергу визначаються з урахуванням степеня конфузорності, відношення t/b , конструктивного вхідного кута профілю й кута виходу потоку, кута атаки, чисел M і Re , товщини вихідної кромки, шорсткості поверхні профілю, довжини скелетної лінії профілю. Як указують автори, узагальнені залежності отримані ними на підставі аналізу більше 100 продутих решіток, складених із сучасних профілів, а також аналізу опублікованих матеріалів інших авторів. Придатність методу була перевірена на кафедрі турбінобудування НТУ«ХП» на великій кількості турбін. Розрахункові ККД при аналізі роботи більше 50 машин не відрізнялися від замірених значень більше ніж на $\pm 1,25$ %. Стосовно до задач оптимізації методика доповнена алгоритмом визначення втрат від витоків у радіальному зазорі, перетікання у діафрагмовому ущільненні й розвантажувальних отворах (розд. 6).

Необхідна для оцінки профільних і кінцевих втрат довжина скелетної лінії визначається через хорду b , вхідний і вихідний конструктивні кути ($\beta_{1Г}, \beta_{2Г}$), кут установки профілю β_y (рис. 3.2).

З метою перевірки алгоритму визначення ККД решіток була проведена серія розрахункових досліджень. Результати розрахунків порівнювалися з експериментальними даними, отриманими при дослідженні як нерухомих решіток, так і тих, що обертаються.

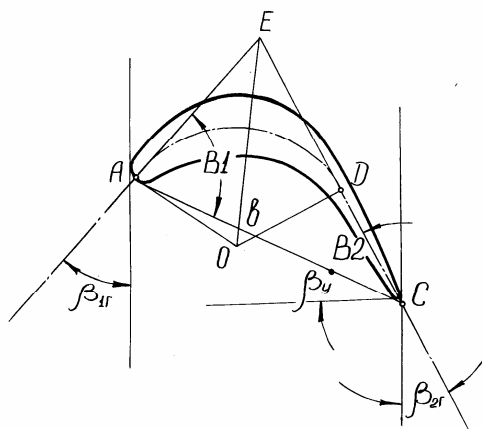


Рис. 3.2. До визначення довжини скелетної лінії профілю

1. Порівняння коефіцієнтів профільних втрат, розрахованих за різними методиками, серії турбінних профілів. Першим етапом перевірки правильності розробленого алгоритму визначення ККД решіток було розрахункове дослідження якості профілів турбіни К-500-240-2. Розглядалися практично всі профілі робочих решіток, використовувані в цій турбіні. Були визначені коефіцієнти профільних втрат за розробленим алгоритмом наближеної методики й за більш точним методом з розрахунком розподілу швидкостей по обводу профілю й приграничного шару (у припущенні, що він повністю турбулентний) [42, 35]. Для тих же параметрів, які були взяті в профілях турбіни К-500-240-2, за новою розробленою методикою (докладно вона викладається в розд. 7) за допомогою ЕОМ були спрофільовані нові профілі, коефіцієнт втрат яких також визначався за уточненою методикою з розрахунком турбулентного приграничного шару. Результати проведеного розрахункового дослідження для профілів ЦСТ наведено в табл. 3.2. З таблиці можна зробити висновок, що:

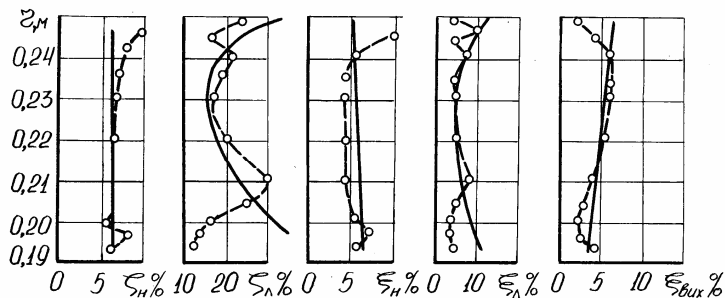


Рис. 3.3. Розподіл втрат уздовж радіуса ступеня МЗ з $D_{сер}/\ell=8,3$

[досліди НТУ«ХП»]:

-- o -- експеримент; — — розрахунок

а) спостерігається добрий збіг коефіцієнтів профільних втрат для профілів НТУ«ХП», розрахованих за наближеною і уточненою методиками;

б) методика побудови дозвукових турбінних профілів НТУ«ХП» дозволяє одержати високоекономічні профілі, ККД яких вище вихідних (прийнятих у турбіні К-500-240-2).

Проведені експериментальні дослідження ряду профілів в аеродинамічній трубі підтвердили результати розрахункових досліджень.

Як приклад можна навести результати експериментального дослідження профілів: вихідного (кореневий переріз 3-го ступеня ЦНТ турбіни К-500-240-2) і знову спроектованого за тими ж параметрами за методикою НТУ «ХП». Експерименти показали, що коефіцієнти профільних втрат у діапазоні чисел $M = 0,5...0,8$ вихідного профілю й знову створеного відповідно рівні: $\zeta_{пр} = 0,038...0,04$; $\zeta_{пр} = 0,035...0,025$.

Таблиця 3.2

Порівняння коефіцієнтів профільних втрат, розрахованих за наближеною методикою й уточненою для двох типів профілів з однаковими параметрами

Значення коефіцієнта профільних втрат, %				№ ступеня ЦСТ					
				1			2		
				н	сер	п	вн	сер	п
ζ	1	За наближеною методикою		2,52	2,04	1,66	2,52	2,06	1,66
	2	За уточненою методикою для профілів турбіни К-500-240-2		3,06	2,36	2,26	3,10	2,16	2,12
	3	За уточненою методикою для профілів НТУ «ХП»		2,45	2,05	1,64	2,48	1,93	1,67

3				4		
ζ	вн	сер	п	вн	сер	п
1	2,52	1,95	1,70	2,52	1,90	1,77
2	3,15	2,21	2,13	3,16	2,28	1,99
3	2,51	1,97	1,87	2,52	2,03	1,89
5				6		
ζ	вн	сер	п	вн	сер	п
1	2,52	1,87	1,83	2,23	1,66	1,65
2	3,26	2,13	1,96	3,30	1,81	1,77
3	2,60	2,06	1,95	2,77	1,76	1,78
7				8		
ζ	вн	сер	п	вн	сер	п
1	2,51	1,90	1,55	2,73	1,73	1,54
2	3,71	2,14	1,91	3,74	1,81	1,71
3	3,07	2,06	1,90	3,02	1,68	1,73

9				10		
ζ	вн	сер	п	вн	сер	п
1	2,44	1,49	1,48	2,48	1,44	1,44
2	3,57	1,68	1,61	4,34	1,82	1,92
3	2,98	1,67	1,64	3,29	1,75	1,73

11			
ζ	вн	сер	п
1	2,71	1,31	1,97
2	4,40	1,80	1,87
3	3,47	1,72	1,80

3 ступінь ЦНТ			
ζ	вн	сер	п
1	2,92	2,01	2,19
2	3,84	2,25	2,25
3	3,34	2,24	2,20

2. Наступним етапом перевірки вірогідності створеного алгоритму визначення ККД решіток осьових турбінних ступенів було розрахункове дослідження розподілу коефіцієнтів профільних втрат уздовж висоти лопаток цілої серії експериментально досліджених на кафедрі турбінобудування НТУ«ХП» турбінних ступенів у широкому діапазоні зміни втулкового відношення $D_{\text{сер}}/\ell = 14,1 \dots 3,6$. Результати деяких розрахункових і експериментальних досліджень наведені на рис. 3.3 – 3.5, які підтверджують задовільний збіг розрахункових і експериментально отриманих величин коефіцієнтів втрат як за абсолютною величиною, так і за характером їх зміни за висотою вінців.

3. Великий інтерес представляє порівняння розрахункових та експериментально отриманих ККД ступенів. В остаточному підсумку нас цікавить як можливість розрахунковим шляхом визначити більш точно абсолютний рівень ККД ступеня, так і безпомилкове розрахункове визначення кращого варіанта з ряду розглянутих. З цією метою проведено розрахункове визначення абсолютних значень ККД зазначеної вище серії експериментально досліджених на кафедрі турбінобудування ступенів. Під час розрахунку кінцеві втрати «розмазувалися» за висотою лопатки. Як приклад на рис. 3.6 показано порівняння розрахункових і експериментально отриманих ККД ступенів з $D_{\text{сер}}/\ell = 5,13$.

Розрахункове й експериментальне дослідження проводилося на 12 варіантах, що склалися із 4-х напрямних і 3-х типів робочих решіток, дані про які занесені в табл. 3.3.

Параметри ступенів для всіх варіантів: $i_0^* = 3,53 \cdot 10^5$ Дж/кг, $\rho_0^* = 1,12$ кг/м³, $n = 3000$ про/хв, $\psi^* = 0,43$ кг/рад.с.

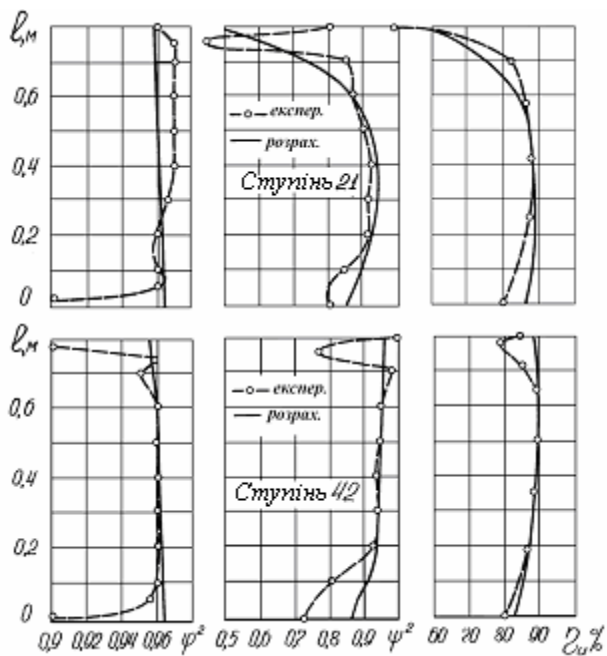


Рис. 3.4. Розрахункові й експериментальні значення ККД напрямних і робочих лопаток уздовж висоти для ступенів 21 і 42 із серії $D_{\text{сер}}/\ell = 5,13$ (досліди НТУ«ХП»)

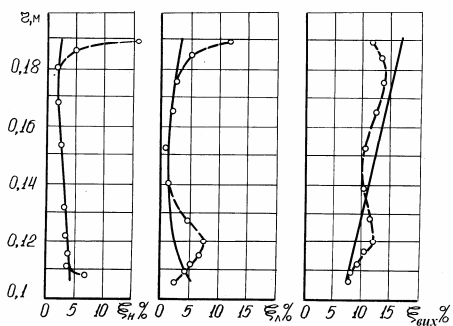


Рис. 3.5. Розподіл втрат у ступені I з $D_{\text{сер}}/\ell = 3,6$:
 --- o --- — експеримент; — — розрахунок

Таблиця 3.3

Характеристики решіток профілів ступенів серії $D_{\text{сер}}/\ell = 5,13$

пер.	Напрямний апарат				Робоче колесо					
	1	2	3	4	1		2		3	
	α_1^0				$\beta_{1\Gamma}^0$	$\tilde{\beta}_2^0$	$\beta_{1\Gamma}^0$	$\tilde{\beta}_2^0$	$\beta_{1\Gamma}^0$	$\tilde{\beta}_2^0$
0	13,8	13,8	11,5	16,0	30,0	18,0	46,0	28,0	45,0	23,0
1	13,7	14,2	12,5	15,4	30,0	19,0	52,0	24,0	49,0	23,0
2	14,6	14,7	13,5	14,8	30,0	20,5	58,0	21,0	53,0	23,0
3	15,3	15,3	14,5	14,3	30,0	22,0	67,0	19,0	57,0	23,0
4	16,0	16,0	15,5	13,7	30,0	23,0	78,0	17,0	60,0	23,0
5	17,0	17,0	16,5	13,3	30,0	24,0	110,0	16,0	64,0	23,0
Z, шт	42	92	92	92	75		78		86	
$B_{\text{сер}}$, мм	41	20	20	20	24,5		22,8		22,3	

Напрямні апарати: 1 і 2 виконані циліндричними й відрізняються величиною хорди, відношенням t/b на середньому радіусі; 3 і 4 мають, як і решітки 2, вузьку хорду й однакове крокове відношення, причому одна з них закручена за законом $C_u \cdot r = \text{const}$, а друга – за законом $\text{tg}\alpha_1^{0,316} = \text{const}$, що повинне відповідати зменшеному радіальному градієнту тиску.

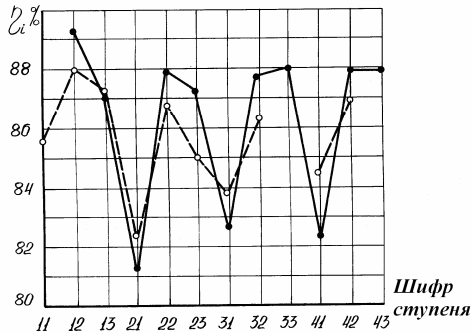


Рис. 3.6. Порівняння розрахункової й експериментальної економічності серії ступенів з $D_{\text{сер}}/\ell = 5,13$ (досліди НТУ«ХП»):

--- ○ --- — експеримент; —●— — розрахунок

Робочі колеса: перше – циліндричне, тобто з постійним за висо-
тою кутом β_1 і таким, що збільшується до периферії $\beta_{2\text{еф}}$; друге –
має закручення $C_{1u} \cdot r^{\varphi^2} = \text{const}$; третє – $C_{1u} \cdot r^{0,5} = \text{const}$, що відпові-
дає постійному куту $\beta_{2\text{еф}}$ за висотою лопатки. Усі робочі колеса
необандажені.

Слід зазначити, що в більшості випадків одержимо задовільний
кількісний збіг розрахункових та експериментальних значень ККД
ступенів.

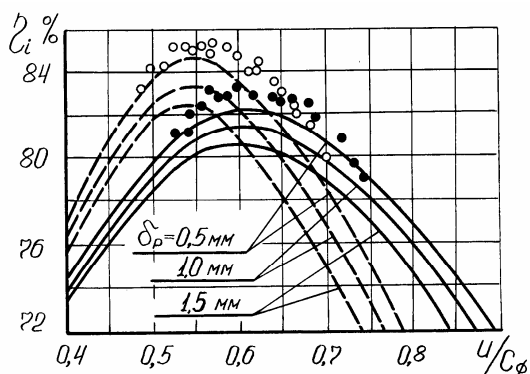


Рис. 3.7. Розрахункові залежності ККД ступенів I (—) і II (----) з
 $D_{\text{сер}}/\ell = 3,6$ від відношення швидкостей v_0 при різних радіальних зазорах δ_p .
Для порівняння нанесені експериментальні точки при $\delta_p = 0,5$ мм
(• – ступінь I, о – ступінь II;)

Звертає на себе увагу якісний збіг характеру зміни обводових
ККД від шифру ступенів, що говорить про можливість безпомилко-
вого розрахункового визначення кращого варіанта із серії можливих.

4. Нарешті, величезний інтерес має апробація методики для ро-
зрахунку залежності ККД від режимних параметрів, зокрема відно-

шення швидкостей $v_0 = u/c_\phi$. На рис. 3.7 наведений приклад порівняння залежностей $\eta_i(v_0)$, отриманих розрахунковим та експериментальним шляхом для двох ступенів з $D_{\text{сер}}/\ell = 3,6$ при різних радіальних зазорах. Дослідження ступенів проводилося при постійних фіксованих початкових параметрах і мінливій частоті обертання ротора, що загальноприйняте при експериментальному дослідженні ступенів для одержання залежностей ККД від відношення швидкостей u/c_ϕ .

Іноді для одержання якісної картини впливу того або іншого параметра на ККД ступеня доцільно провести розрахунки при постійних значеннях φ^2 і ψ^2 , або визначати ККД решіток за спрощеними формулами. Як спрощені зручно обрати формули, запропоновані в [43]

$$\zeta_{\text{ПР}} = 0,025 \left[1 + \left(\frac{\varepsilon}{90} \right)^2 \right] \quad (3.12)$$

З урахуванням вторинних втрат

$$\zeta = \zeta_{\text{ПР}} \left(1 + \frac{3,2B}{l} \right), \quad (3.13)$$

де ε – кут повороту потоку в решітках, град;

B – ширина решіток;

l – висота лопатки.

Методика розрахунку втрат у ступені осьової турбіни, викладена в [41], дозволяє також (як вказувалося раніше) урахувувати втрати від перекриття, камер відбору й вологовидалення, на тертя й вен-

тиляцію, від вологості. Останні враховуються спрощено: вважається, що 1 % вологості знижує ККД на 1 %.

Процеси, пов'язані із течією і зливом плівки, сепарацією вологи, спонтанною конденсацією, ерозією лопаток, що мають місце у вологопарових турбінах, в оптимізаційних розрахунках не враховувалися.

Не враховувалися також втрати, пов'язані з наявністю у високо-температурних ступенях газових турбін систем охолодження лопаток.

Особливо слід зупинитися на впливі меридіонального розкриття проточної частини. Найбільш гостро це питання постає для останніх трьох–чотирьох ступенів ЦНТ потужних парових турбін, у яких кути розкриття досягають 45..50 °. За даними експериментальних досліджень внаслідок зниження φ^2 й ψ^2 у периферійній зоні ККД ступенів з розкриттям може впасти на кілька відсотків. Велика увага, яка приділялася дослідниками й конструкторами цій проблемі, дозволила суттєво підвищити ККД периферійних перерізів шляхом зменшення кута α_1 й β_2 на периферії, застосування перекриття у міжступеневих і міжвінцевих зазорах, установки конусових бандажів над робочими лопатками й ін. Дослідження показали, що жоден із цих заходів окремо не в змозі повністю усунути причини, що приводять до зниження ККД периферійних перерізів. У той же час їх комплексне використання дозволяє довести рівень ККД напрямних і робочих лопаток у периферійній зоні практично до рівня ККД циліндричних ступенів.

Задачу оптимального проектування ступеня з різким розкриттям проточної частини необхідно вирішувати послідовно. За прийнятою вихідною формою меридіональних обводів оптимізуються параметри за висотою ступеня. Отримані параметри на периферії дозволяють уточнити форму обводів. Потім проводиться повторна оптимі-

зація параметрів ступеня з урахуванням нахилу й викривлень ліній струму.

Слід відзначити, що перетікання в проточній частині можуть суттєво вплинути на оптимальний розподіл параметрів за висотою ступеня. Розроблену методику визначення величини перетікання і втрат від нього, що припускає її використання разом із програмою просторового розрахунку ступеня, подано в розд. 6.

Усі оптимізаційні розрахунки проводилися для постійного режиму роботи ступенів. Врахування змінного режиму вимагає запису функції мети трохи в іншому вигляді. Варіант задання функції мети з урахуванням роботи ступеня в умовах змінного режиму запропонований в [44].

Нарешті, необхідно підкреслити, що розроблені алгоритми безпосередньо можуть бути застосовані для оптимізації ступенів і циліндрів осевих турбін у рамках модернізації. Як правило, вважаються заданими при фіксованій витраті й теплоперепаді діаметр ступенів, висота сопел і лопаток, частота обертання ротора. Зміна перерахованих вище параметрів потребує повторних оптимізаційних розрахунків і подальшого вибору із серії розглянутих кращого варіанта.

Запитання для самоперевірки

1. Які параметри належать до режимних або проектних, до фазових змінних, до керуючих або регулюючих змінних при оптимізації проточної частини осевої турбіни?
2. Перелічіть обмеження, які накладаються при рішенні оптимізаційної задачі для ступеня осевої турбіни.
3. Сформулюйте принципи побудови алгоритмів оптимізації проточної частини осевої турбіни.

4. Перелічіть основні припущення, використовувані рівняння й співвідношення при рішенні поставленої задачі оптимізації.
5. Які підходи існують при визначенні втрат у решітках турбінного ступеня?
6. Який метод розрахунку ККД решіток необхідний на стадії оптимізаційних розрахунків?
7. Чому необхідна ретельна верифікація емпіричних методів розрахунку ККД решіток до початку постановки задачі оптимізації проточної частини турбіни?

РОЗДІЛ 4. ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ КІЛЬКОСТІ СТУПЕНІВ У ВІДСІКУ ТА РОЗПОДІЛ ТЕПЛОПЕРЕПАДІВ МІЖ НИМИ

Досить важливою задачею при проектуванні багатоступінчатої осьової турбіни є визначення оптимальної кількості ступенів у відсіку й розподіл теплоперепаду між ступенями. При цьому слід пам'ятати, що умови роботи турбінного ступеня в групі ступенів відмінні від умов його роботи в одиночному виконанні [45, 46]. На жаль, сформульованій проблемі дослідники в останні десятиліття приділяли дуже мало уваги, опираючись на раніше отримані результати дослідження Парсонса й Стодоли [46], що пов'язують збільшення кількості ступенів у відсіку з підвищенням його ефективності.

Проблема оптимізації проточної частини турбіни змушує знову повернутися до цього важливого питання. Поставлена задача є досить складною. Складність її, зокрема, полягає в тому, що оптимальна кількість ступенів у відсіку залежить від ряду суперечливих факторів. Останнє особливо гостро порушує питання про їхню правильну кількісну оцінку.

Як правило, заданою величиною є тепловий перепад на відсік, а варіювати потрібно кількістю ступенів і коловою швидкістю (діаметрами). При цьому слід мати на увазі, що зменшення колової швидкості, а отже, і діаметру ступенів, приводить до зменшення втрат від тертя диска, до збільшення висоти лопаток (а значить і до зниження частки кінцевих втрат), зменшення протікання у проточній частині. У той же час це веде до збільшення оптимальної кількості ступенів, що спричиняє зростання втрат від тертя додаткової кількості дисків і подовження ротора турбіни. Відразу ж загострюються питання надійності й міцності (критичне число обертів вала), матеріаломісткості, подорожчання виробництва турбіни й підвищення вартості будівництва електростанції.

Особливе місце в задачі оптимізації кількості ступенів займає правильна оцінка впливу форми проточної частини, прийняття до уваги меридіонального розкриття її при оцінці втрат у ступенях. Як відомо, найбільш актуальне це питання для ЦНТ потужних парових турбін. Тому доцільно в задачі визначення оптимальної кількості ступенів мати можливість фіксації форми проточної частини для ЦНТ і в той же час визначати оптимальний її обрис у ЦВТ і ЦСТ.

Слід також урахувати, що вибір ступеня реактивності на середньому радіусі ступенів (з ним пов'язана й величина теплового перепаду) повинен проводитися з урахуванням забезпечення позитивної його величини біля кореня.

Як видно з викладеного, проблема вибору оптимальної кількості ступенів у відсіку й розподілу теплоперепадів між ступенями дуже складна. Мають цим і нестачею накопичених знань для створення повної математичної моделі, що описує весь комплекс питань, пов'язаних з розглянутою проблемою, пояснюється той факт, що задача оптимізації кількості ступенів у відсіку в повній і точній мате-

матичній постановці тривалий час не ставилася. Після довгої перерви до неї повернулися, і вона розглядається в роботах [1,5].

У рамках зазначених робіт ця задача також повністю не вирішується. Однак сформульовані в них методи й створені алгоритми її рішення дозволяють:

- по-перше, служити базою для подальшого вдосконалювання математичної моделі й ускладнення задачі в міру накопичення досвіду, методик і машинних програм, що дозволяють їхнє використання в алгоритмі оптимізації проточної частини осьової турбіни;

- по-друге, аналізувати вплив тих або інших факторів на оптимальні характеристики відсіку, що дає підставу для їхнього широкого використання в методичних цілях, проведення розрахунків для розуміння процесів, що відбуваються в ступенях, оцінки впливу на роботу ступеня різних складових втрат;

- по-третє, робити розподіл теплових перепадів між ступенями й визначати оптимальну кількість ступенів у відсіку в рамках модернізації турбіни, тобто при фіксованих колових швидкостях (діаметрах) і заданій формі проточної частини або законі зміни осьової складової швидкості уздовж розглянутого циліндра.

Вибір найкращого варіанта може бути здійснений із залученням розроблених алгоритмів оптимізації шляхом варіантних оптимізаційних розрахунків циліндрів (або відсіків) з різними кореневими діаметрами.

При рішенні поставленої задачі приймемо основні припущення, сформульовані у підрозд. 3.2. Вихідна система рівнянь включає рівняння енергії, стану й процесу, записані в підрозд. 3.2, разом з рівнянням нерозривності.

4.1. Розподіл теплоперепадів між ступенями в групі турбінних ступенів при заданому законі зміни осьової складової швидкості уздовж відсіку

Математична модель задачі і її особливості. Можливий варіант задання форми проточної частини групи n ступенів може бути здійснений за допомогою прийняття відомими осьових і колових складових швидкості у всіх розрахункових перетинах, нумерацію яких будемо вести згідно з рис. 4.1.

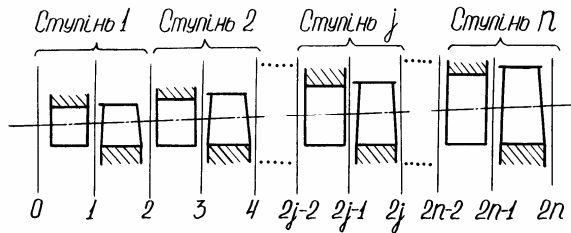


Рис. 4.1. Нумерація перетинів у проточній частині турбінного відсіку, що складається з n ступенів

Осьові складові швидкості C_{jz} віднесемо до осьової швидкості C_{oz} на вході в групу ступенів

$$C_{jz} = K_{jz} \cdot C_{oz}, \quad (j = \overline{1, 2n}), \quad (4.1)$$

де K_{jz} – задані величини.

Форму середньої лінії проточної частини визначимо шляхом уведення коефіцієнтів

$$K_{ju} = U_j / U_0, \quad (j = \overline{1, 2n}). \quad (4.2)$$

Задовольняючи умовам (4.1), (4.2) після оптимізації за допомогою рівняння нерозривності $G = C_{oz} \rho_o F_o = C_{jz} \rho_t F_j$, $(j = \overline{1, 2n})$ ми можемо визначити форму твірних проточної частини.

Припустимо, що нам відомі початкові параметри робочого тіла на вході в турбінний відсік і тиск на виході відсіку, тобто відомий теоретичний перепад на групу n ступенів. Тепловий процес у групі ступенів за допомогою is -діаграми зображений на рис. 4.2.

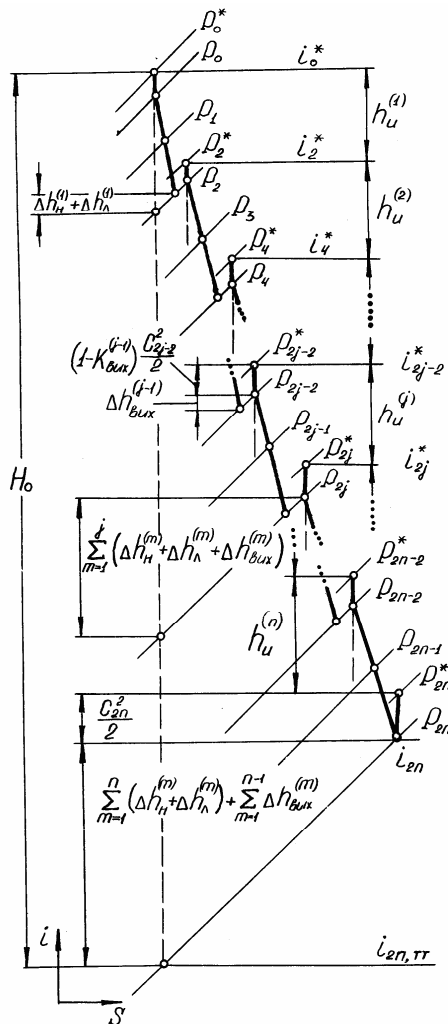


Рис. 4.2. Тепловий процес в is -діаграмі для групи n ступенів

Обводний ККД групи ступенів визначається за формулою

$$\eta_u = \frac{\sum_{j=1}^n h_u^{(j)}}{H_o} = \frac{\sum_{j=1}^n h_u^{(j)}}{i_o^* - i_{2n,t}},$$

або з урахуванням (4.1) і (4.2) у безрозмірному вигляді згідно з виразом

$$\eta_u = 2v_o^2 \bar{C}_{oz} \sum_{j=1}^n (K_{2j-1,u} K_{2j-1,z} \operatorname{ctg} \alpha_{2j-1} - K_{2j,u} K_{2j,z} \operatorname{ctg} \alpha_{2j}), \quad (4.3)$$

де $v_o = U_o / C_\Phi$, $C_\Phi^2 = 2H_o$, $\bar{C}_{oz} = C_{oz} / U_o$.

Втрати на лопатках урахуємо за допомогою швидкісних коефіцієнтів φ_j, ψ_j , ($j = \overline{1, n}$). Крім того, припустимо, що на виході із проміжного ступеня частина вихідної енергії може бути втрачена. Цей факт урахуємо шляхом введення коефіцієнта $K_{\text{вих}}^{(j)}$, за допомогою якого вихідна втрата визначиться

$$\Delta h_{\text{вих}}^{(j)} = K_{\text{вих}}^{(j)} \frac{C_{2j}^2}{2}, \quad (0 \leq K_{\text{вих}}^{(j)} \leq 1; j = \overline{1, n}), \quad (4.4)$$

Обчисливши втрати в напрямному апараті й на робочих колесах за формулою

$$\Delta h_H^{(j)} = \frac{1 - \varphi_j^2}{\varphi_j^2} \frac{C_{2j-1}^2}{2}, \quad \Delta h_\Lambda^{(j)} = \frac{1 - \psi_j^2}{\psi_j^2} \frac{W_{2j}^2}{2}, \quad (j = \overline{1, n})$$

з урахуванням коефіцієнта повернення тепла α_n , обмеження для перепадку на групі з n ступенів можна записати у вигляді

$$A_3 \equiv (1 + \alpha_n)H_0 - \sum_{j=1}^n h_u^{(j)} - \sum_{j=1}^n (\Delta h_H^{(j)} + \Delta h_\Lambda^{(j)}) - \\ - \sum_{j=1}^{n-1} \Delta h_{\text{вих}}^{(j)} - \frac{C_{2n}^2}{2} = 0. \quad (4.5)$$

Розділивши рівняння (4.5) на U_0^2 , з урахуванням (4.1), (4.2), а також відомих кінематичних співвідношень, що пов'язують швидкість з кутами потоку, після очевидних перетворень одержимо вираз для обмеження A_3 у безрозмірній формі:

$$A_3 \equiv 2\bar{C}_{0z} \sum_{j=1}^n (K_{2j-1,u} K_{2j-1,z} \text{ctg} \alpha_{2j-1} - K_{2j,u} K_{2j,z} \text{ctg} \alpha_{2j}) + \\ + \sum_{j=1}^n \left\{ \frac{1 - \varphi_j^2}{\varphi_j^2} K_{2j-1,z}^2 \bar{C}_{oz}^2 (1 + \text{ctg}^2 \alpha_{2j-1}) + \frac{1 - \psi_j^2}{\psi_j^2} [K_{2j,z}^2 \bar{C}_{oz}^2 (1 + \text{ctg}^2 \alpha_{2j}) - \right. \\ \left. - 2K_{2j,u} K_{2j,z} \bar{C}_{oz} \text{ctg} \alpha_{2j} + K_{2j,u}^2] \right\} + \sum_{j=1}^{n-1} K_{\text{вих}}^{(j)} K_{2j,z}^2 \bar{C}_{oz}^2 (1 + \text{ctg}^2 \alpha_{2j}) + \\ + K_{2n,z}^2 \bar{C}_{oz}^2 (1 + \text{ctg}^2 \alpha_{2n}) - \frac{(1 + \alpha_n)}{v_o^2} = 0. \quad (4.6)$$

Ставиться задача визначення кутів α_j таким чином, щоб, при заданих параметрах $v_0, \bar{C}_{oz}, K_{ju}, K_{jz}, (j = \overline{1, 2n})$ і прийнятих, виходячи з якихось міркувань (або обумовлених однією з

The diagram shows a vertical axis representing enthalpy h and a horizontal axis representing composition D . Key points and lines are labeled with superscripts (j) and subscripts i, j, k . The diagram illustrates the energy balance and material balance for a section of the column, showing the intersection of the operating line and the equilibrium curve.

Математичний запис сформульованої задачі зводиться до тако-

$$\max_{ctg\alpha_j} \eta_u = \sum_{j=1}^n h_u^{(j)} / H_o$$

$$(j = \overline{1, 2n})$$

Використовуючи метод штрафних функцій (розд. 2), зводимо задачу пошуку екстремуму при наявності обмеження до задачі без обмеження для приєднаної цільової функції

$$I^* = \eta_u - \Lambda A_3^2, \quad (4.7)$$

де Λ – штрафний коефіцієнт.

Складена програма максимізації цільової функції багатьох змінних (4.7) за допомогою методу сполучених градієнтів або інших градієнтних методів [10] дозволяє вирішувати не тільки задачу оптимізації, але й робити тепловий розрахунок із заданими α_1 й α_2 для всіх n ступенів.

При заданих уздовж відсіку значеннях коефіцієнтів швидкості φ_j , ψ_j рішення поставленої задачі спрощується у зв'язку з можливістю її рішення методом невизначених множників Лагранжа. Диференціюючи за змінними $\text{ctg}\alpha_j$ ($j = \overline{1, 2n}$) функцію Лагранжа

$$\tilde{L} = \eta_u + \Lambda A_3, \quad (4.8)$$

де Λ – множник Лагранжа, знаходимо такі необхідні умови екстремуму:

$$\frac{1}{\Lambda} = -\frac{1}{v_o^2} \left(1 + \frac{1 - \varphi_j^2}{\varphi_j^2} \frac{K_{2j-1,z}}{K_{2j-1,u}} \bar{C}_{oz} \text{ctg}\alpha_{2j-1} \right), \quad (j = \overline{1, n}), \quad (4.9)$$

$$\frac{1}{\Lambda} = -\frac{1}{v_o^2} \left[\frac{1}{\psi_j^2} - \left(\frac{1 - \psi_j^2}{\psi_j^2} + K_{\text{ВНХ}}^{(j)} \right) \frac{K_{2j,z}}{K_{2j,z}} \bar{C}_{oz} \text{ctg}\alpha_{2j} \right], \quad (4.10)$$

($j = \overline{1, n-1}$)

$$\frac{1}{\Lambda} = -\frac{1}{v_o^2 \psi_n^2} \left(1 - \frac{K_{2n,z}}{K_{2n,u}} \bar{C}_{oz} \text{ctg}\alpha_{2n} \right). \quad (4.11)$$

Виражаючи все $\text{ctg}\alpha_j (j \neq 2n)$ через $\text{ctg}\alpha_{2n}$, одержимо

$$\left. \begin{aligned} \text{ctg}\alpha_{2j-1} &= \frac{1}{\mu_j} \frac{K_{2j-1,u}}{K_{2j-1,z}} \left(\frac{1-\psi_n^2}{\bar{C}_{oz}} - \frac{K_{2n,z}}{K_{2n,u}} \text{ctg}\alpha_{2n} \right), \\ (j=\overline{1,n}); \\ \text{ctg}\alpha_{2j} &= \frac{1}{\chi_j + \psi_n^2 K_{\text{вих}}^{(j)}} \frac{K_{2j,u}}{K_{2j,z}} \left(\frac{\psi_n^2 - \psi_j^2}{\psi_j^2 \bar{C}_{oz}} - \frac{K_{2n,z}}{K_{2n,u}} \text{ctg}\alpha_{2n} \right), \\ (j=\overline{1,n-1}), \end{aligned} \right\} (4.12)$$

$$\text{де } \mu_j = \psi_n^2 \frac{1-\varphi_j^2}{\varphi_j^2}, \quad \chi_j = \psi_n^2 \frac{1-\psi_j^2}{\psi_j^2}.$$

Підставляючи знайдені в такий спосіб $\text{ctg}\alpha_{2j-1}$ і $\text{ctg}\alpha_{2j}$ у рівняння (4.6), одержимо квадратне рівняння відносно $\text{ctg}\alpha_{2n}^{\text{opt}}$

$$D \text{ctg}^2 \alpha_{2n}^{\text{opt}} + E \text{ctg} \alpha_{2n}^{\text{opt}} + F = 0, \quad (4.13)$$

де

$$\begin{aligned} D &= \frac{K_{2n,z}^2}{K_{2n,u}} \frac{\bar{C}_{oz}^2}{\psi_n^2} \left(\sum_{j=1}^n \frac{K_{2j-1,u}^2}{\mu_j} + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{K_{2j,u}^2}{\chi_j + \psi_n^2 K_{\text{вих}}^{(j)}} + K_{2n,u}^2 \right), \\ E &= -2 \frac{K_{2n,z}}{K_{2n,u}} \frac{\bar{C}_{oz}}{\psi_n^2} \left(\sum_{j=1}^n \frac{K_{2j-1,u}^2}{\mu_j} + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{K_{2j,u}^2}{\chi_j + \psi_n^2 K_{\text{вих}}^{(j)}} - K_{2n,u}^2 \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F = & \frac{\overline{C}_{oz}^2}{\Psi_n^2} \left[\sum_{j=1}^n \mu_j K_{2j-1,z}^2 + \sum_{j=1}^{n-1} K_{2j,z} (\chi_j + \Psi_n^2 K_{\text{вих}}^{(j)}) + K_{2n,z}^2 \right] + \\
& + \sum_{j=1}^n \frac{1}{\mu_i} \left(\frac{1}{\Psi_n^2} - \Psi_n^2 \right) K_{2j-1,u}^2 - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{K_{2j,u}^2}{\chi_j + \Psi_n^2 K_{\text{вих}}^{(j)}} \left(\frac{\Psi_n^2}{\Psi_j^4} - \frac{1}{\Psi_n^2} \right) + \\
& + \sum_{j=1}^n K_{2j,u}^2 \frac{1 - \Psi_j^2}{\Psi_j^2} - \frac{1 + \alpha_n}{v_o^2}.
\end{aligned}$$

Використовуючи рішення цього рівняння, потім визначаємо всі оптимальні кути $\text{ctg}\alpha_j^{\text{opt}} (j = \overline{1, 2n-1})$ за (4.12), а також оптимальний ККД як функції заданих параметрів за допомогою (4.3).

Кожний із проміжних, проєктованих за оптимальними значеннями кутів α_j , ступенів характеризуємо рядом параметрів (рис. 4.3):

- ККД проміжного ступеня

$$\eta_u^{(j)} = h_u^{(j)} / h_o^{*(j)} = \frac{h_u^{(j)}}{H_o} \frac{H_o}{h_o^{*(j)}}, \quad (4.14)$$

де

$$h_u^{(j)} / H_o = 2v_o^2 \overline{C}_{oz} (K_{2j-1,u} K_{2j-1,z} \text{ctg}\alpha_{2j-1} - K_{2j,u} K_{2j,z} \text{ctg}\alpha_{2j}),$$

$$h_o^{*(j)} / H_o = (h_u^{(j)} + \Delta h_H^{(j)} + \Delta h_\Lambda^{(j)} + C_{2j}^2 / 2) / H_o,$$

- або в безрозмірному вигляді

$$\begin{aligned}
h^{*(j)} / H_o &= 2v_0^2 \bar{C}_{0z} (K_{2j-1,u} K_{2j-1,u} \operatorname{ctg} \alpha_{2j-1} - K_{2j,u} K_{2j,z} \operatorname{ctg} \alpha_{2j}) + \\
&+ v_0^2 \left\{ \frac{1 - \varphi_j^2}{\varphi_j^2} K_{2j-1,z}^2 \bar{C}_{0z}^2 (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_{2j-1}) + \frac{1 - \psi_j^2}{\psi_j^2} [K_{2j,z}^2 \bar{C}_{0z}^2 (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_{2j}) - \right. \\
&\left. - 2K_{2j,u} K_{2j,z} \bar{C}_{0z} \operatorname{ctg} \alpha_{2j} + K_{2j,u}^2] + K_{2j,z}^2 \bar{C}_{0z}^2 (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_{2j}) \right\} = C2 \quad (4.15)
\end{aligned}$$

- степінь реактивності проміжного ступеня

$$\begin{aligned}
R &= \frac{h_{\wedge}^{(j)}}{h_o^{(j)}} = \frac{h_o^{*(j)} - C_{2j-1}^2 / 2}{h_o^{*(j)} - (1 - K_{\text{вих}}^{(j-1)}) C_{2j-2}^2 / 2} = \\
&= \frac{1 - K_{2j-1,z}^2 \bar{C}_{0z}^2 (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_{2j-1}) v_j^2 / (\varphi_j^2 K_{2j-1,u}^2)}{1 - K_{2j-2,z}^2 \bar{C}_{0z}^2 (1 - K_{\text{вих}}^{(j-1)}) (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_{2j-2}) v_j^2 / K_{2j-2,u}^2}, \quad (4.16)
\end{aligned}$$

де з урахуванням (2.15) характеристичне число для проміжного ступеня

$$v_j^2 = U_{2j-2}^2 / 2h_o^{*(j)} = K_{2j-2,u}^2 v_0^2 / C2. \quad (4.17)$$

- ККД проміжного ступеня за загальмованим параметром

$$\begin{aligned}
\eta_u^{*(j)} &= h_u^{(j)} / (h_o^{*(j)} - C_{2j}^2 / 2) = \\
&= \frac{2v_o^2 \bar{C}_{0z} (K_{2j-1,u} K_{2j-1,z} \operatorname{ctg} \alpha_{2j-1} - K_{2j,u} K_{2j,z} \operatorname{ctg} \alpha_{2j})}{C2 - v_o^2 K_{2j,z}^2 \bar{C}_{0z}^2 (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_{2j})}. \quad (4.18)
\end{aligned}$$

Ентальпії в зазорах (рис. 4.3) легко визначаються за формулами

$$\left. \begin{aligned} A_1 &\equiv i_o^* - i_{2,j-1} - \sum_{m=1}^{j-1} h_u^{(m)} - C_{2,j-1}^2 / 2 = 0, \quad (j = \overline{1, n}); \\ A_2 &\equiv i_o^* - i_{2,j,3} - \sum_{m=1}^j h_u^{(m)} - C_{2,j}^2 / 2 = 0, \quad (j = \overline{1, n}). \end{aligned} \right\} \quad (4.19)$$

Розглянемо важливий окремий випадок, коли $K_{j,u} = K_{j,z} = 1$, $(j = \overline{1, 2n})$; $K_{\text{вих}}^{(j)} = K_{\text{вих}}$; $(j = \overline{1, n-1})$; $\varphi_j = \varphi$, $\psi_j = \psi$, $(j = \overline{1, n})$. У цьому випадку формули (4.12) будуть мати вигляд

$$\left. \begin{aligned} \text{ctg} \alpha_{2j-1} &= \frac{1 - \psi^2}{\mu \overline{C}_{oz}} - \frac{1}{\mu} \text{ctg} \alpha_{2n}, \quad (j = \overline{1, n}); \\ \text{ctg} \alpha_{2j} &= \frac{\text{ctg} \alpha_{2n}}{1 - \psi^2 (1 - K_{\text{вих}})}, \quad (j = \overline{1, n-1}), \end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

$$\text{де } \mu = \psi^2 \frac{1 - \varphi^2}{\varphi^2}.$$

Після підстановки (4.20) в (4.6) маємо квадратне рівняння вигляду (4.13) з такими значеннями коефіцієнтів:

$$\begin{aligned} D &= \frac{\overline{C}_{oz}^2}{\psi^2} \left[\frac{n}{\mu} + \frac{n-1}{1 - \psi^2 (1 - K_{\text{вих}})} + 1 \right], \\ E &= -2 \frac{\overline{C}_{oz}}{\psi^2} \left(\frac{n}{\mu} + \frac{n-1}{1 - \psi^2 (1 - K_{\text{вих}})} + 1 \right), \\ F &= \frac{\overline{C}_{oz}}{\psi^2} \left\{ 1 + n\mu + (n-1) [1 - \psi^2 (1 - K_{\text{вих}})] \right\} + \\ &+ \frac{n}{\psi^2} \left[\frac{1 - \psi^4}{\mu} + (1 - \psi^2) \right] - \frac{1 + \alpha_n}{v_0^2}, \end{aligned}$$

з якого й знаходиться оптимальне значення $\text{ctg}\alpha_{2n}$, потім $\text{ctg}\alpha_j$ ($j = \overline{1, 2n-1}$) з (4.20), оптимальний ККД

$$\eta_u = 2v_o^2 n \left\{ \frac{1-\psi^2}{\mu} - \overline{C}_{oz} \text{ctg}\alpha_{2n} \left[\frac{1}{\mu} + \frac{n-\psi^2(1-K_{\text{вих}})}{n[1-\psi^2(1-K_{\text{вих}})]} \right] \right\}, \quad (4.21)$$

оптимальні значення відношення швидкостей ступенів

$$v_j = \frac{U_j}{C_{\phi j}} = \left[2\overline{C}_{oz} \text{ctg}\alpha_{2j-1} + \frac{1-\varphi^2}{\varphi^2} \overline{C}_{oz}^2 (1 + \text{ctg}^2\alpha_{2j-1}) + \right. \\ \left. + \frac{\overline{C}_{oz}^2}{\psi^2} (1 + \text{ctg}^2\alpha_{2j}) - \frac{2\overline{C}_{oz}}{\psi^2} \text{ctg}\alpha_{2j} + \frac{1-\psi^2}{\psi^2} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (4.22)$$

оптимальні реактивності

$$R = \frac{\varphi^2 - \overline{C}_{oz}^2 (1 + \text{ctg}^2\alpha_{2j-1}) v_j^2}{\varphi^2 [1 - \overline{C}_{oz}^2 (1 + \text{ctg}^2\alpha_{2j-1}) (1 - K_{\text{вих}}^{(n)}) v_j^2]}. \quad (4.23)$$

При прийнятих вище умовах ми бачимо, що всі ступені, крім останнього, однакові. Останній ступінь відрізняється від усіх попередніх, що пов'язано з необхідністю зменшення вихідної втрати, яка повністю втрачається на цьому ступені ($K_{\text{вих}}^{(n)}=1$).

За формулами (4.20) – (4.23) при значеннях $\varphi^2=0,96$, $\psi^2=0,9$ у широкому діапазоні значень \overline{C}_{oz} від 0,2 до 1,0 і $K_{\text{вих}}$ від 0 до 1 були проведені розрахунки, результати яких для значень $\overline{C}_{oz}=0,4$ і $K_{\text{вих}}=0,1$ наводяться на рис. 4.4.

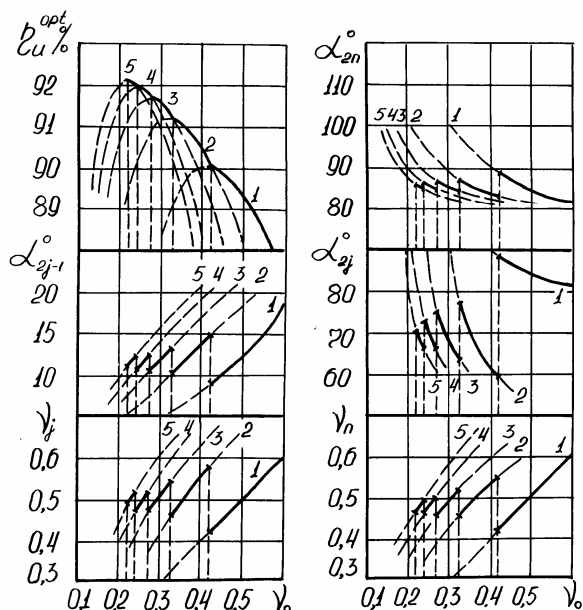


Рис. 4.4. Розрахункові оптимальні значення кутів виходу потоку, відношення швидкостей проміжних і останнього ступенів, ККД відсіку при різних значеннях перепаду на відсік ($\overline{C}_{oz} = 0,4$, $\varphi^2 = 0,96$, $\psi^2 = 0,9$, $K_{вих} = 0,1$; ($j = \overline{1, n-1}$)). Цифри на кривих позначають кількість ступенів у відсіку. Жирною лінією зображена обвідна параметрів, відповідна до максимуму ККД

Розрахунки показали, що для кожного значення $v_o = U / C_\phi$, тобто для заданої величини теплоперепаду H_o при фіксованій колосній швидкості U , існує оптимальна кількість ступенів, при якій досягається максимум коефіцієнта корисної дії відсіку.

За умови повного використання вихідної швидкості в проміжних ступенях ($K_{вих} = 0$) кути виходу потоку з робочих коліс проміж-

них ступенів α_{2j} , ($j \neq n$) можуть досить сильно відрізнитися від 90° . Кут виходу потоку з останнього ступеня α_{2n} відповідно до результатів розрахунку необхідно робити близьким до 90° , що відповідає мінімуму втрат з вихідною швидкістю. Кути виходу потоку з напрямних апаратів лежать у межах $10...17^\circ$, оптимальне значення відношення швидкостей у межах $0,48...0,58$. При цьому зі збільшенням кількості ступенів у відсіку діапазон прийнятих змін перерахованих вище величин зужується.

У випадку втрати вихідної швидкості в проміжних ступенях ($K_{\text{вих}} > 0$) картина трохи міняється. Збільшується значення перепаду, при якому доцільно перейти на більшу кількість ступенів, кути виходу потоку із проміжних ступенів α_{2j} також стають близькими до 90° . Спостерігається зменшення значень відношення швидкостей v_j , кутів виходу потоку з напрямних апаратів α_{2j-1} , що приводить до невеликого падіння оптимального ступеня реактивності як для проміжних, так і для останнього ступеня.

Характеристика Парсонса і її зв'язок з отриманими рівняннями. Це питання, що цікавить нас, можна проаналізувати на прикладі розглянутого вище окремого випадку, для якого

$$U_j = U_0, \bar{C}_{oz} = \bar{C}_{jz}.$$

Вираз для ККД (4.21) можна записати у вигляді

$$\eta_u = \frac{\sum_{j=1}^n U_j^2}{H_0} \left\{ \frac{1 - \psi^2}{\mu} - \bar{C}_{oz} \operatorname{ctg} \alpha_{2n} \left[\frac{1}{\mu} + \frac{n - \psi^2(1 - K_{\text{вих}})}{n[1 - \psi^2(1 - K_{\text{вих}})]} \right] \right\}$$

або

$$\eta_u = YB, \quad (4.24)$$

де $Y = \frac{\sum_{j=1}^n U_j^2}{H_0}$ – характеристика Парсонса [46], B – додатковий

множник.

Характеристика Парсонса багато років служила якісною оцінкою ККД багатоступінчатої турбіни. У даній постановці задачі показано, що це дійсно так. Умовність цього критерію усувається множителем B . Так, для випадку $n = 1$ (коефіцієнт повернення тепла $\alpha = 0$) з отриманих раніше співвідношень легко маємо залежності оптимальних параметрів, у тому числі й ККД, одиничного ступеня.

Побудова проточної частини. З рівняння нерозривності для висоти лопаток одержуємо вираз

$$l_j = \frac{l_0}{(\rho_j / \rho_0) K_{jz} K_{ju}}, \quad (j = \overline{1, 2n}). \quad (4.25)$$

Відношення густини можна знайти, використовуючи такі системи рівнянь:

- для перетинів за напрямними апаратами

$$\left. \begin{aligned} A_{2j-1,1} &= S_{2j-2} - S_{2j-1,T} \left(P_{2j-1}, \frac{1}{\varphi_j^2} [i_{2j-1} - (1 - \varphi_j^2) i_{2j-1}^*] \right) = 0, \\ A_{2j-1,2} &= i_{2j-1}^* - C_{2j-1}^2 / 2 - i_{2j-1} = 0, \quad (j = \overline{1, n}); \end{aligned} \right\} \quad (4.26)$$

- для перетинів за робочими колесами

$$\left. \begin{aligned} A_{2j,1} &= S_{2j-1} - S_{2j,T} \left(P_{2j}, \frac{1}{\Psi_j^2} [i_{2j,3} - (1 - \Psi_j^2) i_{2jW}^*] \right) = 0, \\ A_{2j,2} &= i_{2jW}^* - i_{2j,3} - W_{2j}^2 / 2 = 0, \quad (j = \overline{1, n}). \end{aligned} \right\} \quad (4.27)$$

Рівняння (4.26), (4.27) дозволяють визначити за відомими значеннями ентальпій з (4.19) величини P_{2j-1} , P_{2j} . Потім за рівнянням стану (3.4) легко визначаються $\rho_{2j-1}(P_{2j-1}, i_{2j-1})$ й $\rho_{2j}(P_{2j}, i_{2j,3})$, $(j = \overline{1, n})$, тобто значення густини ρ_j у кожному перетині $(j = \overline{1, 2n})$.

У випадку, якщо робочим тілом служить ідеальний газ, то відповідно до (3.10) маємо

$$\rho_j / \rho_0^* = \sigma_j (i_j / i_0^*)^{\frac{1}{k-1}}, \quad (j = \overline{1, 2n}). \quad (4.28)$$

Ентальпії в зазорах визначаються за рівняннями (4.19). Коефіцієнт ізоентропійності в j -му перетині рівний

$$\sigma_j = \exp\left(-\frac{S_j - S_0}{R}\right) = \prod_{m=1}^j \exp\left(-\frac{S_m - S_{m-1}}{R}\right) = \prod_{m=1}^j \bar{\sigma}_m, \quad (4.29)$$

оскільки зміна ентропії в цьому перетині може бути обчислена за формулою

$$\begin{aligned} S_j - S_0 &= (S_j - S_{j-1}) + (S_{j-1} - S_{j-2}) + \dots + (S_2 - S_{2,3}) + \\ &\quad + (S_{2,3} - S_1) + (S_1 - S_0). \end{aligned}$$

У рівнянні (4.29) $\bar{\sigma}_m$ – величина, обумовлена втратами решіток (чи то напрямної, чи то робочої), розташованих між перетинами $(m-1)$ і m , а також втратами з вихідною швидкістю попереднього ступеня й обчислюється відповідно за формулами [38] (рис. 4.3)

$$\sigma_{2j-1}^H = \left[\frac{1 - C_{2j-1}^2 / (2\phi_j^2 i_{2j-1}^*)}{1 - C_{2j-1}^2 / (2i_{2j-1}^*)} \right]^{\frac{k}{k-1}},$$

$$\sigma_{2j}^\Lambda = \left[\frac{1 - W_{2j}^2 / (2\psi_j^2 i_{2jW}^*)}{1 - W_{2j}^2 / (2i_{2jW}^*)} \right]^{\frac{k}{k-1}},$$

$$\sigma_{2j-2}^{\text{вих}} = \left[\frac{1 - C_{2j-2}^2 / (2i_{2j-2}^*)}{1 - (1 - K_{\text{вих}}^{(j-1)}) C_{2j-2}^2 / (2i_{2j-2}^*)} \right]^{\frac{k}{k-1}}, \quad (j = \overline{1, n}). \quad (4.30)$$

Одиночний ступінь. У цьому випадку, припускаючи $n = 1$, обводовий ККД ступеня визначається виразом

$$\eta_u = h_u / h_0 = \frac{U_1 C_{1U} - U_2 C_{2U}}{i_0^* - i_{2TT}}.$$

З (4.3) у безрозмірному вигляді одержуємо

$$\eta_u = 2v_{oz}^2 \bar{C}_{oz} (K_{1U} K_{1Z} \text{ctg} \alpha_1 - K_{2U} K_{2Z} \text{ctg} \alpha_2). \quad (4.31)$$

Для обмежень \bar{A}_1 , \bar{A}_2 і \bar{A}_3 з рівнянь (4.19) (4.6) записуємо (див. позначення на рис. 3.1):

$$\left. \begin{aligned} A_1 &\equiv i_0^* - i_1 - C_1^2/2 = 0, \\ A_2 &\equiv i_0^* - i_2 - h_U - C_2^2/2 = 0, \\ A_3 &\equiv i_0^* - i_{2TT} - h_U - \Delta h_H - \Delta h_\Lambda - C_2^2/2 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.32)$$

Використовуючи кінематичні співвідношення, що пов'язують швидкості з кутами потоку, за допомогою трикутників швидкостей (рис. 3.1) маємо:

$$A_1 \equiv 1 - \frac{i_1}{i_0^*} - \frac{k-1}{k+1} \lambda_0^2 K_{1Z}^2 \frac{1 + \text{ctg}^2 \alpha_1}{1 + \text{ctg}^2 \alpha_0} = 0. \quad (4.33)$$

$$\begin{aligned} A_2 &\equiv 1 - \frac{i_2}{i_0^*} - \frac{k-1}{k+1} \lambda_0^2 K_{2Z}^2 \frac{1 + \text{ctg}^2 \alpha_2}{1 + \text{ctg}^2 \alpha_0} - \\ &- 2 \frac{k-1}{k+1} \frac{\lambda_0^2}{\bar{C}_{oz} (1 + \text{ctg}^2 \alpha_0)} \times (K_{1U} K_{1Z} \text{ctg} \alpha_1 - K_{2U} K_{2Z} \text{ctg} \alpha_2) = 0. \end{aligned} \quad (4.34)$$

$$\begin{aligned} A_3 &\equiv 2 K_{1U} K_{1Z} \bar{C}_{oz} \text{ctg} \alpha_1 - 2 \frac{K_{2U} K_{2Z}}{\psi^2} \bar{C}_{oz} \text{ctg} \alpha_2 + \\ &+ \frac{1 - \varphi^2}{\varphi^2} \bar{C}_{oz}^2 K_{1Z}^2 (1 + \text{ctg}^2 \alpha_1) + \frac{K_{2Z}^2}{\psi^2} \bar{C}_{oz}^2 (1 + \text{ctg}^2 \alpha_2) + \\ &+ \frac{1 - \psi^2}{\psi^2} K_{2U}^2 - 1/v_0^2 = 0. \end{aligned} \quad (4.35)$$

У наведених виразах для зручності розрахунків введено безрозмірний коефіцієнт

$$\lambda_0 = C_0 / a_* , \quad (4.36)$$

де C_0 – швидкість на вході в ступінь, що легко підраховується через C_{0z} і α_0 ;

$a_* = \sqrt{2 \frac{k-1}{k+1}} i_0^*$ – швидкість, еквівалентна критичній для ідеального робочого тіла.

У випадку ідеального газу λ_0 є приведеною швидкістю на вході в ступінь.

Задача оптимізації ступеня вирішується за допомогою методу сполучених градієнтів [10] шляхом максимізації приєднаної цільової функції $I^* = \eta_u - \Lambda A_3^2$, де (як і в (4.7)) Λ – штрафний коефіцієнт.

У випадку заданої величини швидкісних коефіцієнтів φ і ψ з (4.12) одержуємо залежність між α_1^{opt} і α_2^{opt}

$$\operatorname{ctg} \alpha_1^{opt} = \frac{1}{\mu} \frac{K_{1u}}{K_{1z}} \left(\frac{1 - \psi^2}{\overline{C}_{0z}} - \frac{K_{2z}}{K_{2u}} \operatorname{ctg} \alpha_2^{opt} \right), \quad (4.37)$$

де позначено

$$\mu = \frac{\psi^2 (1 - \varphi^2)}{\varphi^2}.$$

Для визначення $ctg\alpha_2^{opt}$ необхідно скористатися квадратним рівнянням (4.13), у якому у випадку одиночного ступеня коефіцієнти визначаються виразами

$$D = \frac{\bar{C}_{oz}^2 K_{2z}^2}{\psi^2} \left(1 + \frac{1}{\mu} \frac{K_{1u}^2}{K_{2u}^2} \right),$$

$$E = -\frac{2K_{2u} K_{2z} \bar{C}_{oz}}{\psi^2} \left(1 + \frac{1}{\mu} \frac{K_{1u}^2}{K_{2u}^2} \right),$$

$$F = \frac{1-\psi^4}{\psi^2} \frac{K_{1u}^2}{\mu} + \frac{\bar{C}_{oz}^2 K_{2z}^2}{\psi^2} \left(1 + \mu \frac{K_{1z}^2}{K_{2z}^2} \right) + \frac{1-\psi^2}{\psi^2} K_{2u}^2 - \frac{1}{v_0^2}.$$

Степінь реактивності R одиночного ступеня знаходимо за формулою (рис. 3.1):

$$R = \frac{h_0 - \frac{1}{2}(C_1/\varphi)^2}{h_0 - C_0^2/2} = \frac{1 - \frac{K_{1z}}{\varphi^2} \bar{C}_{oz}^2 v_0^2 (1 + ctg^2 \alpha_1)}{1 - \bar{C}_{oz}^2 v_0^2 (1 + ctg^2 \alpha_0)}. \quad (4.38)$$

У випадку, коли φ і ψ є функціями параметрів потоку, для одиночного ступеня рішення задачі визначення оптимальних параметрів можна спростити, використавши метод послідовних наближень.

1. Задаємося початковим наближенням φ , ψ і визначаємо параметри ступеня за виведеними формулами.

2. Перераховуємо коефіцієнти швидкості згідно з отриманими параметрами й відновляємо обчислення п.1.

Розрахункові дослідження показали, що такий процес сходиться з високою точністю за кілька ітерацій.

Для дослідження впливу безрозмірних параметрів на оптимальні характеристики ступеня за складними програмами на ЕОМ проводилося розрахункове дослідження при різних припущеннях відносно втрат у ступені. Коефіцієнти швидкості в розрахунках приймалися як постійними, так і залежними від параметрів потоку. В останньому випадку їх визначення проводилося (крім викладеної в розд. 3 методики [41]) за допомогою спрощених залежностей (3.12) [43] і трохи збільшеними втратами на робочих лопатках

$$\left. \begin{aligned} \varphi^2 &= 1 - 0,025 \left[1 + \left(\frac{\varepsilon_\alpha}{90} \right)^2 \right] \\ \psi^2 &= 1 - 0,04 \left[1 + \left(\frac{\varepsilon_\beta}{90} \right)^2 \right] \end{aligned} \right\} \quad (4.39)$$

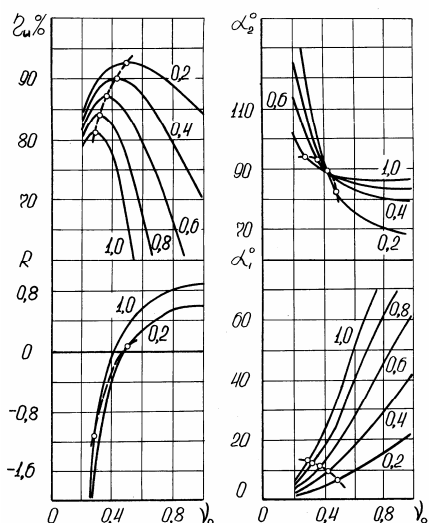


Рис. 4.5. Оптимальні характеристики турбінного ступеня ($\varphi^2 = 0,96$, $\psi^2 = 0,9$). Цифрами позначені значення \overline{C}_{oz} . Кругочками позначені параметри при оптимальній величині перепаду на ступінь

Врахування збільшення втрат на робочих лопатках при наявності негативного степеня реактивності проводилося штучно за формулою

$$\psi^2 = \begin{cases} \psi^2, \text{ визначене за допомогою (4.39), якщо } W_1 \leq W_2; \\ \frac{\psi^2}{\psi^2 + \frac{W_1^2}{W_2^2}(1 - \psi^2)}, \text{ якщо } W_1 > W_2. \end{cases} \quad (4.40)$$

Найбільш повно розрахунки проведені для важливої частини випадку, коли $K_{jz}=K_{ju}=1$ ($j=1,2$).

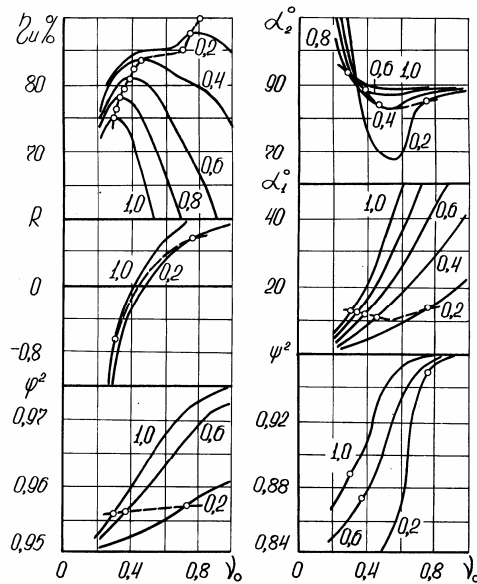


Рис. 4.6. Оптимальні характеристики турбінного ступеня з коефіцієнтами швидкості, що обчислюються за формулами (4.39). Цифрами позначені величини $\overline{C_{az}}$. Кругочками позначені параметри при оптимальній величині перепаду на ступінь

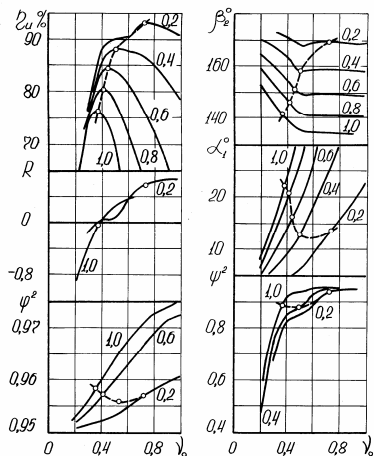


Рис. 4.7. Оптимальні характеристики турбінного ступеня (φ і ψ) обчислювалися за формулою (4.39) з перерахуванням ψ згідно з (4.40) при негативному степені реактивності). Цифрами позначені величини \bar{C}_{oz}

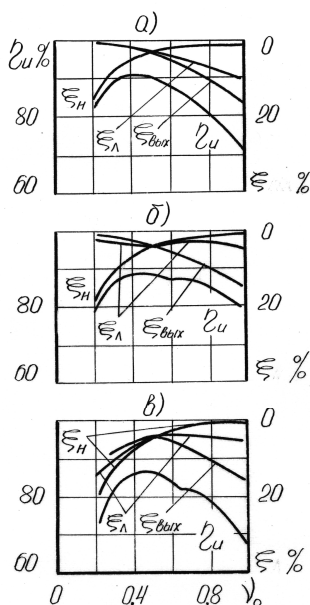


Рис. 4.8. Коефіцієнти втрат залежно від величини перепаду на ступінь ($\nu_0 = U_0/C_\phi$) для різних гіпотез обчислення швидкісних коефіцієнтів при $\bar{C}_{oz} = 0,4$:

a – ступінь із постійними коефіцієнтами швидкості;
 $б$ – ступінь зі змінними коефіцієнтами швидкості, що обчислюються за формулами (4.39);
 $в$ – ступінь із перерахуванням коефіцієнтів швидкості при наявності негативного степеня реактивності згідно з (4.40)

Проведене розрахункове дослідження дозволило визначити оптимальні параметричні залежності ККД, кутів α_1 і α_2 , реактивностей

R , коефіцієнтів швидкості ϕ , ψ і коефіцієнтів втрат ξ_H , ξ_L , $\xi_{вих}$ від \bar{C}_{0Z} і v_0 . Результати розрахунків наведені на рис. 4.5 – 4.7.

На рис. 4.8 наведено порівняння коефіцієнтів втрат для різних гіпотез обчислення ϕ й ψ при одному значенні \bar{C}_{0Z} .

Вплив нерівності швидкостей U і C_Z у перетинах 1 і 2 на оптимальний обводовий ККД досліджувався при заданих коефіцієнтах швидкості ϕ і ψ . При цьому зручно замість параметрів K_{ju} , K_{jz} ($j=1,2$), C_{0Z} і v_0 скористатися величинами

$$K_u = \frac{U_2}{U_1} = \frac{K_{2u}}{K_{1u}}, \quad K_z = \frac{C_{2z}}{C_{1z}} = \frac{K_{2z}}{K_{1z}}, \quad \bar{C}_z = \frac{C_{1z}}{U_1}, \quad v_1 = \frac{U_1}{C_\phi},$$

перехід до яких в (4.13) здійснюється шляхом множення лівої й правої частин на $(U_0/U_1)^2$. Після перетворень одержимо

$$\left. \begin{aligned} D &= \frac{\bar{C}_z^2 K_z^2}{\psi^2} \left(1 + \frac{1}{\mu K_u^2} \right), \\ E &= -\frac{2\bar{C}_z K_z K_u}{\psi^2} \left(1 + \frac{1}{\mu K_u^2} \right), \\ F &= \frac{1 - \psi^4}{\mu \psi^2} + \frac{\bar{C}_z^2 K_z^2}{\psi^2} \left(1 + \frac{\mu}{K_z^2} \right) + \frac{1 - \psi^2}{\psi^2} K_u^2 - \frac{1}{v_1^2} \end{aligned} \right\}. \quad (4.41)$$

Поверхні $\eta_u^{opt}(K_u, K_z, \bar{C}_z)$ при оптимальних для даного \bar{C}_z значеннях U_1/C_ϕ показані на рис. 4.9.

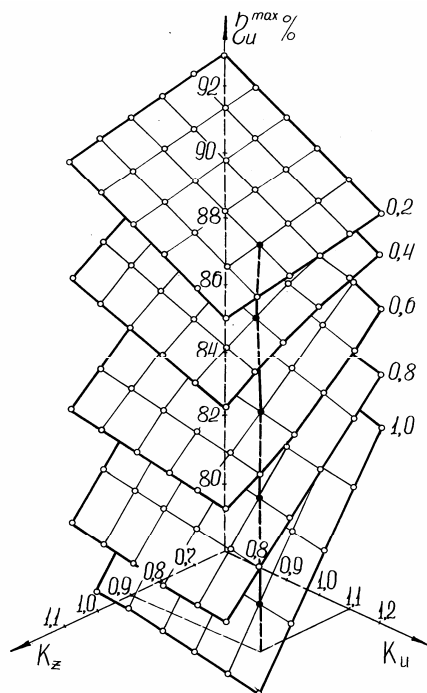


Рис. 4.9. Вплив K_u і K_z на максимуми оптимальних ККД одиночного ступеня ($\varphi^2 = 0,96$, $\psi^2 = 0,9$). Цифрами позначені значення $\bar{C}_z = C_{1z}/U_1$

У випадку осьового виходу потоку із ступеня ($\alpha_2 = 90^\circ$) відповідно до (4.31) формула для ККД має вигляд

$$\eta_u = 2v_0^2 K_{1u} K_{1z} \bar{C}_{0z} \operatorname{ctg} \alpha_1. \quad (4.42)$$

У цьому випадку α_1 визначаємо із квадратного рівняння, отриманого за допомогою (4.35)

$$D' \operatorname{ctg}^2 \alpha_1 + E' \operatorname{ctg} \alpha_1 + F' = 0,$$

де

$$D' = \frac{1 - \psi^2}{\varphi^2} \bar{C}_{0z}^2 K_{1z}^2, \quad E' = 2K_{1u} K_{1z} \bar{C}_{0z},$$

$$F' = \frac{1 - \varphi^2}{\varphi^2} K_{1z}^2 \bar{C}_{0z}^2 + \frac{K_{2z}^2}{\psi^2} \bar{C}_{0z}^2 + \frac{1 - \psi^2}{\psi^2} K_{2u}^2 - 1/v_0^2.$$

Результати порівняння ККД ступеня з осьовим виходом потоку й з оптимальним кутом α_2 представлені на рис. 4.10. Передбачається, що коефіцієнти швидкості постійні ($\varphi^2=0,96$, $\psi^2=0,9$), а також K_{ju} , $K_{jz}=1$ ($j=1,2$). З наведеного рисунка можна зробити висновок, що для розглянутого осьового ступеня вигравш від оптимального закручення потоку за робочим колесом може досягати більше половини відсотка. Таким чином, розрахункові дослідження одиночних ступенів показали, що є максимуми їх оптимальних ККД за v_0 , тобто за величиною теплового перепаду при коловій окружній швидкості U . Кут α_2 може відрізнятись від 90° на деяку величину, що визначає оптимальне закручення за робочим колесом.

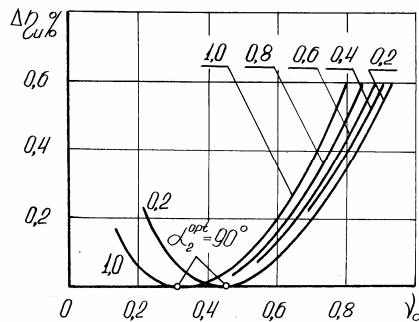


Рис. 4.10. Збільшення ККД ступеня при переході від осьового виходу потоку до оптимального закручення за робочим колесом залежно від

величини перепаду на ступінь і \bar{C}_{0z} ($\varphi^2=0,96$, $\psi^2=0,9$,

$K_{ju}=K_{jz}=1$). Цифри на рисунку позначають \bar{C}_{0z}

4.2. Розподіл теплоперепадів між ступеннями в групі турбінних ступенів при заданій формі проточної частини

Математична модель поставленої задачі. Будемо вважати заданими параметри на вході у відсік або групу ступенів, витрату, частоту обертання ротора, форму проточної частини (середні діаметри й висоту напрямних і робочих лопаток у всіх розрахункових перетинах), величину перепаду на групу ступенів.

Нагадаємо, що для кожного проміжного ступеня необхідно визначати:

втрати в напрямних лопатках

$$\Delta h_H^{(j)} = \frac{1 - \varphi^2}{\varphi_j^2} \frac{1}{2} \left(\frac{G}{F_{2j-1}} \right)^2 \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_{2j-1}}{\rho_{2j-1}^2}; \quad (4.43)$$

втрати на робочих лопатках

$$\Delta h_\Lambda^{(j)} = \frac{1 - \psi_j^2}{\psi_j^2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{G}{F_{2j}} \right)^2 \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_{2j}}{\rho_{2j}^2} - U_{2j} \frac{G}{F_{2j}} \frac{\operatorname{ctg} \alpha_{2j}}{\rho_{2j}} + \frac{U_{2j}^2}{2} \right]; \quad (4.44)$$

втрати з вихідною швидкістю

$$\Delta h_{\text{вих}}^{(j)} = K_{\text{вих}}^{(j)} \frac{1}{2} \left(\frac{G}{F_{2j}} \right)^2 \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_{2j}}{\rho_{2j}^2}; \quad (4.45)$$

роботу на обводі колеса

$$\Delta h_u^{(j)} = U_{2j-1} \frac{G}{F_{2j-1}} \frac{\text{ctg} \alpha_{2j-1}}{\rho_{2j-1}} - U_{2j} \frac{G}{F_{2j}} \frac{\text{ctg} \alpha_{2j}}{\rho_{2j}}, (j = \overline{1, n}). (4.46)$$

Використовуючи рівняння (4.19) для визначення ентальпій у зазорах і вираз (4.5) для перепаду в групі n ступенів, одержуємо таку систему обмежень:

$$\left. \begin{aligned} A_{2j-1} &\equiv i_0^* - i_{2j-1} - \sum_{m=1}^{j-1} h_u^{(m)} - \frac{1}{2} \left(\frac{G}{F_{2j-1}} \right)^2 \frac{1 + \text{ctg}^2 \alpha_{2j-1}}{\rho_{2j-1}^2} = 0, \\ A_{2j} &\equiv i_0^* - i_{2j,3} - \sum_{m=1}^j h_u^{(m)} - \frac{1}{2} \left(\frac{G}{F_{2j}} \right)^2 \frac{1 + \text{ctg}^2 \alpha_{2j}}{\rho_{2j}^2} = 0, \\ A_{2n+1} &\equiv (1 + \alpha_n) H_0 - \sum_{j=1}^n h_u^{(j)} - \sum_{j=1}^n \left(\Delta h_H^{(j)} + \Delta h_\Lambda^{(j)} \right) - \\ &- \sum_{j=1}^{n-1} \Delta h_{\text{вих}}^{(j)} - \frac{1}{2} \left(\frac{G}{F_{2n}} \right)^2 \frac{1 + \text{ctg}^2 \alpha_{2n}}{\rho_{2n}^2} = 0, \quad (j = \overline{1, n}) \end{aligned} \right\} \quad (4.47)$$

У загальному вигляді обмеження (4.47) можна записати:

$$\left. \begin{aligned} j = 1 : & A_1(\rho_1, \text{ctg} \alpha_1) = 0, \\ & A_2(\rho_1, \rho_2, \text{ctg} \alpha_1, \text{ctg} \alpha_2) = 0, \\ & \dots \dots \dots \\ j : & A_{2j-1}(\rho_1, \dots, \rho_{2j-1}, \text{ctg} \alpha_1, \dots, \text{ctg} \alpha_{2j-1}) = 0, \\ & A_{2j}(\rho_1, \dots, \rho_{2j}, \text{ctg} \alpha_1, \dots, \text{ctg} \alpha_{2j}) = 0, \\ & \dots \dots \dots \\ j = n : & A_{2n}(\rho_1, \dots, \rho_{2n}, \text{ctg} \alpha_1, \dots, \text{ctg} \alpha_{2n}) = 0, \\ & A_{2n+1}(\rho_1, \dots, \rho_{2n}, \text{ctg} \alpha_1, \dots, \text{ctg} \alpha_{2n}, H_0) = 0, \end{aligned} \right\} \quad (4.48)$$

Рівняння (4.47) або (4.48) являють собою математичну модель групи елементарних осьових турбінних ступенів.

У систему $2n+1$ рівнянь (4.48) входять $2n$ величин густини ρ , $2n$ величин кутів α і теоретичний перепад в групі ступенів H_0 . У цьому випадку можливі постановки прямої і різних зворотних задач. У випадку прямої задачі задаються величини $\text{ctg}\alpha_j$ ($j = \overline{1, 2n}$). Вирішуючи (4.48) зверху вниз, послідовно знаходимо всі ρ_j ($j = \overline{1, 2n}$), а потім перепад H_0 і швидкості на підставі рівняння нерозривності.

Рівняння (4.48) є трансцендентними відносно ρ_j ($j = \overline{1, 2n}$). Їх не рішення можливе тільки чисельними методами. Надалі будемо розглядати розрахунок та оптимізацію групи осьових турбінних ступенів, використовуючи модель прямої задачі.

Як керуючі параметри беремо кути α_{2j-1} і β_{2j} . Тоді рівняння (4.44)–(4.46), вираз для визначення i_{2j} і обмеження на перепад A_{2n+1} в (4.47) перетворяться згідно з виразами:

$$\left. \begin{aligned} \frac{W_{2j}^2}{2} &= \frac{1}{2} \left(\frac{G}{F_{2j}} \right)^2 \frac{1 + \text{ctg}^2 \beta_{2j}}{\rho_{2j}^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{G}{F_{2j}} \right)^2 \frac{1 + \text{ctg}^2 \alpha_{2j}}{\rho_{2j}^2} - \\ &- U_{2j} \frac{G}{F_{2j}} \frac{\text{ctg} \alpha_{2j}}{\rho_{2j}} + \frac{U_{2j}^2}{2}; \\ \frac{C_{2j}^2}{2} &= \frac{1}{2} \left(\frac{G}{F_{2j}} \right)^2 \frac{1 + \text{ctg}^2 \beta_{2j}}{\rho_{2j}^2} - \frac{U_{2j}}{\rho_{2j}} \frac{G}{F_{2j}} \text{ctg} \beta_{2j} + \frac{U_{2j}^2}{2}; \\ C_{2ju} &= \frac{G}{F_{2j}} \frac{\text{ctg} \beta_{2j}}{\rho_{2j}} - U_{2j} \end{aligned} \right\} \quad (4.49)$$

З урахуванням викладеного можна записати:

для обмежень \vec{A}_{2j-1}

$$\left. \begin{aligned} A_{2j-1,1} &\equiv S_{2j-2} - S_{2j-1,T} \left(P_{2j-1}, \frac{1}{\varphi_j^2} [i_{2j-1} - 1 - \varphi_j^2 i_{2j-1}^*] \right) = 0, \\ A_{2j-1,2} &\equiv i_{2j-1}^* - i_{2j-1} - \frac{1}{2} \left(\frac{G}{F_{2j-1}} \right)^2 \frac{1 + \text{ctg}^2 \alpha_{2j-1}}{\rho_{2j-1}^2 (P_{2j-1}, i_{2j-1})} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.50)$$

для обмежень \vec{A}_{2j}

$$\left. \begin{aligned} A_{2j,1} &\equiv S_{2j-1} - S_{2j,T} \left(P_{2j}, \frac{1}{\psi_j^2} [i_{2j} - (1 - \psi_j^2) i_{2jW}^*] \right) = 0, \\ A_{2j,2} &\equiv i_{2jW}^* - i_{2j} - \frac{1}{2} \left(\frac{G}{F_{2j}} \right)^2 \frac{1 + \text{ctg}^2 \beta_{2j}}{\rho_{2j}^2 (P_{2j}, i_{2j})} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.51)$$

Визначивши значення ентальпій i_{2j-1} та i_{2j} за (4.47), за допомогою (4.50), (4.51) знаходимо фазові змінні P_{2j-1} і P_{2j} .

Задача оптимізації записується у вигляді:

$$\text{знайти} \quad \max_{\substack{\alpha_j, \beta_j, P_j, i_j \\ (j=1, 2n)}} \eta_u = \sum_{j=1}^n h_u^{(j)} / H_0 \quad (4.52)$$

при обмеженнях (4.50), (4.51) і на перепад A_{2n+1} у системі (4.47).

Застосовуючи в рішенні поставленої задачі метод штрафних функцій [10], зводимо задачу пошуку екстремуму при наявності обмежень (4.52) до задачі без обмежень для допоміжної «приєднаної» цільової функції

$$I^* = \eta_u - \Lambda \left(\sum_{j=1}^{2n} \sum_{m=1}^2 A_{j,m}^2 + A_{2n+1}^2 \right). \quad (4.53)$$

Обмеження на перепад можна накласти інакше, визначивши протитиск P_{2n} з рівняння

$$S_0^* - S_{2n,TT}(P_{2n}, i_0^* - H_0) = 0. \quad (4.54)$$

Звідси можна також визначити перепад, якщо заданий протитиск.

У сформульованій постановці можна вирішувати пряму задачу при відомих α_{2j-1} , β_{2j} як для заданої витрати, так і для заданого протитиску. Тепловий розрахунок проводиться послідовною мінімізацією квадратів відхилення у перетинах. Вирішуючи пряму задачу з фіксованою витратою, одержуємо певне значення протитиску, при рішенні прямої задачі з фіксованим протитиском мінімізується відхил $(P_2 - P_{2\text{задане}})^2$ варіюванням витрати за допомогою одного з ефективних методів одновимірного пошуку [10].

На вході в групу ступенів процес описується такими системами рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} i_0^* - i_0 - \frac{1}{2} \left(\frac{G}{F_0} \right)^2 \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_0}{\rho_0^2(P_0, i_0)} &= 0, \\ S_0^* - S_0(P_0, i_0) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.55)$$

Звідси легко знаходяться статичні параметри.

Коефіцієнт повернення тепла. При розрахунку багатоступінчастої турбіни необхідно враховувати той факт, що наявний перепад

тепла турбіни на основній ізоентропі H_0 менше суми дійсних наявних перепадів тепла n її ступенів. Це явище враховується, якщо обмеження на перепад записується енергетично (тобто через суму корисної роботи і втрат у групі ступенів) за допомогою коефіцієнта повернення тепла α_n . При розрахунку багатоступінчастих турбін α_n , як правило, коливається в межах від 0,03 до 0,07 [38]. Для початкових розрахунків величину коефіцієнта повернення тепла α_n можна вибрати, керуючись міркуваннями, викладеними в [46]. У процесі розрахунків та оптимізації значення α_n легко уточнюється за формулою

$$1 + \alpha_n = \left(\sum_{j=1}^n h_0^{(j)} \right) / H_0. \quad (4.56)$$

Визначення перепадів $h_0^{(j)}$ (рис. 4.3) здійснюється за допомогою формул, наведених раніше.

Розрахунок та оптимізація групи ступенів газової турбіни. У цьому випадку розрахункові формули легко приводяться до безрозмірного вигляду. Для спрощення формул приймемо, що вихідна кінетична енергія повністю використовується на наступному ступені ($K_{\text{вих}}^{(j)} = 0, j = \overline{1, n-1}$) і повністю губиться на останньому ступені ($K_{\text{вих}}^{(j)} = 1$). Вважаємо, що на вході в ступінь відома загальмована ентальпія i_0^* , швидкість C_0 і загальмована густина ρ_0^* . Уведемо в розрахунок критичну швидкість $a_* = \sqrt{2 \frac{k-1}{k+1} i_0^*}$ і приведену швидкість $\lambda_0 = C_0 / a_*$ на вході в групу ступенів. Використовуючи газодина-

мічні функції ε_0 і τ_0 для вхідного перетину можемо записати $\rho_0 = \varepsilon_0 \rho_0^*$, $C_0^2/2 = (1 - \tau_0) i_0^*$.

На підставі рівняння нерозривності маємо

$$C_{jz} = \frac{\rho_0}{\rho_j} \frac{F_0}{F_j} C_{oz} = \varepsilon_0 C_{oz} \frac{f_j}{y_j^*}, \text{ де } f_j = F_0/F_j, y_j^* = \rho_j/\rho_0^*, \\ (j = \overline{1, 2n}).$$

Для запису обмежень (4.47) у безрозмірному вигляді обчислимо допоміжні значення

$$\frac{C_j^2}{2i_0^*} = \varepsilon_0^2 (1 - \tau_0) \frac{f_j^2}{y_j^{*2}} \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_j}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_0}, \\ \frac{U_j C_{ju}}{i_0^*} = 2\varepsilon_0 (1 - \tau_0) \frac{K_{ju}}{\bar{C}_{oz}} \frac{f_1}{y_j^*} \frac{\operatorname{ctg} \alpha_j}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_0}, \\ \frac{U_j^2}{2i_0^*} = \frac{K_{ju}^2}{\bar{C}_{oz}^2} \frac{1 - \tau_0}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_0}, \text{ де } K_{ju} = \frac{U_j}{U_0}, \bar{C}_{oz} = \frac{C_{oz}}{U_0}, (j = \overline{1, 2n}).$$

З урахуванням одержуваної з очевидного кінематичного співвідношення

$$\frac{W^2}{2} = \frac{C^2}{2} - UC_u + \frac{U^2}{2} = \frac{C_z^2}{2} (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) - UC_z \operatorname{ctg} \alpha + \frac{U^2}{2} \quad (4.57)$$

безрозмірної величини $W_j^2/(2i_0^*)$, а також рівняння стану $i_j/i_0 = \sigma_j^{1-k} y_j^{*k-1}$, обмеження (4.47) записуються в безрозмірній формі.

$$\begin{aligned}
A_{2j-1} &\equiv \sigma_{2j-1}^{1-k} y_{2j-1}^{*k-1} + \frac{2\varepsilon_0(1-\tau_0)}{\overline{C}_{oz}(1+\text{ctg}^2\alpha_0)} \times \\
&\times \sum_{m=1}^{j-1} \left(K_{2m-1,u} \frac{f_{2m-1}}{y_{2m-1}^*} \text{ctg}\alpha_{2m-1} - K_{2m,u} \frac{f_{2m}}{y_{2m}^*} \text{ctg}\alpha_{2m} \right) + \\
&+ \varepsilon_0^2(1-\tau_0) \frac{f_{2j-1}^2}{y_{2j-1}^{*2}} \frac{1+\text{ctg}^2\alpha_{2j-1}}{1+\text{ctg}^2\alpha_0} - 1 = 0; \tag{4.58}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{2j} &\equiv \sigma_{2j}^{1-k} y_{2j}^{*k-1} + \frac{2\varepsilon_0(1-\tau_0)}{\overline{C}_{oz}(1+\text{ctg}^2\alpha_0)} \times \\
&\times \sum_{m=1}^j \left(K_{2m-1,u} \frac{f_{2m-1}}{y_{2m-1}^*} \text{ctg}\alpha_{2m-1} - K_{2m,u} \frac{f_{2m}}{y_{2m}^*} \text{ctg}\alpha_{2m} \right) + \\
&+ \varepsilon_0^2(1-\tau_0) \frac{f_{2j}^2}{y_{2j}^{*2}} \frac{1+\text{ctg}^2\alpha_{2j}}{1+\text{ctg}^2\alpha_0} - 1 = 0; \tag{4.59}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{2n+1} &\equiv 2\varepsilon_0 v_0^2 \overline{C}_{oz} \sum_{j=1}^n \left(K_{2j-1,u} \frac{f_{2j-1}}{y_{2j-1}^*} \text{ctg}\alpha_{2j-1} - K_{2j,u} \frac{f_{2j}}{y_{2j}^*} \text{ctg}\alpha_{2j} \right) + \\
&+ \sum_{j=1}^n \left\{ \frac{1-\varphi_j^2}{\varphi_j^2} \varepsilon_0^2 v_0^2 \overline{C}_{oz}^2 \frac{f_{2j-1}^2}{y_{2j-1}^{*2}} (1+\text{ctg}^2\alpha_{2j-1}) + \right. \\
&+ \frac{1-\psi_j^2}{\psi_j^2} \left[\varepsilon_0^2 v_0^2 \overline{C}_{oz}^2 \frac{f_{2j}^2}{y_{2j}^{*2}} (1+\text{ctg}^2\alpha_{2j}) - \right. \\
&\left. \left. - 2\varepsilon_0 v_0^2 \overline{C}_{oz} \frac{f_{2j}}{y_{2j}^*} K_{2j,u} \text{ctg}\alpha_{2j} + K_{2j,u}^2 v_0^2 \right] \right\} +
\end{aligned}$$

$$+ \varepsilon_0^2 v_0^2 \overline{C}_{oz}^2 \frac{f_{2n}^2}{y_{2n}^{*2}} (1 + \text{ctg}^2 \alpha_{2n}) - (1 + \alpha_n) = 0. \quad (4.60)$$

В останній рівності $v_0 = U_0 / C_{\text{тм}}$ – відношення колової швидкості у вхідному перетині до швидкості, еквівалентної теоретично наявному перепаду на групі перетинів.

Коефіцієнти ізоентропійності $\sigma_j (j = \overline{1, 2n})$ визначаються аналогічно (4.29), $\sigma_j = \exp\left(-\frac{S_j - S_0}{R}\right) = \prod_{m=1}^j \overline{\sigma}_m$, де $\overline{\sigma}_m$ – величина, обумовлена тільки втратами на решітках, розташованих між сусідніми перетинами $(m-1)$ і m , за формулами (4.30), які теж легко записуються в безрозмірному вигляді, урахувавши наведене нижче:

$$\begin{aligned} \frac{C_{2j-1}^2}{2i_{2j-1}^*} &= \frac{C_{2j-1}^2}{2i_0^*} \frac{i_0^*}{i_{2j-1}^*} = \varepsilon_0^2 (1 - \tau_0) \frac{f_{2j-1}^2}{y_{2j-1}^{*2}} \frac{1 + \text{ctg}^2 \alpha_{2j-1}}{1 + \text{ctg}^2 \alpha_0} \times \\ &\times \left[1 - \frac{2\varepsilon_0 (1 - \tau_0)}{\overline{C}_{oz} (1 + \text{ctg}^2 \alpha_0)} \sum_{m=1}^j \left(K_{2m-1,u} \frac{f_{2m-1}}{y_{2m-1}^*} \text{ctg} \alpha_{2m-1} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - K_{2m,u} \frac{f_{2m}}{y_{2m}^*} \text{ctg} \alpha_{2m} \right) \right]; \end{aligned}$$

$$\frac{W_{2j}^2}{2i_{2jW}^*} = \frac{W_{2j}^2}{2i_0^*} \frac{i_0^*}{i_{2jW}^*} = \frac{1 - \tau_0}{\text{ctg}^2 \alpha_0} \left[\varepsilon_0^2 \frac{f_{2j}^2}{y_{2j}^2} (1 + \text{ctg}^2 \alpha_{2j}) + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{K_{2j,u}^2}{\overline{C}_{oz}^2} - 2\varepsilon_0 \frac{K_{2j,u}}{\overline{C}_{oz}} \frac{f_{2j}}{y_{2j}^*} \operatorname{ctg} \alpha_{2j} \left] \cdot \left[1 - \frac{2\varepsilon_0(1-\tau_0)}{\overline{C}_{oz}(1+\operatorname{ctg}^2 \alpha_{2j})} \right] \times \right. \\
& \times \sum_{m=1}^j \left(K_{2m-1,u} \frac{f_{2m-1}}{y_{2m-1}^*} \operatorname{ctg} \alpha_{2m-1} - K_{2m,u} \frac{f_{2m}}{y_{2m}^*} \operatorname{ctg} \alpha_{2m} \right) - \\
& \left. - 2\varepsilon_0(1-\tau_0) \frac{K_{2j,u}}{\overline{C}_{oz}} \frac{f_{2j}}{y_{2j}^*} \frac{\operatorname{ctg} \alpha_{2j}}{(1+\operatorname{ctg}^2 \alpha_0)} + \frac{K_{2j,u}^2}{\overline{C}_{0Z}^2} \frac{1-\tau_0}{1+\operatorname{ctg}^2 \alpha_0} \right]^{-1}.
\end{aligned}$$

Обводний ККД групи ступенів визначається за формулою, що $\eta_u = \left(\sum_{j=1}^n h_0^{(j)} \right) / H_0$ раніше наводиться, або в безрозмірному вигляді згідно з виразом

$$\eta_u = 2\varepsilon_0 v_0^2 \overline{C}_{oz} \sum_{j=1}^n \left(K_{2j-1,u} \frac{f_{2j-1}}{y_{2j-1}^*} \operatorname{ctg} \alpha_{2j-1} - K_{2j,u} \frac{f_{2j}}{y_{2j}^*} \operatorname{ctg} \alpha_{2j} \right). \quad (4.61)$$

Задача оптимізації формулюється традиційно: ставиться задача визначення кутів α_{2j-1} і α_{2j} , а також безрозмірної густини y_{2j-1}^* і y_{2j}^* ($j = \overline{1, n}$) таким чином, щоб досягався максимум цільової функції (4.61) і задовольнялися обмеження (4.58) – (4.60).

Поставлену задачу нелінійного програмування з обмеженнями у вигляді рівностей вирішуємо добре апробованим методом штрафних функцій [10]. Узагальнена приєднана цільова функція має вигляд

$$I^* = \eta_u - \Lambda \left(\sum_{j=1}^{2n+1} A_j^2 \right), \quad (4.62)$$

де Λ – штрафний коефіцієнт; A_j – обмеження (4.58)–(4.60).

Знаходимо її безумовний максимум за параметрами α_j, ρ_j ($j = \overline{1, 2n}$). При збільшенні штрафного коефіцієнта Λ відхилю A_j в оптимальній точці наближаються до нуля, задовольняючи умовам обмеження.

Для максимізації функції (4.62) використовується метод сполучених градієнтів [10], згідно з яким організується процес послідовних наближень до оптимальної точки за формулами:

$$\begin{aligned}\vec{X}_{i+1} &= \vec{X}_i + \mu_i \vec{r}_i; \\ \vec{r}_{i+1} &= \nabla I_{i+1}^* + \vec{r}_i \frac{\|\nabla I_{i+1}^*\|}{\|\nabla I_i^*\|},\end{aligned}\tag{4.63}$$

де \vec{X}_i – вектор змінних на i -му кроці,

$\vec{X}_i = \{\alpha_1^{(i)}, \alpha_2^{(i)}, \dots, \alpha_{2n}^{(i)}, \rho_1^{(i)}, \rho_2^{(i)}, \dots, \rho_{2n}^{(i)}\}$, \vec{r}_i – напрямок у точці \vec{X}_i , ∇I_i^* – градієнт цільової функції в точці \vec{X}_i , μ_i – величина кроку.

Величина кроку μ_i на кожній ітерації вибирається з умови максимуму за μ_i функції $I^*(\vec{X}_i + \mu_i \vec{r}_i)$.

Одновимірний пошук максимуму цієї функції здійснюється за методом ДСК – Пауелла [10].

Одиночний ступінь. У цьому випадку, починаючи $n=1$, на підставі рівнянь (4.50) і (4.51) маємо

для обмеження \vec{A}_j

$$\left. \begin{aligned} A_{11} &\equiv S_0^* - S_{1T} \left(P_1, \frac{1}{\varphi^2} [i_1 - (1 - \varphi^2) i_0^*] \right) = 0, \\ A_{12} &\equiv i_0^* - i_1 - \frac{1}{2} \left(\frac{G}{F_1} \right)^2 \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_1}{\rho_1^2(P_1, i)} = 0; \end{aligned} \right\} \quad (4.64)$$

для обмеження \vec{A}_2

$$\left. \begin{aligned} A_{21} &\equiv S_1 - S_{2T} \left(P_2, \frac{1}{\psi^2} [i_2 - (1 - \psi^2) i_{2W}^*] \right) = 0, \\ A_{22} &\equiv i_{2W}^* - i_2 - \frac{1}{2} \left(\frac{G}{F_2} \right)^2 \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_2}{\rho_2^2(P_2, i_2)} = 0. \end{aligned} \right\} \quad 4.65$$

У (4.64), (4.65) параметрами керування залишилися кути α_1 і β_2 , а фазовими змінними – P_1 , i_1 , P_2 , i_2 .

Як обмеження \vec{A}_3 виступає обмеження на наявний перепад ступеня, вважаючи, що

$$h_0 = i_0^* - i_{2TT} \approx h_u + \Delta h_H + \Delta h_L + \frac{C_2^2}{2}$$

Тоді

$$A_3 \equiv i_0^* - i_{2TT} - \Delta h_H - \Delta h_L - \frac{C_2^2}{2} - h_u = 0, \quad (4.66)$$

де, згідно з (4.43) – (4.46), втрати в напрямних лопатках

$$\Delta h_H = \frac{1 - \varphi^2}{\varphi^2} \frac{1}{2} \left(\frac{G}{F_1} \right)^2 \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_1}{\rho_1^2};$$

втрати на робочих лопатках

$$\Delta h_{л} = \frac{1 - \psi^2}{\psi^2} \frac{1}{2} \left(\frac{G}{F_2} \right)^2 \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_2}{\rho_2^2};$$

втрати з вихідною швидкістю

$$\frac{C_2^2}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{G}{F_2} \right)^2 \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_2}{\rho_2^2} - \frac{U_2}{\rho_2} \frac{G}{F_2} \operatorname{ctg} \beta_2 + \frac{U_2^2}{2};$$

робота на обводі колеса

$$h_u = U_1 C_{1u} - U_2 C_{2u} = U_1 \frac{G}{F_1} \frac{\operatorname{ctg} \alpha_1}{\rho_1} - U_2 \left(\frac{G}{F_2} \frac{\operatorname{ctg} \beta_2}{\rho_2} - U_2 \right).$$

Якщо замість β_2 задатися кутом α_2 , усі рівняння перетворюються згідно з (4.57) і другим керуючим параметром стає α_2 .

У всіх наведених вище співвідношеннях i_{2W}^* обчислюється за виразом

$$i_{2W}^* = i_0^* - U_1 C_{1u} + U_2^2 / 2,$$

що витікає з рівняння збереження енергії (3.3).

ККД ступеня визначається виразом

$$\eta_u = h_u / h_0 = \frac{U_1 C_{1u} - U_2 C_{2u}}{i_0^* - i_{2TT}^*},$$

а задача оптимізації записується у такій формі:

$$\text{знайти } \max_{\substack{\alpha_1, \beta_2, P_j, i_j \\ (j=1,2)}} \eta_u = h_u / h_0 \quad (4.67)$$

при обмеженнях (4.64) – (4.66).

«Приєднана» цільова функція для задачі (4.67) записується в традиційній формі (4.53)

$$I^* = \eta_u - \Lambda (A_{11}^2 + A_{12}^2 + A_{21}^2 + A_{22}^2 + A_3^2) \quad (4.68)$$

Тепловий розрахунок проводиться як звичайно: мінімізацією квадратів відхилів у перетинах. Вирішуючи пряму задачу з фіксованою витратою, одержуємо певне значення протитиску, тобто P_2 є функцією витрати G .

На вході в ступінь процес описується системою рівнянь (4.55). Обмеження на перепад можна також накласти, визначивши протитиск P_2 з рівняння (4.54)

$$S_0^* - S_{2TT} (P_2, i_0^* - h_0) = 0.$$

Це ж рівняння дозволяє знайти перепад, якщо заданий протитиск.

При рішенні прямої задачі з фіксованим протитиском мінімізується відхил $(P_2 - P_{2\text{задане}})^2$ варіюванням витрати за допомогою процедури одновимірного пошуку (розд. 2).

Одиночний ступінь газової турбіни. Вважаючи робоче тіло ідеальним газом, на підставі (3.10) з (4.64), (4.65) можна записати

$$A_1 \equiv i_0^* - i_0^* \left(\frac{\rho_1}{\rho_0^*} \right)^{k-1} \sigma_1^{1-k} - \frac{C_1^2}{2} = 0, \quad (4.69)$$

де

$$\sigma_1 = \left[\frac{1 - C_1^2 / (2\varphi^2 i_0^*)}{1 - C_1^2 / (2i_0^*)} \right]^{\frac{k}{k-1}}, \quad C_1^2 = \left(\frac{G}{F_1} \right) \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_1}{\rho_1^2};$$

$$A_2 \equiv i_{2W}^* - i_0^* \left(\frac{\rho_2}{\rho_0^*} \right)^{k-1} \sigma_2^{1-k} - \frac{W_2^2}{2} = 0, \quad (4.70)$$

де

$$\sigma_2 = \sigma_1 \left[\frac{1 - W_2^2 / (2\psi^2 i_{2W}^*)}{1 - W_2^2 / (2i_{2W}^*)} \right]^{\frac{k}{k-1}}, \quad W_2^2 = \left(\frac{G}{F_2} \right) \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_2}{\rho_2^2}$$

У цих рівняннях $\operatorname{ctg} \alpha_1$, $\operatorname{ctg} \beta_2$ – параметри керування, а фазові змінні ρ_1 і ρ_2 ; i_{2W}^* обчислюється за раніше наведеним виразом $i_{2W}^* = i_0^* - U_1 C_{1u} + U_2^2 / 2$.

У безрозмірній формі вираз для обмежень \vec{A}_1 , \vec{A}_2 і \vec{A}_3 для розглянутого окремого випадку одиночного ступеня впливає із (4.58) – (4.60):

$$A_1 \equiv \sigma_1^{1-k} y_1^{*k-1} + [1 - \tau(\lambda_0)] \varepsilon^2(\lambda_0) \frac{f_1^2}{y_1^{*2}} \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_0} - 1 = 0; \quad (4.71)$$

$$A_2 \equiv \sigma_2^{1-k} y_2^{*k-1} + [1 - \tau(\lambda_0)] \varepsilon^2(\lambda_0) \frac{f_2^2}{y_2^{*2}} \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_2}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_0} +$$

$$+ \frac{2[1-\tau(\lambda_0)]\varepsilon(\lambda_0)}{\bar{C}_{oz}(1+\text{ctg}^2\alpha_0)} \left[K_{1u}f_1 \frac{\text{ctg}\alpha_1}{y_1^*} - K_{2u}f_2 \frac{\text{ctg}\alpha_2}{y_2^*} \right] - 1 = 0; \quad (4.72)$$

$$\begin{aligned} A_3 = & 2\varepsilon(\lambda_0)\bar{C}_{oz} \left[K_{1u}f_1 \frac{\text{ctg}\alpha_1}{y_1^*} - K_{2u}f_2 \frac{\text{ctg}\alpha_2}{y_2^*} \right] + \\ & + \frac{1-\varphi^2}{\varphi^2}\varepsilon^2(\lambda_0)\bar{C}_{oz} \frac{f_1^2}{y_1^{*2}}(1+\text{ctg}^2\alpha_1) + \frac{1-\psi^2}{\psi^2} \left[K_{2u}^2 - \right. \\ & + \varepsilon^2(\lambda_0)\bar{C}_{oz}^2 \frac{f_2^2}{y_2^{*2}}(1+\text{ctg}^2\alpha_2) - 2\varepsilon(\lambda_0)\bar{C}_{oz}f_2 K_{2u} \frac{\text{ctg}\alpha_2}{y_2^*} \left. \right] + \\ & + \bar{C}_{oz}^2 \varepsilon^2(\lambda_0) \frac{f_2^2}{y_2^{*2}}(1+\text{ctg}^2\alpha_2) - 1/v_0^2 = 0, \end{aligned} \quad (4.73)$$

де $\lambda_0 = C_0/a_*$ – приведена швидкість на вході; $\tau(\lambda_0)$ і $\varepsilon(\lambda_0)$ – газодинамічні функції; $\bar{C}_{oz} = C_{oz}/U_0$ – коефіцієнт витрати на вході в ступінь; $v_0 = U_0/C_\phi$ – відношення колової швидкості на вході в ступінь до швидкості, еквівалентної наявному перепаду на ступінь; $K_{iu} = U_j/U_0 = D_{\text{сер},j}/D_{\text{сер},0}$ – відношення колових швидкостей до колової швидкості на вході в ступінь, ($j=1,2$);

$$f_j = F_0/F_j = \frac{1}{K_{ju}} \frac{l_0}{l_j} - \text{відносні площі, } (j=1,2); \quad y_j^* = \rho_j/\rho_0^* -$$

відносна густина, ($j=1,2$); σ_1 і σ_2 – коефіцієнти ізоентропійності.

Обводний ККД ступеня визначаємо за відомою формулою

$$\eta_u = h_u/h_0 = (U_1C_{1u} - U_2C_{2u})/(i_0^* - i_{2TT})$$

або в безрозмірному вигляді згідно з виразом, що впливає з (2.61):

$$\eta_u = 2\varepsilon(\lambda_0)v_0^2\overline{C}_{oz}\left(K_{1u}\frac{f_1}{y_1^*}\operatorname{ctg}\alpha_1 - K_{2u}\frac{f_2}{y_2^*}\operatorname{ctg}\alpha_2\right). \quad (4.74)$$

Задача оптимізації формулюється тепер у такий спосіб: ставиться задача визначення кутів α_1 і α_2 , а також безрозмірної густини y_1^* і y_2^* так, щоб досягався максимум цільової функції (4.74) і задовольнялися обмеження (4.71) – (4.73).

Застосовуючи в рішенні поставленої задачі метод штрафних функцій [10], зводимо задачу пошуку екстремуму при наявності обмежень до задачі без обмежень для допоміжної «приєднаної» цільової функції

$$I^* = \eta_u - \Lambda(A_1^2 + A_2^2 + A_3^2), \quad (4.75)$$

де, як і в (4.62), Λ – штрафний коефіцієнт.

Для безумовної максимізації функції (4.75) використовувався метод сполучених градієнтів Флетчера – Рівса [10] з вибором величини кроку на кожній ітерації за методом ДСК – Пауелла [10]. Коефіцієнти швидкості φ і ψ можуть задаватися, або, як вказувалося вище, обчислюватися за однією з можливих методик [39, 40, 41].

Степінь реактивності R визначаємо зі співвідношення

$$R = \frac{h_0 - \frac{1}{2}(C_1/\varphi)^2}{h_0 - C_0^2/2} = \frac{1 - \varepsilon^2(\lambda_0)v_0^2\frac{f_1^2}{y_1^{*2}}\frac{C_{oz}^2}{\varphi^2}(1 + \operatorname{ctg}^2\alpha_1)}{1 - v_0^2\overline{C}_{oz}^2(1 + \operatorname{ctg}^2\alpha_0)}. \quad (4.76)$$

Рівняння (4.71) – (4.73), (4.76) становлять математичну модель турбінного ступеня в одновимірній постановці. Як невідомі величини будемо розглядати α_1 , α_2 , y_1^* , y_2^* , R і v_0 . Інші параметри будемо вважати заданими. Можливі різні постановки задач для даної системи рівнянь.

1. Задані кути α_1 і α_2 (пряма задача). Вирішуючи (4.71) і (4.72) шляхом мінімізації квадрата відхилів A_1 і A_2 за допомогою одновимірного пошуку, визначаємо y_1^* й y_2^* , а потім знаходимо перепад на ступінь, визначивши значення v_0 , згідно з (4.73), і степінь реактивності R за (4.76).

2. Задані перепад і степінь реактивності R (зворотна задача). Тоді (4.71) – (4.73) і (4.76) становлять систему чотирьох рівнянь із чотирма невідомими, вирішуючи яку визначаємо кути й густину в розрахункових перетинах.

За запропонованими алгоритмами було проведено розрахункове дослідження впливу різних параметрів на ККД одиночного турбінного ступеня (рис. 4.11 – 4.12).

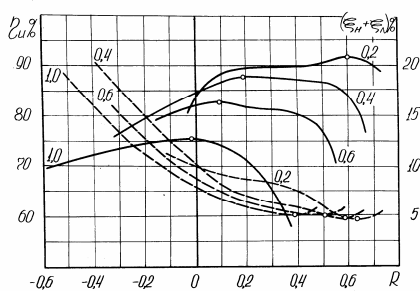


Рис. 4.11. Зміна оптимальних ККД і гідравлічних втрат у циліндричному турбінному ступені залежно від степеня реактивності при значенні $\lambda_0 = 0,1$; φ і ψ визначаються за формулами (4.39) з перерахуванням за (4.40) для негативного степеня реактивності. Цифри на кривих позначають величину $\overline{C_{oz}}$; — — η_u ; - - - - $(\xi_n + \xi_l)$

Розрахунки показали, що стисливість помітно впливає на абсолютні значення ККД ступеня. В основному це пояснюється бурхливим зростанням питомого об'єму на виході зі ступеня й пов'язаного з цим збільшення втрат з вихідною швидкістю. Так, для ступеня з $U/C_\phi=0,5$ і $\bar{C}_{0Z}=0,3$ перехід від $\lambda_{C\phi}=0,07$ до $\lambda_{C\phi}=1,0$ спричинив збільшення втрат у робочих лопатках на 0,3 % при майже незмінній величині втрат у соплах, але істотне зростання втрат з вихідною швидкістю на 2,87 %.

Зроблені висновки слушні як для постійних, так і змінних величин швидкісних коефіцієнтів ϕ і ψ (рис. 4.12).

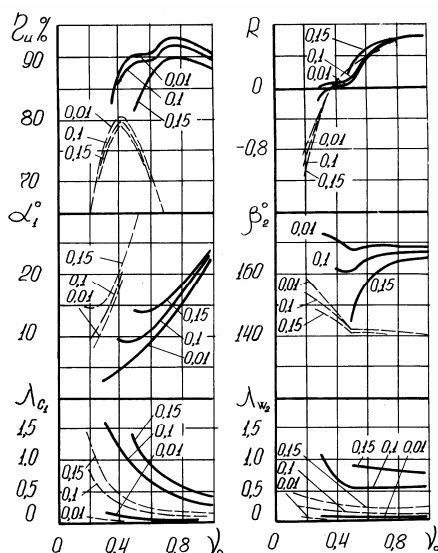


Рис. 4.12. Вплив стисливості на оптимальні характеристики турбінного ступеня ($f_j=K_j=1$; $j=1,2$); ϕ і ψ визначаються за формулами (4.39) з перерахуванням за (4.40) для негативного ступеня реактивності. Цифри на кривих позначають величину λ_0 . — — — $\bar{C}_{0Z}=0,2$; - - - - $\bar{C}_{0Z}=0,8$

Слід підкреслити, що результати розрахунків за різними алгоритмами, викладеними у підрозд. 4.1 і 4.2, добре збігаються, що служить одним із критеріїв правильності складених алгоритмів і контролем при налагодженні програм.

4.3. Результати розрахункового дослідження групи й одиночних осевих турбінних ступенів

На підставі викладених теоретичних відомостей було складено ряд програм для оптимізації параметрів групи турбінних ступенів, що дозволяють обґрунтовано вибирати кількість ступенів у відсіку, робити розподіл теплоперепадів між ступенями і забезпечують максимальний ККД усього відсіку в цілому. Як основний об'єкт розрахункового дослідження було прийнято групу ступенів, об'єднаних у ЦВТ турбіни К-500-240-2. Вихідний варіант ЦВТ вказаної турбіни має такі параметри: кількість ступенів $n = 9$ (крім першого регульовального), $i_0^* = 3268,2$ кДж/кг; $P_0^* = 17$ МПа, $T_0^* = 768K$, $u_0 = 145$ м/с, $H_0 = 369$ кДж/кг, $\overline{C}_{oz} = C_{oz}/U_0 = 0,407$, $U_0/C_\phi = 0,166$.

З метою оцінки впливу коефіцієнтів K_{jz} , K_{ju} ($j = \overline{1, 2n}$), що визначають форму проточної частини на оптимальну кількість ступенів у відсіку, оптимальні параметри проміжного і останнього ступенів та ККД усього відсіку, проведемо розрахункове дослідження ЦВТ при постійних швидкісних коефіцієнтах уздовж відсіку, значення яких приймемо такими ж, як у вихідному варіанті: $\varphi^2 = 0,941$, $\psi^2 = 0,865$. Вважаємо, що вихідна швидкість у проміжних ступенях використовується повністю.

Розрахунки проводилися для таких варіантів (рис. 4.14):

I. – $K_z = \text{const}$, $K_u = \text{var}$: I.1 – K_u збільшується; I.2 – K_u постійне;
I.3 – K_u зменшується.

II. – $K_z = \text{var}$, $K_u = \text{const}$: II.1 – K_z збільшується; II.2 – K_z постійне;
II.3 – K_z зменшується.

У випадку постійних значень K_u , K_z варіанти I.2, II.2 збігаються. Усі ступені, крім останнього, однакові. Результати розрахунків продемонстровані на рис. 4.15. Тут же наведений ККД вихідного варіанта при $u/C_\infty = 0,166$ і $n = 9$.

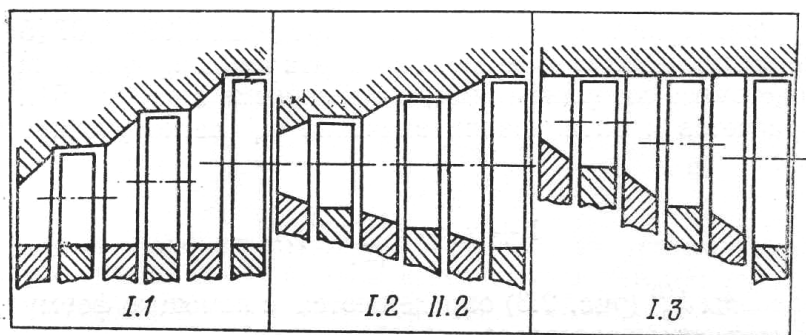


Рис. 4.14. Варіанти виконання проточної частини багатоступінчастої осьової турбіни

Для варіанта I на рис. 4.16, 4.17 показано зміну K_u і наведено залежність ККД відсіку від кількості ступенів при фіксованому перепаді на відсік $v_0 = u/C_\infty = 0,166$. У цьому випадку не можна побудувати залежності як на рис. 4.15, оскільки всі ступені різні.

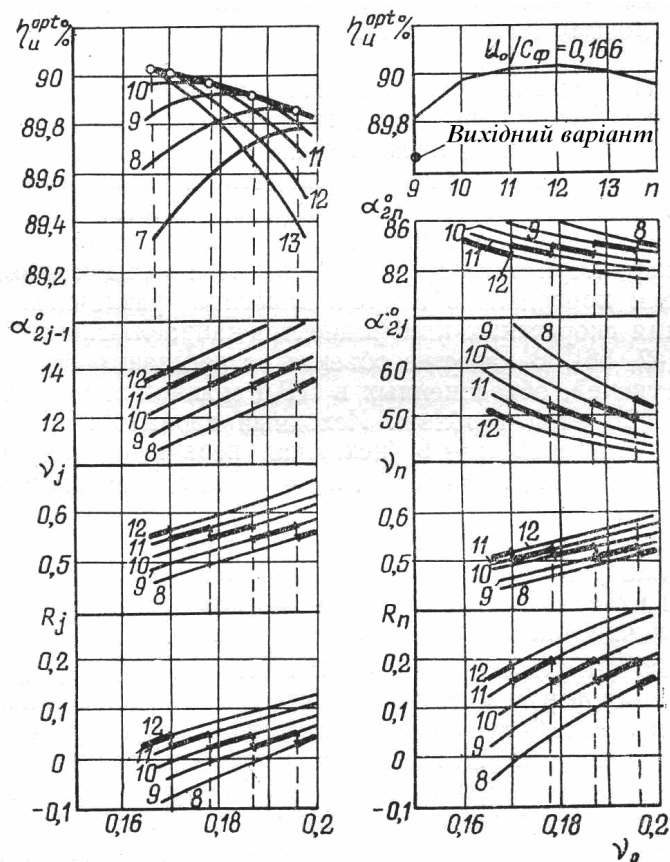


Рис. 4.15. Розрахункові оптимальні характеристики ЦВТ, проміжного і останнього ступенів при різних величинах перепаду на весь циліндр ($\bar{c}_{0z} = 0,407$, $K_{ju} = K_{jz} = 1$, $j = \overline{1, 2n}$; $K_j^{вих} = 0$, $j = \overline{1, n}$; $\varphi^2 = 0,941$, $\psi^2 = 0,865$). Цифри на кривих позначають кількість ступенів у відсіку. Жирною лінією зображена обвідна параметрів, відповідних до максимуму ККД

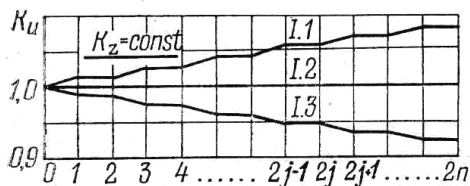


Рис. 4.16. Зміна K_u уздовж відсіку при постійному K_z для різних варіантів виконання проточної частини

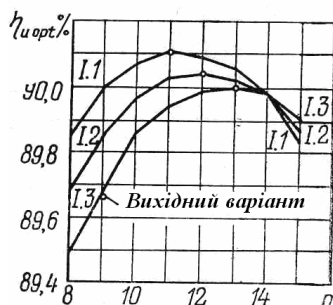


Рис. 4.17. Криві ККД відсіку для різних варіантів виконання проточної частини залежно від кількості ступенів ($K_z = \text{const}$, $v_0 = u/C_0 = 0,166$)

Закон зміни K_u уздовж відсіку помітно впливає на оптимальну кількість ступенів і рівень його ККД (рис. 4.17). Збільшення середніх діаметрів ступенів уздовж відсіку сприяє підвищенню абсолютного ККД відсіку й зменшенню оптимальної кількості ступенів. У ЦВТ збільшення K_u , як правило, не перевищує 10 %, а в ЦСТ, де висота лопаток досить значна, досягає 25 %.

Вплив закону зміни K_z уздовж відсіку (рис. 4.18) на його оптимальні характеристики показано на рис. 4.19. Як бачимо, величина K_z не позначається на оптимальній кількості ступенів, але суттєво впливає на абсолютний рівень ККД відсіку. Найбільш вигідний розподіл K_z – зменшення його уздовж відсіку. Однак зменшувати K_z необхідно в таких межах, щоб проточна частина різко не розкривалася.

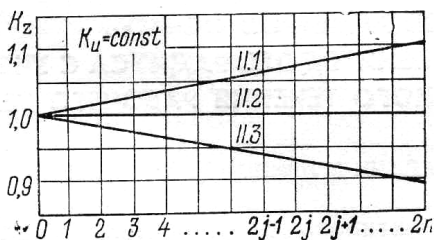


Рис. 4.18. Варіанти законів зміни K_z уздовж відсіку при постійному K_u

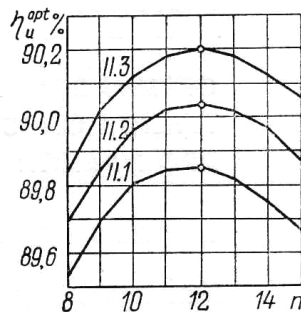


Рис. 4.19. Вплив закону зміни K_z уздовж відсіку на його оптимальні характеристики

Для всіх розглянутих варіантів у випадку повного використання вихідної швидкості проміжного ступеня оптимальні кути виходу потоку із усіх ступенів, крім останнього, помітно відрізняються від 90° .

Значні розрахункові дослідження були проведені для зазначеного вище ЦВТ при фіксованій (як у вихідному варіанті) формі проточної частини. Розрахунки показали, що на оптимальний розподіл теплового перепаду між ступенями й іншими характеристиками ступенів (ступінь реактивності, кути α_1 , α_2 і т. ін.) істотний вплив має співвідношення між ККД соплових і робочих лопаток і величина радіального зазору. Для виявлення впливу першого фактора ЦВТ турбіни був розрахований і оптимізований з величиною радіального зазору $\delta_p = 0,3\text{мм}$ у припущенні різних методик визначення ККД напрямних і робочих лопаток (рис. 4.20, 4.21). Настільки малий зазор забезпечив величину втрат від витоків у периферії робочого колеса в межах $0,362...0,827\%$ при зміні ступеня реактивності $R = 7...42\%$.

У випадку використання методики [41] залежно від $D_{сер}/l$ ККД напрямних решіток лежить у межах $\varphi^2 = 0,932...0,959$, робочих

$\psi^2 = 0,825...0,953$. При цьому виявилось доцільним збільшити перепад на першому ступені до 52кДж/кг, зменшити на останньому ступені до 30,6кДж/кг, залишити теплові перепади на проміжних ступенях приблизно однаковими й рівними 41...42кДж/кг (на передостанній 38,3кДж/кг). Оптимальний степінь реактивності збільшується від першого до останнього ступеня в межах 22,7...42,4 %, відповідна зміна кутів $\alpha_1 = 12,5...17,2^\circ$, $\alpha_2 = 115...97^\circ$. ККД оптимального відсіку порівняно з вихідним підвищився на 1,9 % і становить 91,1 % (рис. 4.20).

Використання методики [43] привело до трохи відмінних величин $\varphi^2 = 0,914...0,949$ і помірних значень $\psi^2 = 0,805...0,846$. Помітне зниження ККД робочих лопаток спричинило доцільність зменшення спрацьованого на робочому колесі теплового перепаду. Оптимальними виявилися: степінь реактивності, що змінюється в межах $R = 7,3...11,3$ % (крім перших двох ступенів, де $R = 22...24$ %); кути α_1 зменшувані уздовж відсіку $\alpha_1 = 16,3...11,3^\circ$; збільшувані кути $\alpha_2 = 60...91^\circ$. У цьому випадку теплові перепади збільшуються від ступеня до ступеня в межах 29...51кДж/кг. Порівняно з вихідним вдалося підвищити ККД на 0,4 % і довести до рівня 87,6 % (рис. 4.21).

В обох варіантах оптимізаційних розрахунків ККД першого ступеня (а в другому випадку навіть перших двох) виявився нижче вихідного, що продиктоване інтересами підвищення ККД усього відсіку (більш істотним збільшенням вироблюваної корисної роботи на наступних ступенях) і можливістю подальшого використання теплових втрат (так зване повернення тепла).

Розрахунки також підтвердили помітний вплив радіальних зазорів на рівень ступеня реактивності в ступенях, зменшуючи його степінь зі збільшенням радіальних зазорів. Темп зменшення ступеня реактивності знижується зі збільшенням довжини лопатки (зменшенням $D_{\text{сер}}/l$), що пов'язане зі зменшенням частки втрат від витоків

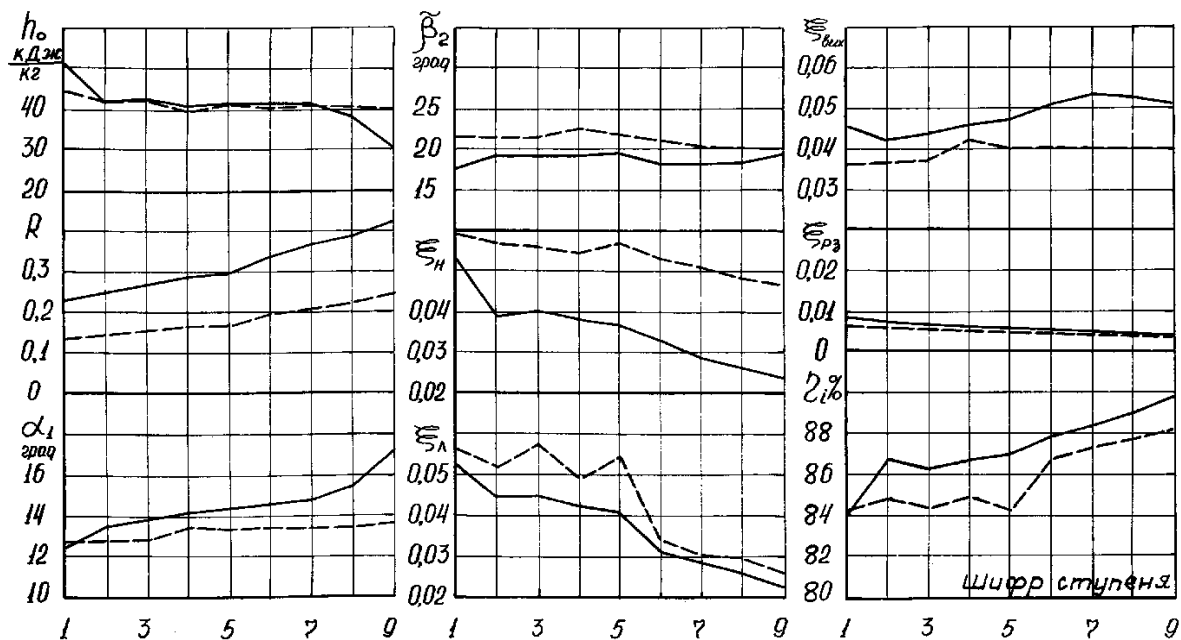


Рис. 4.20. Зміна основних параметрів уздовж відсіку вихідного (пунктир) і оптимізованого (суцільна лінія) ЦВТ турбіни К-500-240-2 при $\delta_p = 0,3$ мм. ККД решіток визначалися за методикою [41]

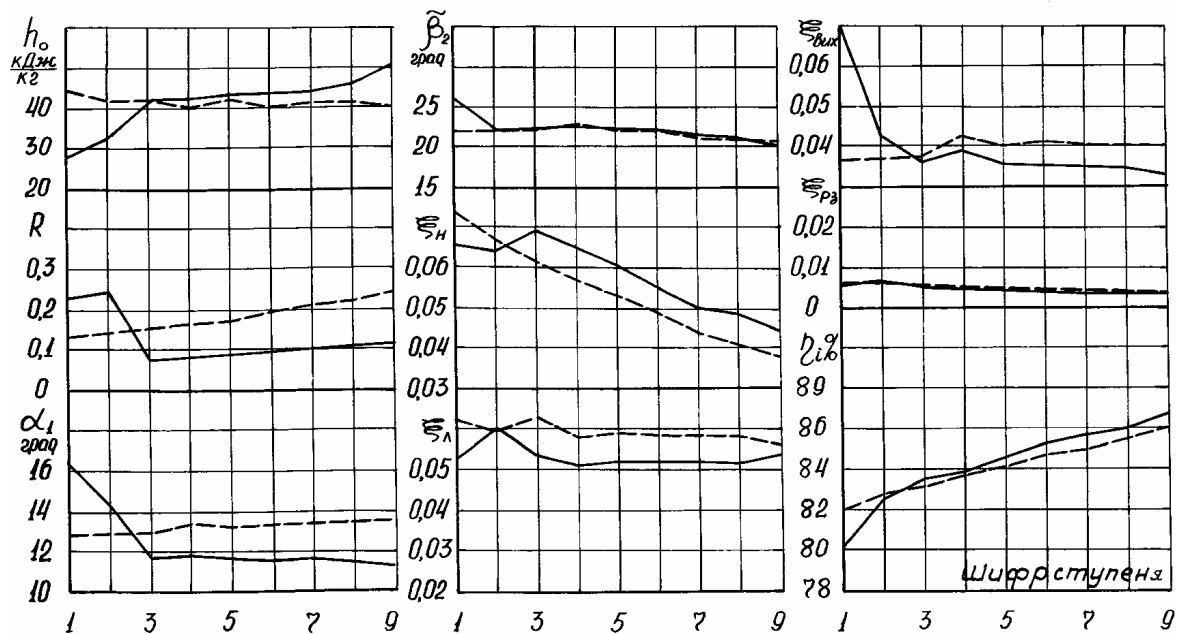


Рис. 4.21. Зміна основних параметрів уздовж відсіку вихідного (пунктир) і оптимізованого (суцільна лінія) ЦВТ турбіни К-500-240-2 при $\delta_p = 0,3$ мм. ККД решіток визначалися за методикою [43]

через радіальний зазор у загальному балансі втрат у ступені в міру зростання довжини лопаток.

Розглянута теорія оптимізації була використана для розрахунку одиночних ($n = 1$) осьових турбінних ступенів.

Зокрема, для дослідження й можливої модернізації з метою випробування на експериментальній повітряній турбіні була виготовлена модель ступеня ЦВТ турбіни К-500-65/3000 з такими параметрами: $\alpha_{1\text{еф}}=13^\circ02'$; $D_{\text{сер}}=353\text{мм}$; $l_{\text{л}}=27\text{мм}$; $D_{\text{сер}}/l=14,12$; $\beta_{1\text{с}}=29^\circ30'$; $\beta_{2\text{еф}}=20^\circ55'$. Розрахунки показали, що для того, щоб витримати таке ж як у справжньому ступені $U/C_\phi = 0,5$ при близькому до осьового виходу потоку за ступенем і близькими до натури числами M і ступенем реактивності, необхідно при тиску за ступенем $P_2 = 0,1$ МПа початкові параметри на вході в ступінь витримати рівними $P_0^* = 0,146$ МПа, $T_0^* = 385$ К, що визначило витрату через ступень, рівною $G = 1,63$ кг/с і $\lambda_0 = 0,124$. Тепловий розрахунок показав, що для цих умов параметри ступеня:

$n = 7597$ об/хв, $\beta_1 = 31^\circ20'$, $\overline{C}_{02} = 0,318$, $Mc_1 = 0,62$, $R = 19,2$ %, $\xi_H = 0,0324$, $\xi_{\text{л}} = 0,0769$, $\xi_{\text{вих}} = 0,0443$, $\eta_u = 84,63$ %. Розрахункові значення ККД напрямних і робочих решіток, згодом підтверджені експериментом, відповідно рівнялися: $\varphi^2 = 0,9556$, $\psi^2 = 0,81$.

Слід визначити, що при фіксованому значенні початкових параметрів P_0^*, T_0^* , протитиску P_2 , ступінь із заданою геометрією $\alpha_1=13^\circ02'$ і $\beta_{2\text{еф}}=20^\circ55'$ повинен згідно з розрахунком при неосьовому виході потоку давати збільшення ККД на 0,5 %. Цей неосьовий вихід можна забезпечити змінивши U/C_ϕ до значення $U/C_\phi = 0,56$. Останнє можливо зробити двома шляхами: зменшення теплоперепадку при $n = \text{const}$ за рахунок збільшення протитиску P_2 , або за раху-

нок зміни частоти обертання ротора n , що в умовах експерименту більш зручно.

Дані нового теплового розрахунку такі: $P_0^* = 0,146$ МПа, $T_0^* = 385$ К, $P_2 = 0,1$ МПа, $n = 8344$ об/хв; $U/C_\delta = 0,56$, $\beta_1 = 37^\circ 4'$, $\overline{C}_{0Z} = 0,284$, $Mc_1 = 0,603$, $R = 22,28$ %, $\xi_H = 0,0312$, $\xi_{\pi} = 0,077$, $\xi_{\text{вих}} = 0,0425$, $\eta_u = 84,93$ %.

Подальші оптимізаційні розрахунки при частоті обертання $n = 8344$ об/хв і навіть трохи зменшеному ψ^2 привели до ступеня з такими параметрами: $\alpha_1 = 12^\circ$, $\tilde{\beta}_2 = 23^\circ 30'$, $P_0^* = 0,170$ МПа, $T_0^* = 385$ К, $P_2 = 0,1$ МПа, $U/C_\phi = 0,47$, $\overline{C}_{0Z} = 0,306$, $G = 1,93$ кг/з, $\beta_1 = 23^\circ 43'$, $Mc_1 = 0,83$, $R = 2,4$ %, $\xi_H = 0,0407$, $\xi_{\pi} = 0,062$, $\xi_{\text{вих}} = 0,0423$, $\eta_u = 85,62$ %, $\eta_u^* = 89,85$ %.

Тобто розрахунковим шляхом була підтверджена принципова можливість підвищення теплового перепаду на ступінь в 1,42 раза без погіршення економічності ступеня за умови збереження ККД робочого колеса. При цьому степінь реактивності на середньому радіусі $R_{\text{сер}}$ зменшився майже до нульового значення. Зниження ступеня реактивності на середньому радіусі у випадку збереження мінімальних втрат з вихідною швидкістю неминуче викликає появу в корені ступеня негативного ступеня реактивності, що у свою чергу приводить до труднощів і додаткових заходів для збереженню ККД робочих решіток на рівні вихідного варіанта. До того ж слід підкреслити, що цей розрахунковий результат отриманий для одиночного ступеня при відсутності підсмоктування в кореневий зазор. Робота ступеня в групі турбінних ступенів в умовах наявності протікання у проточній частині може суттєво вплинути на його

оптимальні характеристики, про що піде мова нижче. Все-таки отриманий цікавий результат наштовхнув на постановку серії спеціальних експериментальних досліджень.

Експериментальному дослідженню отриманих вище одиночних ступенів і проблемі збереження ККД робочих лопаток у цих умовах течії робочого тіла присвячений шостий розділ підручника.

4.4. Попередня оцінка режимних і геометричних характеристик ступеня в області, близькій до оптимальної

У ряді випадків для попередніх розрахунків необхідно мати прості аналітичні вирази, що дозволяють визначати основні режимні й геометричні параметри ступеня, які забезпечують значення ККД, близьке до максимального. Для одержання таких залежностей розглянемо осьовий ступінь із постійною (для спрощення) осьовою ($C_{1z} = C_{2z} = C_z$) і коловою ($U_1 = U_2 = U$) швидкостями, через яку протікає без тертя стислива рідина.

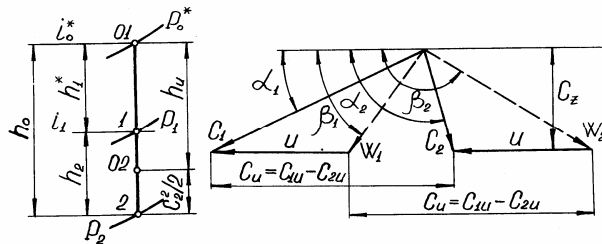


Рис. 4.22. Процес розширення в ідеальному турбінному ступені на *iS*-діаграмі й трикутники швидкостей

Нерівність швидкостей, як показано вище, не вносить принципових змін і легко може бути врахована шляхом введення коефіцієнтів K_z і K_u відповідно рівних: $K_z = C_{2z}/C_{1z}$, $K_u = U_2/U_1$. Процес роз-

ширення на iS -діаграмі й трикутники швидкостей для розглянутого випадку зображені на рис. 4.22.

Коловий коефіцієнт корисної дії ідеального осьового турбінного ступеня. Скориставшись виразом для обводового ККД $\eta_u = h_u/h_0 = 2U(C_{1u} - C_{2u})/C_\phi^2$, а також значенням $C_{2u} = 2u(1-R) - C_1 \cos \alpha_1$, (де $R = h_2/h_u$), отриманим із трикутників швидкостей. Після деяких перетворень одержуємо залежність обводового ККД ідеального турбінного ступеня η_u від кута виходу потоку з напрямного апарата α_1 , степеня реактивності R і відношення швидкостей U/C_ϕ [1]:

$$\eta_u = 4 \frac{U}{C_\phi} \left\{ \cos \alpha_1 \sqrt{4 \left(\frac{U}{C_\phi} \right)^2 R [R \cos^2 \alpha_1 + (1-R)] + 1 - 2 \frac{U}{C_\phi} R \cos^2 \alpha_1 - \frac{U}{C_\phi} (1-R)} \right\}. \quad (4.77)$$

Для окремих випадків з останнього виразу маємо добре відомі формули [45]:

при $R = 0,5$

$$\eta_u = 2 \left\{ 1 - \left[\frac{U}{C_\phi} \cos \alpha_1 - \sqrt{\left(\frac{U}{C_\phi} \right)^2 (\cos^2 \alpha_1 + 1) + 1} \right]^2 \right\};$$

при $R = 0$

$$\eta_u = 4 \frac{U}{C_\phi} \left(\cos \alpha_1 - \frac{U}{C_\phi} \right);$$

при $R = -1$

$$\eta_u = 4 \frac{U}{C_\phi} \left[\cos \alpha_1 - \sqrt{4 \left(\frac{U}{C_\phi} \right)^2 (\cos^2 \alpha_1 - 2) + 1} - 2 \frac{U}{C_\phi} \sin^2 \alpha_1 \right].$$

Для ступеня з осьовим виходом потоку, коли $C_{2u} = 0$, знаходимо вираз [1]

$$(U/C_1)_{opt} = \frac{\cos \alpha_1}{2(1-R)}; \quad (4.78)$$

$$\bar{C}_{Zopt} = 2(1-R) \operatorname{tg} \alpha_1; \quad (4.79)$$

$$\bar{C}_{uopt} = 2(1-R); \quad (4.80)$$

$$\left(\frac{U}{C_\phi} \right)_{opt} = \frac{\cos \alpha_1}{2 \sqrt{(1-R)^2 + R(1-R) \cos^2 \alpha_1}}; \quad (4.81)$$

$$\eta_{uopt} = \cos^2 \alpha_1 / (1 - R \sin^2 \alpha_1), \quad (4.82)$$

де значення коефіцієнтів витрати й циркуляції визначаються співвідношеннями $\bar{C}_Z \equiv C_Z/U$, $\bar{C}_u \equiv (C_{1u} - C_{2u})/U$.

Для окремих випадків з наведених вище формул легко одержуємо добре відомі співвідношення [45]:

- при $R = 0,5$

$$(U/C_1)_{opt} = \cos \alpha_1; \quad (U/C_\phi)_{opt} = \cos \alpha_1 / \sqrt{1 + \cos^2 \alpha_1};$$

$$\eta_{uopt} = 2 \cos^2 \alpha_1 / (1 + \cos^2 \alpha_1)$$

- при $R = 0$

$$(U/C_1)_{opt} = \cos \alpha_1 / 2; \quad (U/C_\phi)_{opt} = \cos \alpha_1 / 2; \quad \eta_{uopt} = \cos^2 \alpha_1;$$

- при $R = -1$

$$(U/C_1)_{opt} = \cos \alpha_1 / 4; \quad (U/C_\phi)_{opt} = \cos \alpha_1 / \left[2 \sqrt{2(1 + \sin^2 \alpha_1)} \right];$$

$$\eta_{uopt} = \cos^2 \alpha_1 / (1 + \sin^2 \alpha_1).$$

Залежність обводного ККД ідеального осьового турбінного ступеня від коефіцієнтів витрати, навантаження на лопатку й ступеня реактивності. Зазначені залежності для трьох окремих випадків турбін з ізоентропійним розширенням робочого тіла: активної, зі ступенем реактивності 50 %, і з осьовим виходом потоку отримані й розглянуті в роботі [40]. Більш загальну залежність можна одержати, скориставшись перетвореннями, викладеними в [1]

$$\eta_u = \frac{8\overline{C}_u}{\overline{C}_u^2 + 4\overline{C}_u(1+R) + 4(1-R)^2 + 4\overline{C}_z^2}. \quad (4.83)$$

Рішення відносно \bar{C}_u отриманого квадратного рівняння має вигляд

$$\bar{C}_u = -2(1 + R - 2/\eta_u) \pm 2\sqrt{(1 + R - 2/\eta_u)^2 - (1 - R)^2 - \bar{C}_z^2}. \quad (4.84)$$

Рівняння (4.83) дозволяє для ступеня з довільним ступенем реактивності R побудувати в площині $\bar{C}_u - \bar{C}_z$ криві постійних значень η_u (рис. 4.23). Тут же нанесені залежності \bar{C}_u від \bar{C}_z для різних значень кутів виходу потоку із соплових решіток α_1 .

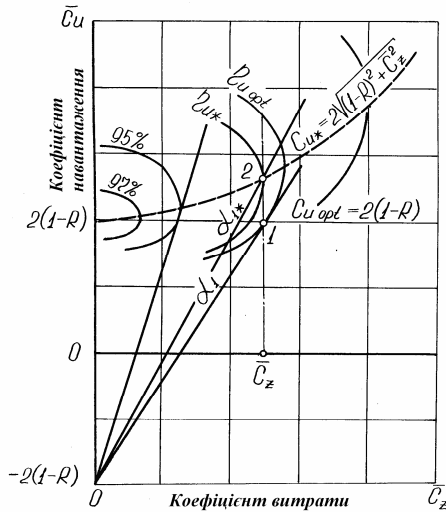


Рис. 4.23. Коловий ККД ідеального осьового турбінного ступеня з довільним ступенем реактивності

Це прямі промені, що виходять при $\bar{C}_z = 0$ із точки, яка залежить від ступеня реактивності R . Так, для реактивного ступеня зі

ступенем реактивності $R = 0,5$ промені беруть свій початок у точці -1 , при $R = 0$ (активний ступінь) промені виходять із точки -2 , при $R = -1$ вихідна точка -4 .

З рис. 4.23 ми бачимо, що при фіксованому ступені реактивності R для заданого значення \bar{C}_Z існує єдина величина \bar{C}_{u^*} , при якій ККД η_u досягає максимальної величини. Це має місце при нульовому значенні у формулі (4.84) підкореневого виразу, тобто для заданого \bar{C}_Z максимальне значення ККД η_{u^*} ми маємо при $\bar{C}_u = \bar{C}_{u^*} = -2(1 + R - 2/\eta_u)$. Тоді з (4.84) одержуємо

$$\bar{C}_{u^*} = 2\sqrt{(1 - R)^2 + \bar{C}_Z^2}. \quad (4.85)$$

З формули (4.85) легко одержати окремі випадки, описані в [33]:

- при $R = 0,5$: $\bar{C}_{u^*} = \sqrt{1 + 4\bar{C}_Z^2}$;

- при $R = 0$: $\bar{C}_{u^*} = 2\sqrt{1 + \bar{C}_Z^2}$.

Для ступеня з осьовим виходом потоку

$$\eta_u = \frac{2\bar{C}_u}{2\bar{C}_u + \bar{C}_Z^2} \quad (4.86)$$

$$\bar{C}_u = \bar{C}_Z / \operatorname{tg} \alpha_1 = 2(1 - R). \quad (4.87)$$

Порівнюючи формулу (4.85) з рівнянням (4.87) для осьового виходу потоку, ми бачимо, що при зафіксованому значенні степеня реактивності R і величини $\bar{C}_Z \neq 0$ η_{u*} досягається при деякому закручуванні за робочим колесом. Величину цього закручування можна визначити

$$\bar{C}_{2u*} = (1 - R) - \sqrt{(1 - R)^2 + \bar{C}_Z^2} . \quad (4.88)$$

З виразу (4.88) видно, що для зазначеного випадку закручування потоку за робочим колесом спрямоване в протилежну сторону обертання колеса й тим більше, чим більше коефіцієнт витрати \bar{C}_Z .

Для заданого \bar{C}_Z й фіксованої величини R можна одержати [1]

$$\left(\frac{U}{C_1} \right)_* = \frac{\cos \alpha_{1*}}{(1 - R) + \sqrt{(1 - R)^2 + \bar{C}_Z^2}}; \quad (4.89)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{U}{C_\phi} \right)_* = \\ & = \frac{\cos \alpha_{1*}}{\sqrt{4R \cos^2 \alpha_{1*} \sqrt{(1 - R)^2 + \bar{C}_Z^2} + \left[(1 - R) + \sqrt{(1 - R)^2 + \bar{C}_Z^2} \right]^2}}; \end{aligned} \quad (4.90)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{1*} = \frac{\bar{C}_Z}{(1 - R) + \sqrt{(1 - R)^2 + \bar{C}_Z^2}}; \quad (4.91)$$

$$\eta_{u*} = 2 \left(U / C_\phi \right)^2 \bar{C}_{u*}. \quad (4.92)$$

Очевидно, що в ідеальному осьовому турбінному ступені, у якого ККД визначають тільки втрати з вихідною швидкістю, максимум ККД відповідає осьовому виходу потоку із ступеня. Гадана на перший погляд невідповідність цьому твердженню, що впливає з рис. 4.23, легко пояснюється. Деяке перевищення значення ККД η_{u*} ступеня 2 порівняно з ККД η_{uopt} ступеня 1 з осьовим виходом потоку, що має кут виходу потоку із сопла α_1 і коефіцієнт витрати \bar{C}_Z , пояснюється збільшеним теплоперепадом на ступінь 2 порівняно зі ступенем 1.

Приведення ступеня 2 до осьового виходу потоку за ним за допомогою правильного оптимального вибору ступеня реактивності, безумовно, приведе до збільшення ККД цього ступеня.

Отримані в цьому параграфі співвідношення дозволяють багато в чому прискорити вибір і прикинутий розрахунки основних характеристик осьових турбінних ступенів при їхньому проектуванні. Так, для ступеня з осьовим виходом потоку при заданих значеннях U , α_1 і ступені реактивності R конструктор може визначити величину h_0 за формулою (2.81), h_t^* – за (2.78), \bar{C}_Z – за (2.79), \bar{C}_u – за (2.80), η_u – за (4.82).

Для ступеня з фіксованими значеннями \bar{C}_Z й ступенем реактивності R , а також відомим значенням колової швидкості U можна знайти значення α_{1*} за формулою (4.91), h_{0*} – за (4.90), h_{t*} – за (4.89), \bar{C}_{u*} – за (2.85), \bar{C}_{2u*} – за (4.88), h_{u*} – за (4.92). Можливі й інші постановки задач попередніх розрахунків осьових турбінних ступенів.

Кут повороту потоку в робочій лопатці ідеального осьового турбінного ступеня. Знання кута повороту потоку в робочих лопатках турбінних ступенів, що залежить від різних параметрів, становить інтерес як з погляду визначення геометричних характеристик ступеня на розрахункових режимах, так і з погляду прогнозування втрат на робочих лопатках. Останнє пояснюється тим, що кут повороту потоку суттєво впливає на величину втрат у решітках.

Позначивши $\tilde{\alpha}_2 = 180^\circ - \alpha_2$, $\tilde{\beta}_2 = 180^\circ - \beta_2$ і використовуючи перетворення, докладно викладені в [1], для значення ККД, рівного η_{u*} (відповідно до формули (4.92)), одержуємо

$$\operatorname{ctg} \varepsilon_* = \frac{2R - 1}{2\bar{C}_Z \sqrt{(1 - R)^2 + \bar{C}_Z^2}}. \quad (4.93)$$

Це рівняння дозволяє визначити кут повороту потоку на робочих лопатках ε_* , що відповідає для обраного \bar{C}_Z обводовому ККД η_{u*} залежно від степеня реактивності R . Криві залежностей ε_* від R для різних \bar{C}_Z наводяться на рис. 4.24, з якого можна зробити висновки, що зі зменшенням коефіцієнта витрати \bar{C}_Z темп росту кута повороту потоку на робочих лопатках ε_* суттєво падає зі зменшенням степеня реактивності R і особливо мало міняється в зоні негативних значень степенів реактивності. Цікаво відзначити, що для реактивного ступеня зі ступенем реактивності $R = 0,5$ при будь-яких значеннях \bar{C}_Z кут повороту потоку $\varepsilon_* = 90^\circ$, тобто при будь-яких значеннях \bar{C}_Z для цього випадку ($R = 0,5$) обводовий ККД ідеального осьового турбінного ступеня досягає значення η_{u*} за умови взаємної перпендикулярності відносних швидкостей W_1 і W_2 .

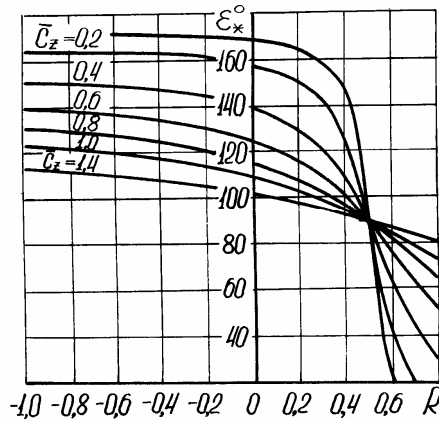


Рис. 4.24. Залежність кута повороту потоку на робочих лопатках ε_* , що відповідає для заданого \bar{C}_Z значенню обводного ККД η_{u*} , від степеня реактивності R

Для прийнятого значення \bar{C}_Z у випадку ідеального осового турбінного ступеня зі значенням обводного ККД рівним η_{u*} , кут виходу потоку із соплового апарата α_{1*} знаходиться за формулою (4.91). Усі інші кути легко визначаються, використовуючи рівняння [1]:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{ctg} \tilde{\beta}_{2*} &= \operatorname{ctg} \alpha_{1*} - (1 - 2R) / \bar{C}_Z; \\ \beta_{1*} &= \tilde{\beta}_2 - \varepsilon_* = 180^\circ - (\beta_2 + \varepsilon_*); \\ \operatorname{ctg} \tilde{\alpha}_{2*} &= \operatorname{ctg} \beta_{1*} - (1 - 2R) / \bar{C}_Z. \end{aligned} \right\} \quad (4.94)$$

Особливий інтерес представляє визначення кута повороту потоку ε для ступеня з осовим виходом потоку. У цьому випадку відповідно до [1] маємо

$$\operatorname{ctg} \varepsilon_{opt} = \frac{1 + \overline{C}_Z^2 - 2(1-R)}{2(1-R)\overline{C}_Z}; \quad (4.95)$$

$$\operatorname{ctg} \varepsilon_{opt} = \frac{4(1-R)^2 - \operatorname{ctg}^2 \alpha_1 (1-2R)}{4(1-R)^2 \operatorname{ctg} \alpha_1}. \quad (4.96)$$

Співвідношення (4.95), (4.96) дозволяють побудувати (рис. 4.20) графіки кута повороту потоку ε_{opt} на робочих лопатках ідеального осевого турбінного ступеня при фіксованих значеннях \overline{C}_Z і α_1 залежно від степеня реактивності R за умови відсутності закручення за робочим колесом. З рис. 4.25 бачимо, що при постійних значеннях кута α_1 кут повороту потоку на робочих лопатках ε_{opt} зі зменшенням степеня реактивності зростає, а потім після нульового значення R падає. При цьому темп росту й падіння ε_{opt} залежить від величини кута α_1 і більший для менших значень кутів на виході із соплового апарата.

Характер зміни залежностей ε_{opt} від степеня реактивності при постійних значеннях \overline{C}_Z у принципі не відрізняється від залежностей ε_* при постійних \overline{C}_Z , наведених на рис. 4.24. Інші кути визначаються за такими формулами, отриманими в [1] за умови $\tilde{\alpha}_2 = 90^\circ$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{ctg} \tilde{\beta}_{2opt} &= \frac{1}{\overline{C}_{Zopt}} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha_1}{2(1-R)}; \\ \operatorname{ctg} \beta_{1opt} &= \frac{1-2R}{2(1-R)} \operatorname{ctg} \alpha_1. \end{aligned} \right\} \quad (4.97)$$

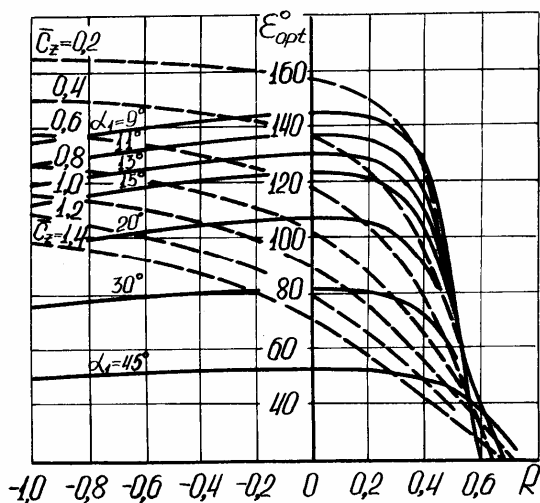


Рис. 4.25. Залежність кутів повороту потоку на робочих лопатках ε_{opt} , що відповідають осьовому виходу потоку за ступенем, при постійних значеннях \bar{C}_z і α_1 від ступеня реактивності R

Таким чином, одержані співвідношення дозволяють визначити геометричні параметри осьового турбінного ступеня й надалі оцінити в першому наближенні втрати в соплах і на робочих решітках, використовуючи одну з можливих методик, наприклад, спрощені залежності, запропоновані в [43].

Запитання для самоперевірки

1. Від яких факторів залежить оптимальна кількість ступенів у відсіку (циліндрі)?
2. Опишіть рішення задачі розподілу теплоперепадів між ступенями в групі турбінних ступенів при заданому законі

- зміни осьової складової швидкості уздовж відсіку.
3. Як здійснюється побудова проточної частини у випадку задання закону зміни осьової складової швидкості уздовж відсіку?
 4. Отримайте формули для визначення оптимальних параметрів у випадку одиночного ступеня при заданих осьових складових швидкостей.
 5. Опишіть рішення задачі розподілу теплоперепадів між ступенями в групі турбінних ступенів при заданій формі проточної частини.
 6. Як здійснюється розрахунок і оптимізація групи ступенів газової турбіни при заданій формі проточної частини?
 7. Одержіть формули для визначення оптимальних параметрів у випадку одиночного ступеня при заданій висоті соплових і робочих лопаток для парової турбіни.
 8. Одержіть формули для визначення оптимальних параметрів у випадку одиночного ступеня при заданій висоті соплових і робочих лопаток для газової турбіни.
 9. Проаналізуйте результати розрахункового дослідження групи й одиночних осьових турбінних ступенів.
 10. Одержіть формули для попередньої оцінки режимних і геометричних характеристик ступеня в області, близькій до оптимальної.

РОЗДІЛ 5. ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ОСЬОВОГО ТУРБІННОГО СТУПЕНЯ УЗДОВЖ РАДІУСА З УРАХУ- ВАННЯМ ПРОСТОРОВОЇ ТЕЧІЇ РОБОЧОГО ТІЛА

На підставі викладених у попередньому розділі методів розрахунку групи осьових турбінних ступенів визначається їхня оптимальна кількість у відсіку, проводиться розподіл теплоперепадів між ступенями. Далі ставиться задача оптимізації осьового турбінного

ступеня шляхом вибору розподілу кутів і газодинамічних параметрів потоку за висотою ступеня, що забезпечує максимум його ККД.

Як відомо, проектування відносно довгих лопаток турбінного ступеня слід робити з урахуванням зміни параметрів потоку уздовж радіуса в перетинах перед і за робочим колесом [47,48]. Розробка методів проектування й розрахунку ступенів великої віялості супроводжувалася численними експериментальними дослідженнями структури просторового потоку в ступенях турбомашин. Проектування ступеня звичайно проводилося у два етапи: спочатку на підставі одновимірною розрахунку визначалися параметри на середньому радіусі, а потім, задавшись певним законом закручення, обчислювався розподіл кутів і газодинамічних величин за висотою лопатки, для чого, як правило, використовувалися найпростіші рівняння теорії циліндричного ступеня. Трохи пізніше одержала поширення теорія кінчного ступеня.

Впровадження в практику інженерних розрахунків ЕОМ стимулювало створення методів рішення загальної осесиметричної задачі й розрахунку обтікання решіток у шарі змінної товщини, які дозволили більш обґрунтовано вибирати характеристики проєктованих ступенів [35, 38, 40, 42].

У цілому, сучасні методи розрахунку ступенів досягли такого рівня, що дозволяють робити кількісне порівняння ефективності різних варіантів облопачення. Однак обґрунтований вибір найкращого варіанта, а також подальше підвищення економічності турбінних ступенів потребувало залучення математичної теорії оптимізації, зокрема, класичного варіаційного обчислення.

Першим кроком у просторовій оптимізації ступеня стала постановка задачі оптимізації його перерізів (елементарних струминок струму), не пов'язаних між собою рівняннями радіальної рівноваги. Фактично кожний перетин розглядався як елементарний ступінь, що

вимагало поглиблення одновимірної теорії турбінного ступеня з урахуванням втрат [39].

У наступних роботах [49,50] задача визначення оптимальних параметрів уздовж радіуса ступеня одержала подальший розвиток шляхом зведення її до різних постановок ізопериметричних варіаційних задач і врахування спрощеної радіальної рівноваги.

Істотне значення мало використання в задачах оптимізації врахування залежності втрат від геометричних і газодинамічних параметрів ступеня, а також реальних властивостей робочого тіла.

Задача оптимізації геометричних і газодинамічних параметрів ступеня уздовж радіуса з урахуванням радіальної рівноваги потоку при наявності викривлень і відмінних від нуля кутів нахилу ліній струму в осьових зазорах була вперше розглянута в [51], де як додаткові обмеження використовувалися рівняння прямої осесиметричної задачі в розрахункових перетинах до і за робочим колесом. Математично оптимізація ступеня звелася до задачі оптимального керування з інтегральним критерієм якості (ККД ступеня) і системою обмежень, що включає в себе по два диференціальні рівняння першого порядку, граничні умови для них, а також ізопериметричну умову, що задає середньоінтегральний наявний теплоперепад. Чисельне рішення цієї задачі ґрунтується на приведенні її до форми, що дозволяє застосувати методи нелінійного програмування.

Для останніх ступенів потужних парових турбін, що працюють в особливих умовах, запропоновано метод оптимізації, викладений в [52]. Алгоритм оптимізації ступеня при заданих меридіанних границях містить у собі: методику визначення втрат від геометричних і газодинамічних параметрів ступеня [39], програму розрахунку осесиметричного потоку [42] як процедуру у варіантних розрахунках проточної частини з різною геометрією лопаток, процедуру обчислення властивостей водяної пари [37], а також процедуру пошуку

екстремуму функції багатьох змінних. Як функція мети береться потужність останнього ступеня з урахуванням роботи на змінних режимах. Оптимізаційна задача заміняється дискретним аналогом шляхом прийняття керуючих функцій α_1, β_2 у перетинах за висотою проточної частини й вирішується одним з методів нелінійного програмування.

У роботі [53] запропонована варіаційна постановка зворотної задачі турбомашин, що полягає у виборі оптимального закону закручення за радіусом соплових і робочих лопаток з урахуванням кривизни й нахилу ліній струму.

Таким чином, модель оптимізації турбінного ступеня, що враховує зміну геометричних і газодинамічних параметрів уздовж довжини лопаток, повинна будуватися із залученням системи рівнянь, які описують просторову течію робочого тіла в проточній частині, що пов'язано із впливом викривлення й нахилу меридіанних ліній струму на оптимальні характеристики проектного ступеня й з необхідністю забезпечення цих характеристик у реальних умовах течії робочого тіла через решітки турбомашин.

5.1. Математичне моделювання просторової течії в ступені осьової турбіни

У припущеннях підрозд. 1.4 система рівнянь, яка описує осесиметричну течію стисливої рідини, що встановилася, містить у собі:

1. Рівняння руху у відносній системі координат у формі Крокко [42]

$$\begin{aligned} & -\vec{W} \times [\nabla \times \vec{W}] + 2\vec{\omega} \times \vec{W} = \\ & = T\nabla S - \nabla H + \vec{F} + \vec{f}, \end{aligned} \quad (5.1)$$

де $H = i + W^2 / 2 - u^2 / 2$ – ротальпія; \vec{F} – лопаткова сила;
 $\vec{f} = -\vec{W} \frac{T}{W^2} (\vec{W}, \Delta S)$ – сила тертя.

2. Рівняння нерозривності

$$\nabla(\chi \rho \vec{W}) = 0, \quad (5.2)$$

де χ – коефіцієнт стиснення;

3. Рівняння процесу (3.9) або систему рівнянь, що описує процес:

$$\left. \begin{aligned} (1 - \psi^2) \left(H + u^2 / 2 \right) - i + \psi^2 i_T &= 0; \\ S_{\text{вх}} - S_T(P, i_T) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

4. Рівняння стану

$$T = T(P, i); \quad \rho = \rho(P, i); \quad S = S(P, i); \quad (5.4)$$

5. Рівняння поверхні струму

$$(\vec{W}, \vec{n}) = 0, \quad (5.5)$$

де \vec{n} – нормаль до поверхні S_2 [55] (рис. 5.1);

6. Рівняння ортогональності лопаткової сили до поверхні струму

$$[\vec{n}, \vec{F}] = 0. \quad (5.6)$$

Проекції вихору у відносному русі $rot\vec{W} = \nabla \times \vec{W}$ визначаються за допомогою таких формул:

$$\left. \begin{aligned} rot_r \vec{W} &= \frac{1}{r} \left(\frac{\partial W_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial(rW_u)}{\partial z} \right); \\ rot_u \vec{W} &= \frac{\partial W_r}{\partial z} - \frac{\partial W_z}{\partial r}; \\ rot_z \vec{W} &= \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rW_u)}{\partial r} - \frac{\partial W_r}{\partial \varphi} \right). \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

З урахуванням (5.7) проекції рівняння руху (5.1) на осі циліндричної системи координат запишуться в такий спосіб:

– на вісь r (рівняння радіальної рівноваги)

$$\begin{aligned} -\frac{W_u}{r} \frac{\partial(rW_u)}{\partial r} - W_z \left(\frac{\partial W_r}{\partial z} - \frac{\partial W_z}{\partial r} \right) - 2\omega W_u = \\ = T \frac{\partial S}{\partial r} - \frac{\partial H}{\partial r} + F_r + f_r \end{aligned} \quad (5.8)$$

– на вісь u

$$\frac{W_r}{r} \frac{\partial(rW_u)}{\partial r} + W_z \frac{\partial W_u}{\partial z} + 2\omega W_r = F_u + f_u; \quad (5.9)$$

– замість проекції на вісь z будемо використовувати рівняння збереження енергії [42]

$$\partial H / \partial S = 0. \quad (5.10)$$

Складові відносної швидкості з урахуванням позначених кутів потоку (рис. 5.1) запишуться у вигляді

$$\left. \begin{aligned} W_z &= W_s \cos \theta = W \sin \beta \cos \theta; \\ W_u &= W_s \operatorname{ctg} \beta = W \cos \beta; \\ W_r &= W_s \sin \theta = W \sin \beta \sin \theta; \end{aligned} \right\} \quad (5.11)$$

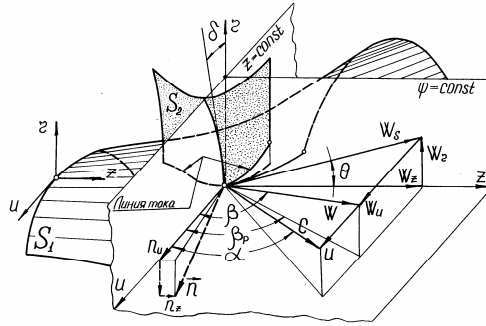


Рис. 5.1. Поверхні струму тривимірного відносного руху, кути потоку й складові швидкості

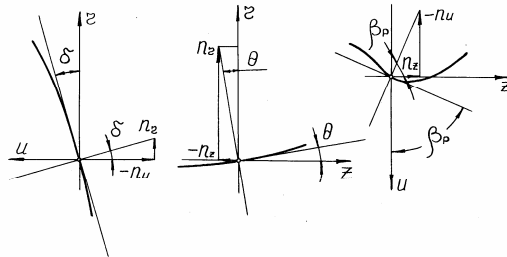


Рис. 5.2. Проекції нормалі до поверхні S_2

З умови $[\vec{n}, \vec{F}] = 0$ маємо

$$n_r F_u = n_u F_r, n_z F_u = n_u F_z, n_z F_r = n_r F_z.$$

Виразимо відношення проєкцій нормалі через кути потоку (рис. 5.2)

$$\operatorname{tg} \delta = -\frac{n_r}{n_u}; \operatorname{tg} \theta = -\frac{n_z}{n_r}; \operatorname{ctg} \beta_p = \frac{n_z}{n_u}.$$

Тоді можна записати:

$$F_r = -\operatorname{tg} \delta \cdot F_u, F_z = -\operatorname{ctg} \beta_p \cdot F_u; F_z = -\operatorname{tg} \theta \cdot F_r. \quad (5.12)$$

Перетворення рівняння радіальної рівноваги. Використовуючи зв'язок між координатами z, r , і s, r у меридіанній площині $\frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{\cos \theta} (\partial / \partial s - \sin \theta \partial / \partial r)$, а також співвідношення (5.11), другий член рівняння радіальної рівноваги (5.8) може бути перетворений

$$W_z \left(\frac{\partial W_r}{\partial z} - \frac{\partial W_z}{\partial r} \right) = W_s^2 \left(\aleph \cos \theta + \sin \theta \frac{\partial \ln W_s}{\partial s} - \frac{\partial \ln W_s}{\partial r} \right), \quad (5.13)$$

де $\aleph = \partial \theta / \partial s$.

Для визначення члена $\partial \ln W_s / \partial S$ скористаємося рівнянням нерозривності для осесиметричної течії

$$\frac{\partial(r\rho\chi W_r)}{\partial r} + \frac{\partial(r\rho\chi W_z)}{\partial z} = 0, \quad (5.14)$$

яке за допомогою (5.11) і об'єднувальних співвідношень між циліндричною системою координат z, r і координатами s, n у природній сітці (лінією струму в меридіанній площині s і нормалі до неї n)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial S} \cos \theta - \frac{\partial}{\partial n} \sin \theta, \\ \frac{\partial}{\partial r} &= \frac{\partial}{\partial S} \sin \theta - \frac{\partial}{\partial n} \cos \theta \end{aligned}$$

перетворюється до вигляду [35]

$$\frac{\partial \theta}{\partial n} + \frac{\partial}{\partial S} \ln(\chi r \rho W_s) = 0.$$

Останній вираз у свою чергу шляхом переходу від координат s, n до координат s, r легко перетворюється у вираз:

$$\frac{\cos \theta}{r} \frac{\partial(r \operatorname{tg} \theta)}{\partial r} - \operatorname{tg} \theta + \frac{\partial \ln \chi}{\partial S} + \frac{\partial \ln \rho}{\partial S} + \frac{\partial \ln W_s}{\partial S} = 0, \quad (5.15)$$

тому що

$$\frac{\partial \theta}{\partial n} = \frac{1}{\cos \theta} \left[\frac{\partial \theta}{\partial r} - \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial S} \right] = \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial \theta}{\partial r} - \operatorname{tg} \theta$$

Для визначення члена $\partial \ln \rho / \partial S$ залучимо рівняння енергії (5.10), де згідно з (3.3) і рис. 5.1

$$H = i + \frac{C^2}{2} - u C_u = i + \frac{C_u^2}{2} + \frac{W_s^2}{2} - u C_u = \text{const.}$$

Тоді маємо

$$\frac{\partial i}{\partial S} + C \frac{\partial C}{\partial S} - \frac{\partial(u C_u)}{\partial S} = \frac{\partial i}{\partial S} + W_s^2 \frac{\partial \ln W_s}{\partial S} + C_u \frac{\partial C_u}{\partial S} - \frac{\partial(u C_u)}{\partial S} \quad (5.16)$$

Вираз для $\partial / \partial S$ визначається трохи різними шляхами, залежно від того з яким робочим тілом маємо справу з ідеальним чи реальним (про що мова йтиме нижче).

Перший член рівняння (5.8) з врахуванням (5.11), а також рис. 5.1 можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} -\frac{W_u}{r} \frac{\partial(r W_u)}{\partial r} &= -\frac{W_s^2 \operatorname{ctg}^2 \beta}{r} - W_s \operatorname{ctg}^2 \beta \frac{\partial W_s}{r} - \frac{W_s^2}{2} \frac{\partial \operatorname{ctg}^2 \beta}{\partial r}, \\ -\frac{W_u}{r} \frac{\partial(r W_u)}{\partial r} &= -\frac{C_u r - \omega r^2}{r^2} \frac{\partial(C_u r)}{\partial r} + 2\omega \frac{C_u r - \omega r^2}{r}. \end{aligned}$$

Рівняння радіальної рівноваги (5.8) тепер може бути перетворено до форми:

при заданому $C_u r$ (зворотна задача)

$$W_s^2 \left(\aleph \cos \theta + \sin \theta \frac{\partial \ln W_s}{\partial S} - \frac{\partial \ln W_s}{\partial r} \right) - \frac{C_u r - \omega r^2}{r^2} \frac{\partial (C_u r)}{\partial r} = T \frac{\partial S}{\partial r} - \frac{\partial H}{\partial r} + F_r + f_r; \quad (5.17)$$

у міжвінцевому зазорі (вільному каналі)

$$W_s^2 \left(\aleph \cos \theta + \sin \theta \frac{\partial \ln W_s}{\partial S} - \frac{\partial \ln W_s}{\partial r} \right) = - \frac{C_u r - \omega r^2}{r^2} \frac{\partial (C_u r)}{\partial r} + T \frac{\partial S}{\partial r} - \frac{\partial H}{\partial r}; \quad (5.18)$$

при заданому β

$$W_s^2 \left[\aleph \cos \theta + \sin \theta \frac{\partial \ln W_s}{\partial S} - \frac{\text{ctg}^2 \beta}{r} - \frac{1}{2} \frac{\partial \text{ctg}^2 \beta}{\partial r} - (1 + \text{ctg}^2 \beta) \frac{\partial \ln W_s}{\partial r} \right] - 2\omega W_s \text{ctg} \beta = T \frac{\partial S}{\partial r} - \frac{\partial H}{\partial r} + F_r + f_r. \quad (5.19)$$

Проекція рівняння руху на коловий напрямок. Розглянемо тепер проекцію рівняння руху (5.1) на коловий напрямок (5.9). Використовуючи співвідношення (5.11), а також зв'язок між координатами

тами z , r і s , r у меридіанній площині $\partial/\partial z = \frac{1}{\cos \theta} \left(\frac{\partial}{\partial S} - \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} \right)$,

рівняння (5.9) перетвориться

для випадку, заданого $C_u r$ (зворотна задача)

$$F_u = \frac{W_s}{r} \frac{\partial(C_u r)}{\partial S} - f_u; \quad (5.20)$$

у зазорі (вільному каналі)

$$\frac{\partial(C_u r)}{\partial S} = 0; \quad (5.21)$$

при заданому β

$$F_u = W_s^2 \left(\frac{\sin \theta \operatorname{ctg} \beta}{r} + \frac{\partial \operatorname{ctg} \beta}{\partial S} + \frac{\partial \ln W_s}{\partial S} \operatorname{ctg} \beta \right) + \\ + 2\omega W_s \sin \theta - f_u. \quad (5.22)$$

Ці рівняння дозволяють визначити проекцію лопаткової сили на коловий напрямок F_u . Радіальна складова F_r легко виражається через колову згідно з (5.12): $F_r = -\operatorname{tg} \delta \cdot F_u$.

Проекція сили тертя на осі координат. Вираз для сили тертя

$\vec{f} = -\vec{W} \frac{T}{W^2} (\vec{W}, \nabla S)$ можна перетворити, використовуючи вираз

(5.11) і об'єднувальні співвідношення між циліндричною системою координат z, r і координатами s, r

$$\vec{f} = -\frac{\vec{W}}{W} \sin \beta T \frac{\partial S}{\partial s}, \quad (5.23)$$

звідки одержуємо проекції сили тертя на осі координат

$$f_r = -\sin^2 \beta \sin \theta \cdot T \frac{\partial S}{\partial s};$$

$$f_u = -\sin \beta \cos \beta \cdot T \frac{\partial S}{\partial s}.$$

Рівняння нерозривності доцільно використовувати у вигляді

$$d\psi = \frac{dG}{2\pi} = \chi r \rho W_s dn, \text{ або, використовуючи очевидне співвідношення } dn = dr \cos \theta \text{ (рис. 5.3), будемо мати:}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = r \rho W_s \cos \theta \cdot \chi. \quad (5.24)$$

5.2. Рівняння прямої осесиметричної задачі ступеня газової турбіни у напівфіксованій системі координат

Для ступеня газової турбіни робоче тіло можна вважати ідеальним газом, для якого рівняння процесу й стану приймають прості вирази (3.10) і (3.5). З рівняння процесу для ідеального газу (3.10) і $\sigma^{k-1} \cdot \rho^{1-k} = \text{const}$ одержуємо

$$\frac{\partial i}{\partial s} = a^2 \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial s} - \frac{\partial \ln \sigma}{\partial s} \right), \quad (5.25)$$

де $a^2 = (k-1)i = kRT$ – квадрат місцевої швидкості звуку.

Підставляючи (5.25) в (5.16), вирішуючи (5.16) і (5.15) як систему лінійних рівнянь із невідомими $\partial \ln W_s / \partial S$ й $\partial \ln \rho / \partial S$, одержимо при заданому $C_u r$:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \ln W_s}{\partial S} = & \frac{1}{1-M_s^2} \left[\frac{\cos \theta}{r} \frac{\partial (r \operatorname{tg} \theta)}{\partial r} - \operatorname{tg} \theta + \right. \\ & \left. + \frac{\partial \ln \chi}{\partial S} - \frac{C_u}{a^2} \frac{\partial C_u}{\partial S} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial (u C_u)}{\partial S} + \frac{\partial \ln \sigma}{\partial S} \right]. \end{aligned} \quad (5.26)$$

Зазначимо, що

$$C_u \frac{\partial C_u}{\partial S} = \frac{C_u}{r} \frac{\partial (C_u r)}{\partial S} - \frac{C_u^2}{r} \sin \theta, \quad (5.27)$$

тому що $\partial r / \partial S = \sin \theta$, $M_s = W_s / a$.

Проточна частина ступеня складається з декількох ділянок: підвідного каналу, нерухомого напрямного апарата, міжвінцевого зазору, робочого колеса, що обертається, відвідного каналу (рис. 5.3).

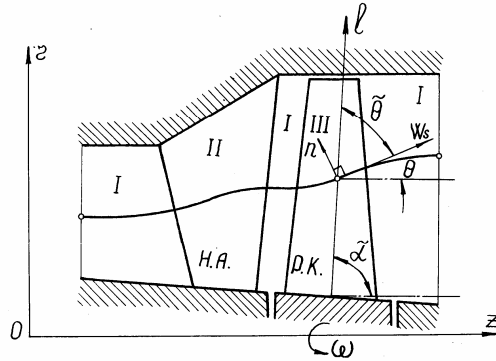


Рис. 5.3. Схема проточної частини з розрахунковими перетинами в суміжних ділянках:

I – вільний канал; II, Н. А. – напрямний апарат;
III, Р. К. – робоче колесо

Для міжвінцевого зазору із проекції рівняння руху в абсолютній системі координат на коловий напрямок одержуємо, що циркуляція $C_u r = \text{const}$ уздовж меридіанної лінії струму: $\partial(C_u r)/\partial S = 0$.

Тоді для вільного каналу ($\chi = 1,0$) з (5.26) маємо

$$-\frac{\partial \ln W_s}{\partial S} = \frac{1}{1 - M_s^2} \left[\frac{\cos \theta}{r} \frac{\partial(r \lg \theta)}{\partial r} - \chi \lg \theta + \right. \\ \left. + \frac{(C_u r)^2}{a^2 r^3} \sin \theta + \frac{\partial \ln \sigma}{\partial S} \right]. \quad (5.28)$$

При заданому β , пам'ятаючи, що $C_u = W_s \operatorname{ctg} \beta + u$, нескладне перетворення (5.26) дає

$$-\frac{\partial \ln W_s}{\partial S} = \frac{1}{1 - M_s^2 (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta)} \left[\frac{\cos \theta}{r} \frac{\partial(r \lg \theta)}{\partial r} - \right. \\ \left. - \chi \lg \theta + \frac{\partial \ln \chi}{\partial S} - \frac{M_s^2}{2} \frac{\partial \operatorname{ctg}^2 \beta}{\partial S} + \frac{\omega^2 r}{a^2} \sin \theta + \frac{\partial \ln \sigma}{\partial S} \right]. \quad (5.29)$$

Множачи чисельник і знаменник правої частини виразу для сили тертя (5.23) на C_p , визначивши значення ентропії S з виразу для коефіцієнта ізоентропійності

$$\sigma = \exp\left(-\frac{S - S_0}{R}\right),$$

одержуємо таке рівняння для сили тертя:

$$\vec{f} = \frac{\vec{W}}{W_s} \sin^2 \beta \cdot i \frac{k-1}{k} \frac{\partial \ln \sigma}{\partial S}, \quad (5.30)$$

де ентальпія i , згідно з (3.3), визначається за формулою

$$i = H - [W_s^2(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta) - u^2]/2.$$

Із (5.30) легко одержуємо проекції сили тертя на осі координат

$$\left. \begin{aligned} f_r &= \frac{k-1}{k} \left\{ H - [W_s^2(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta) - u^2]/2 \right\} \sin^2 \beta \sin \theta \frac{\partial \ln \sigma}{\partial S}; \\ f_u &= \frac{k-1}{k} \left\{ H - [W_s^2(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta) - u^2]/2 \right\} \sin^2 \beta \operatorname{ctg} \beta \frac{\partial \ln \sigma}{\partial S}. \end{aligned} \right\} \quad (5.31)$$

Вхідний у рівняння радіальної рівноваги член $T \partial S / \partial r$, використовуючи вираз для коефіцієнта ізоентропійності σ і значення ентальпії i згідно з (3.9), також перетвориться

$$T \frac{\partial S}{\partial r} = -\frac{k-1}{k} \left\{ H - [W_s^2(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta) - u^2]/2 \right\} \frac{\partial \ln \sigma}{\partial r} = -\frac{a^2}{k} \frac{\partial \ln \sigma}{\partial r} \quad (5.32)$$

Запишемо наведені вище рівняння в напівфіксованій системі координат s, l (рис.5.3), скориставшись для цього об'єднувальним співвідношенням

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{1}{\sin \tilde{\theta}} \left(-\frac{\partial}{\partial s} \cos \tilde{\alpha} + \frac{\partial}{\partial l} \cos \theta \right). \quad (5.33)$$

Для лопаткового апарата. У напівфіксованій системі координат з урахуванням (5.33) рівняння нерозривності (5.24) приймає такий вигляд:

$$\partial\psi / \partial l = r\rho\chi W_s \sin \tilde{\theta}. \quad (5.34)$$

Перетворимо рівняння радіальної рівноваги (5.19), використовуючи об'єднувальне співвідношення (5.33) і використовуючи для визначення $B = -\partial \ln W_s / \partial s$ формулу (5.29), для $T\partial s / \partial r$ – співвідношення (5.32), рівність (5.12) для визначення $F_r = -\text{tg}\delta F_u$, формулу (5.22) для знаходження F_u , співвідношення (5.31) для обчислення f_u й f_r , а також отримане за допомогою (5.33) значення $\frac{\partial H}{\partial r} = \frac{\partial H}{\partial l} \frac{\cos \theta}{\sin \tilde{\theta}}$. У результаті перетворень одержуємо рівняння

$$\frac{1}{r\rho\chi W_s \sin \tilde{\theta}} A_1 \frac{\partial W_s}{\partial l} + A_2 + \frac{A_3}{W_s} + \frac{A_4}{W_s^2} = 0, \quad (5.35)$$

де

$$A_1 = r\rho\chi(1 + \text{ctg}^2\beta)\cos\theta; \quad (5.36)$$

$$\begin{aligned} A_2 = B & \left[\sin\theta + \text{ctg}\beta \text{tg}\delta + \frac{\cos\tilde{\alpha}}{\sin\tilde{\theta}} (1 + \text{ctg}^2\beta) \right] - \\ & \text{tg}\delta \cos\theta + \frac{1}{2} \frac{\partial \text{ctg}^2\beta}{\partial r} - \\ & - \text{tg}\delta \frac{\partial \text{ctg}\beta}{\partial s} + \frac{\text{ctg}\beta_p \text{ctg}\beta \cos\theta}{r} + \frac{k-1}{2k} (1 + \text{ctg}^2\beta) \left[\frac{\partial \ln \sigma}{\partial s} \left(\frac{\cos\tilde{\alpha}}{\sin\tilde{\theta}} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\sin\theta + \text{ctg}\beta \text{tg}\delta}{1 + \text{ctg}^2\beta} \right) + \frac{\cos\theta}{\sin\tilde{\theta}} \frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ell} \right]. \end{aligned} \quad (5.37)$$

$$A_3 = 2\omega \text{ctg}\beta_p \cos\theta - \frac{1}{r\rho\chi W_s \sin\tilde{\theta}} r\rho\chi \cos\theta \frac{\partial H}{\partial \ell}. \quad (5.38)$$

$$A_4 = \frac{k-1}{k} \left(H + \frac{u^2}{2} \right) \left[\frac{\partial \ln \sigma}{\partial s} \left(\frac{\cos \tilde{\alpha}}{\sin \tilde{\theta}} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\sin \theta + \text{ctg}\beta \text{tg}\delta}{1 + \text{ctg}^2 \beta} \right) - \frac{\cos \theta}{\sin \tilde{\theta}} \frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ell} \right] \quad (5.39)$$

У процесі перетворень скористаємося співвідношенням між кутами

$$\text{ctg}\beta = \cos\theta \text{ctg}\beta_p + \sin\theta \text{tg}\delta, \quad (5.40)$$

одержаним з умови $(\vec{W}, \vec{n}) = 0$ за допомогою виразів для відношень проекцій нормалі через кути потоку (5.2), а також величин складових швидкості (5.11).

Для вільного каналу. Рівняння нерозривності приймає вигляд ($\chi = 1$) :

$$\partial \psi / \partial \ell = r\rho W_s \sin \tilde{\theta}. \quad (5.41)$$

Рівняння радіальної рівноваги (5.18) у напівфіксованій системі координат за допомогою об'єднаних співвідношень (5.33), виразів для $B = -\partial \ln W_s / \partial s$ й $T \partial S / \partial r$ за допомогою формул (5.28) і (5.32), пам'ятаючи, що згідно з (3.3) $i = H - W_s^2 / 2 - C_U^2 / 2 + u C_U$, а також проекції рівняння руху на коловий напрямок (5.21) перетворюється до вигляду

$$\frac{1}{r\rho W_s \sin \tilde{\theta}} A_1 \frac{\partial W_s}{\partial \ell} + A_2 + \frac{A_3}{W_s} + \frac{A_4}{W_s^2} = 0, \quad (5.42)$$

де

$$A_1 = r\rho \cos\theta. \quad (5.43)$$

$$A_2 = B \left(\sin \theta + \frac{\cos \tilde{\alpha}}{\sin \tilde{\theta}} \right) - \partial \aleph \cos \theta + \\ + \frac{k-1}{2k} \left(\frac{\cos \theta}{\sin \tilde{\theta}} \frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ell} - \frac{\cos \tilde{\alpha}}{\sin \tilde{\theta}} \frac{\partial \ln \sigma}{\partial s} \right); \quad (5.44)$$

$$A_3 = r \rho \cos \theta \left[-\frac{1}{r \rho W_s \sin \tilde{\theta}} \frac{\partial H}{\partial \ell} + \frac{C_U r - \omega r^2}{r^3 \rho W_s \sin \tilde{\theta}} \frac{\partial (C_U r)}{\partial \ell} \right] \quad (5.45)$$

$$A_4 = \frac{k-1}{k} \left[H - \frac{(C_U r)^2}{2r^2} + u C_U \right] \left(\frac{\cos \tilde{\alpha}}{\sin \tilde{\theta}} \frac{\partial \ln \sigma}{\partial S} - \frac{\cos \theta}{\sin \tilde{\theta}} \frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ell} \right). \quad (5.46)$$

Вхідні й наведені вище рівняння значення $\ln \sigma$ і густини ρ обчислюються згідно з (4.29), (3.11) і (3.10) за формулами:

$$\ln \sigma = \ln \sigma_{\text{вх}} + \frac{k}{k-1} \ln \left[\frac{H + u^2/2 - W^2/2}{H + u^2/2 - W^2/2} \right]. \quad (5.47)$$

$$\rho = \sigma \rho_0^* \left[\frac{H - W_s^2 (1 + \text{ctg}^2 \beta) / 2 + u^2 / 2}{i_0^*} \right]^{\frac{1}{k-1}}. \quad (5.48)$$

5.3. Математична модель осесиметричної течії в ступені парової турбіни

Для ступеня парової турбіни як рівняння процесу береться система рівнянь (5.3), що описує процес, а рівняння стану у вигляді апроксимації is – діаграми водяної пари зі змінними P і i (5.4), що до-

зволяє робити наскрізний розрахунок незалежно від того, чи є пара перегрітою, чи вологою [36]. В останньому випадку розширення передбачається рівноважним.

Перетворимо, з урахуванням викладеного, рівняння радіальної рівноваги стосовно до розглянутої прямої задачі.

Течія у лопатковому апараті. Розглянемо рівняння (5.19). Підставимо в нього значення $F_r = -\operatorname{tg} \delta F_u$, визначивши F_u за (5.22), а також проєкції сили тертя f_r і f_u , одержувані за допомогою виразу (5.23). Скориставшись співвідношенням (5.33), після нескладних перетворень, позначивши $\partial \ln W_s / \partial S = B$, маємо рівняння вигляду (5.35)

$$\frac{1}{r\rho\chi W_s \sin \tilde{\theta}} A_1 \frac{\partial W_s}{\partial \ell} + A_2 + \frac{A_3}{W_s} + \frac{A_4}{W_s^2} = 0,$$

де

$$A_1 = r\rho\chi(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta) \cos \theta. \quad (5.49)$$

$$\begin{aligned} A_2 = B \left[\sin \theta + \operatorname{ctg} \beta \operatorname{tg} \delta + \frac{\cos \tilde{\alpha}}{\sin \tilde{\theta}} (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta) \right] - \aleph \cos \theta + \frac{1}{2} \frac{\partial \operatorname{ctg}^2 \beta}{\partial r} - \\ - \operatorname{tg} \delta \frac{\partial \operatorname{ctg} \beta}{\partial s} + \frac{\operatorname{ctg} \beta_p \operatorname{ctg} \beta \cos \theta}{r}. \end{aligned} \quad (5.50)$$

$$A_3 = 2\omega \cos \theta \operatorname{ctg} \beta_p - \frac{1}{r\rho\chi W_s \sin \tilde{\theta}} r\rho\chi \cos \theta \frac{\partial H}{\partial \ell}. \quad (5.51)$$

$$A_4 = T \left[\frac{\cos \theta}{\sin \tilde{\theta}} \frac{\partial S}{\partial \ell} - \left(\frac{\cos \tilde{\alpha}}{\sin \tilde{\theta}} + \frac{\operatorname{tg} \delta \operatorname{ctg} \beta + \sin \theta}{1 + \operatorname{ctg}^2 \beta} \right) \frac{\partial S}{\partial s} \right]. \quad (5.52)$$

Течія у вільному каналі. У цьому випадку перетворення рівняння (5.28), яке проводиться аналогічно викладеному вище, приводить до рівняння типу (5.42)

$$\frac{1}{r\rho W_s \sin \tilde{\theta}} A_1 \frac{\partial W_s}{\partial \ell} + A_2 + \frac{A_3}{W_s} + \frac{A_4}{W_s^2} = 0 ,$$

де

$$A_1 = r\rho \cos \theta . \quad (5.53)$$

$$A_2 = B \left(\sin \theta + \frac{\cos \tilde{\alpha}}{\sin \tilde{\theta}} \right) - \aleph \cos \theta . \quad (5.54)$$

$$A_3 = r\rho \cos \theta \left[-\frac{1}{r\rho W_s \sin \tilde{\theta}} \frac{\partial H}{\partial \ell} + \frac{c_U r - \omega r^2}{r^3 \rho W_s \sin \tilde{\theta}} \frac{\partial (c_U r)}{\partial \ell} \right] . \quad (5.55)$$

$$A_4 = T \left(\frac{\cos \theta}{\sin \tilde{\theta}} \frac{\partial S}{\partial \ell} - \frac{\cos \tilde{\alpha}}{\sin \tilde{\theta}} \frac{\partial S}{\partial s} \right) . \quad (5.56)$$

Визначення величини $\partial \ln W_s / \partial s$. Для обчислення виразу $\partial \ln W_s / \partial s$ скористаємося рівняннями нерозривності (5.15), енергії (5.16), а також співвідношенням $TdS = di - dP/\rho$, що впливає з першого начала термодинаміки.

Після простих перетворень одержуємо систему лінійних рівнянь.

• Для лопаткового апарата

$$\left. \begin{aligned} 1 \cdot X_1 + \frac{\partial \ln \rho}{\partial P} \cdot X_2 + \frac{\partial \ln \rho}{\partial i} X_3 &= b_1 \\ (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta) W_s^2 \cdot X_1 + 0 \cdot X_2 + 1 \cdot X_3 &= b_2 \\ 0 \cdot X_1 + \left(-\frac{1}{\rho} \right) \cdot X_2 + 1 \cdot X_3 &= b_3 \end{aligned} \right\} \quad (5.57)$$

відносно невідомих $X_1 = \partial \ln W_s / \partial s$, $X_2 = \partial P / \partial s$, $X_3 = \partial i / \partial s$.

Праві частини цієї системи обчислюються за формулами

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= \aleph \operatorname{tg} \theta - \frac{\partial \ln \chi}{\partial s} - \frac{\cos \theta}{r} \frac{\partial (r \operatorname{tg} \theta)}{\partial r}; \\ b_2 &= -W_s^2 \operatorname{ctg} \beta \frac{\partial \operatorname{ctg} \beta}{\partial s} + \omega^2 r \sin \theta; \\ b_3 &= T \frac{\partial S}{\partial s}. \end{aligned} \right\} \quad (5.58)$$

Рішення цієї системи дозволяє записати формулу для визначення $\partial \ln W_s / \partial s$ у вигляді

$$\begin{aligned} X_1 = \frac{\partial \ln W_s}{\partial s} &= \frac{1}{\left[1 - W_s^2 (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta) \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} + \frac{\partial \ln \rho}{\partial i} \right) \right]} \left[b_1 - \right. \\ &\quad \left. - b_2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} + \frac{\partial \ln \rho}{\partial i} \right) + T \frac{\partial S}{\partial s} \frac{\partial \rho}{\partial P} \right]. \end{aligned} \quad (5.59)$$

Для вільного каналу. Робимо виклад аналогічно наведеному вище, перетворюючи рівняння енергії (5.16), використовуючи (5.27), з урахуванням того, що $\chi = 1$ й уздовж лінії струму у вільному каналі $\partial(c_U r)/\partial s = 0$, одержуємо

$$X_1 = \frac{\partial \ln W_s}{\partial s} = \frac{1}{\left[1 - W_s^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} + \frac{\partial \ln \rho}{\partial i} \right) \right]} \left[b_1 - b_2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} + \frac{\partial \ln \rho}{\partial i} \right) + T \frac{\partial S}{\partial s} \frac{\partial \rho}{\partial P} \right], \quad (5.60)$$

де

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= \text{Ntg}\theta - \frac{\cos \theta}{r} \frac{\partial (r \text{tg}\theta)}{\partial r}; \\ b_2 &= \frac{c_U^2}{r} \sin \theta. \end{aligned} \right\} \quad (5.61)$$

Величина ентальпії i визначається з рівняння (3.3), тиск P обчислюється за допомогою рівняння процесу (5.3), а потім, знаючи P та i , визначаються значення температури, густини й ентропії за формулами (5.4).

Необхідно підкреслити, що з наведених рівнянь для реального робочого тіла також можна одержати формули, виведені раніше для ідеального газу. Насправді, з виразу (3.6) для швидкості звуку маємо

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial P} + \frac{\partial \ln \rho}{\partial i} \right) = \frac{1}{a^2}. \quad (5.62)$$

Далі, скориставшись рівнянням Клапейрона–Менделєєва $P/\rho = RT$, звідки впливає величина $\partial\rho/\partial P = 1/(RT)$, легко одержуємо з урахуванням значення коефіцієнта ізоентропійності

$$\sigma = \exp\left(-\frac{S - S_T}{R}\right) \text{ вираз}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial P} T \frac{\partial S}{\partial s} = -\frac{\partial \ln \sigma}{\partial s}. \quad (5.63)$$

Підставляючи отримані співвідношення в рівняння (5.59), (5.60), одержуємо формули (5.29), (5.28).

5.4. Розрахунок осесиметричних течій стисливої рідини в проточній частині осевих турбін у загальній постановці

Тип задачі, її постановка й граничні умови. Запишемо рівняння нерозривності й радіальної рівноваги в деякому перетині $\ell = \text{const}$ (рис. 5.3), внаслідок чого вони стануть звичайними диференціальними рівняннями

$$\left. \begin{aligned} d\psi/d\ell &= r\rho\chi W_s \sin \tilde{\theta}; \\ \frac{1}{r\rho\chi W_s \sin \tilde{\theta}} A_1 \frac{dW_s}{d\ell} + A_2 + \frac{A_3}{W_s} + \frac{A_4}{W_s^2} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.64)$$

При цьому передбачаються заданими форма $\varphi = \varphi(r, z)$ середньолопаткової поверхні струму S , геометричні характеристики лінії струму, а також похідні ряду величин уздовж ліній струму.

Розглянута задача є еліптичною при $M_w < 1$ [56], що дозволяє задати коректними такі граничні умови:

– верхня й нижня обмежуючі стінки проточної частини не-проникні, тобто $\psi(0)=0, \psi(\ell^*)=\psi^*=G/2\pi$;

– на нескінченності вгору по потоку задані газодинамічні параметри робочого тіла й розподіл моменту кількості руху за висотою каналу;

– на нескінченності вниз по потоку задається нахил граничних ліній струму, відповідний формі обмежуючих поверхонь на границях проточної частини.

Система (5.64) є замкненою відносно двох невідомих W_s і ψ .

Перейдемо до нової незалежної змінної ψ , використовуючи очевидне співвідношення

$$\frac{d}{d\ell} = \frac{d}{d\psi} \frac{d\psi}{d\ell} = r\rho\chi W_s \sin\tilde{\theta} \frac{d}{d\psi}.$$

Тоді на кожній координатній лінії ℓ_i маємо двоточкову крайову задачу вигляду:

$$\left. \begin{aligned} d\ell/d\psi &= 1/(r\rho\chi W_s \sin\tilde{\theta}); \\ A_1 \frac{dW_s}{d\psi} + A_2 + \frac{A_3}{W_s} + \frac{A_4}{W_s^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.65)$$

з відповідними граничними умовами $\ell(0)=0, \ell(\psi^*)=\ell^*$.

Такий перехід правомірний, тому що при рішенні крайової задачі однаково треба враховувати, що у всьому інтервалі інтегруван-

ня $[0, \psi^*]$ повинна виконуватися умова $W_s > 0$, що, як відомо, еквівалентно умові безвідливності течії [38].

Оскільки проточна частина складається з декількох ділянок (підвідний канал, нерухомий напрямний апарат, міжвінцевий зазор, робоче колесо, що обертається, відвідний канал), (рис. 5.3), течія у них описується рівняннями (5.65) з різними формулами для коефіцієнтів A_i як у випадку газової (див. табл. 5.1), так і парової турбіни (див. табл. 5.2).

Слід відмітити, що в такій постановці існує аналогія між наближеним розрахунком ступеня за зазорами [38] і передбачуванім повним вісесиметричним розрахунком. Розрахунок за зазорами є окремим випадком пропонованого методу. Уже перша його ітерація дає уяву про характер потоку в осьових зазорах, наступні ж ітерації уточнюють форму ліній струму й розподіл швидкостей. У розрахунку за зазорами ступеня газової турбіни з ідеальним робочим тілом коефіцієнти A_i збігаються з отриманими в [38].

Чисельна реалізація методу розрахунку. Для чисельної реалізації методу розрахунку проточну частину розбиваємо сіткою прямих ліній (рис. 5.3) та організуємо ітераційний процес, що полягає в багаторазовому рішенні крайових задач вигляду (5.65) з метою уточнення форми меридіанних ліній струму й похідних уздовж них. Нехай у деякому наближенні задані меридіанні лінії струму й похідні ентропії (або коефіцієнта ізоентропійності) за координатою S . Тоді, починаючи ліворуч, можуть бути послідовно чисельно вирішені крайові задачі для системи диференціальних рівнянь (5.65) у кожному з розрахункових перетинів і отримані розподіли в проточній частині, а також нові координати ліній струму. Цих даних досить для проведення нового наближення. Ітераційне уточнення ліній струму проводиться з використанням нижньої релаксації

Таблиця 5.1

	Лопатковий вінець	Вільний канал
A_1	$r\rho\chi(1+\alpha g^2\beta)\cos\Theta$	$r\rho\cos\Theta$
A_2	$B\left[\sin\Theta+\alpha g\beta g\delta+\frac{\cos\tilde{\alpha}}{\sin\tilde{\Theta}}(1+\alpha g^2\beta)\right]-N\cos\Theta+\frac{1}{2}\frac{\partial g^2\beta}{\partial\alpha}-$ $-tg\delta\frac{\partial\alpha g\beta}{\partial\mathcal{S}}+\frac{\alpha g\beta_r\alpha g\beta\cos\Theta}{r}+\frac{k-1}{2k}(1+\alpha g^2\beta)\left[-\frac{\partial\ln\sigma}{\partial\mathcal{S}}\frac{\cos\tilde{\alpha}}{\sin\tilde{\Theta}}+\right.$ $\left.+\frac{\sin\Theta+\alpha g\beta g\delta}{1+\alpha g^2\beta}+\frac{\cos\Theta}{\sin\tilde{\Theta}}\frac{\partial\ln\sigma}{\partial\mathcal{S}}\right]$	$B\left(\sin\Theta+\frac{\cos\tilde{\alpha}}{\sin\tilde{\Theta}}\right)-N\cos\Theta+\frac{k-1}{2k}\left(\frac{\cos\Theta}{\sin\tilde{\Theta}}\frac{\partial\ln\sigma}{\partial\mathcal{S}}-\right.$ $\left.-\frac{\cos\tilde{\alpha}}{\sin\tilde{\Theta}}\frac{\partial\ln\sigma}{\partial\mathcal{S}}\right]$
A_3	$2\omega\alpha g\beta_r\cos\Theta-r\rho\chi\cos\Theta\frac{\partial H}{\partial\psi}$	$r\rho\cos\Theta\left[-\frac{\partial H}{\partial\psi}+\frac{C_{\psi}-\omega r^2}{r^2}\frac{\partial C_{\psi}}{\partial\psi}\right]$
A_4	$\frac{k-1}{k}\left(H+\frac{u^2}{2}\right)\left[\frac{\partial\ln\sigma}{\partial\mathcal{S}}\left(\frac{\cos\tilde{\alpha}}{\sin\tilde{\Theta}}+\frac{\sin\Theta+\alpha g\beta g\delta}{1+\alpha g^2\beta}\right)-\frac{\cos\Theta}{\sin\tilde{\Theta}}\frac{\partial\ln\sigma}{\partial\mathcal{S}}\right]$	$\frac{k-1}{k}\left[H-\frac{(C_{\psi})^2}{2r^2}+uC_{\psi}\right]\left(\frac{\cos\tilde{\alpha}}{\sin\tilde{\Theta}}\frac{\partial\ln\sigma}{\partial\mathcal{S}}-\frac{\cos\Theta}{\sin\tilde{\Theta}}\frac{\partial\ln\sigma}{\partial\mathcal{S}}\right)$
B	$\frac{1}{1-M_s^2(1+\alpha g^2\beta)}\left[\frac{\cos\Theta}{r}\frac{\partial(rtg\Theta)}{\partial\mathcal{S}}-\frac{\partial\ln\chi}{\partial\mathcal{S}}+\frac{\partial\ln\chi}{\partial\mathcal{S}}-\frac{M_s^2}{2}\frac{\partial(\alpha g^2\beta)}{\partial\mathcal{S}}+\right.$ $\left.+\frac{\omega^2 r}{a^2}\sin\Theta+\frac{\partial\ln\sigma}{\partial\mathcal{S}}\right]$	$\frac{1}{1-M_s^2}\left[\frac{\cos\Theta}{r}\frac{\partial(rtg\Theta)}{\partial\mathcal{S}}-\frac{Ntg\Theta}{a^2r^3}\frac{(C_{\psi})^2}{\sin\Theta}+\frac{\partial\ln\sigma}{\partial\mathcal{S}}\right]$
$\ln\sigma$	$\ln\sigma_{ac}+\frac{k}{k-1}\ln\left[\frac{H+u^2/2-W^2/(2\psi^2)}{H+u^2/2-W^2/2}\right]$	
ρ	$\sigma\rho_0\left[\frac{H-W_s^2(1+\alpha g^2\beta)/2+u^2/2}{i_0}\right]^{\frac{1}{k-1}}$	

Таблиця 5.2

	Лопатковий вінець	Вільний канал
A ₁	$r\rho\chi(1+\alpha g^2\beta)\cos\Theta$	$r\rho\cos\Theta$
A ₂	$B\left[\sin\Theta+\alpha g\beta\gamma g\delta+\frac{\cos\tilde{\alpha}}{\sin\tilde{\Theta}}(1+\alpha g^2\beta)\right]-N\cos\Theta+\frac{1}{2}\frac{\alpha\tilde{\alpha}g^2\beta}{\tilde{\alpha}}-tg\delta\frac{\alpha\tilde{\alpha}g\beta}{\tilde{\alpha}}+\frac{\alpha g\beta\rho\alpha\tilde{\alpha}g\beta\cos\Theta}{r}$	$B\left(\sin\Theta+\frac{\cos\tilde{\alpha}}{\sin\tilde{\Theta}}\right)-N\cos\Theta$
A ₃	$2\omega\alpha g\beta\rho\cos\Theta-r\rho\chi\cos\Theta\frac{\partial H}{\partial\psi}$	$r\rho\cos\Theta\left[-\frac{\partial H}{\partial\psi}+\frac{C_{\psi}r-\omega r^2}{r^2}\frac{\partial(C_{\psi}r)}{\partial\psi}\right]$
A ₄	$T\left[\frac{\cos\Theta}{\sin\tilde{\Theta}}\frac{\partial S}{\partial}\left(\frac{\cos\tilde{\alpha}}{\sin\tilde{\Theta}}+\frac{tg\alpha\tilde{\alpha}g\beta+\sin\Theta}{1+\alpha g^2\beta}\right)\frac{\partial S}{\partial}\right]$	$\frac{T}{\sin\tilde{\Theta}}\left(\cos\Theta\frac{\partial S}{\partial}-\cos\tilde{\alpha}\frac{\partial S}{\partial}\right)$
B	$\frac{1}{\left[1-W_s^2(1+\alpha g^2\beta)\left(\frac{\partial p}{\partial\mathcal{P}}+\frac{\partial\ln\rho}{\partial}\right)\right]}\left[\frac{\cos\Theta}{r}\frac{\partial(rg\Theta)}{\partial}-Ntg\Theta+\frac{\partial\ln\chi}{\partial S}+\left(\frac{\partial p}{\partial\mathcal{P}}+\frac{\partial\ln\rho}{\partial}\right)\left(\omega^2r\sin\Theta-W_s^2\alpha g\beta\frac{\partial\alpha g\beta}{\partial}\right)-T\frac{\partial S}{\partial}\frac{\partial p}{\partial\mathcal{P}}\right]$	$\frac{1}{\left[1-W_s^2\left(\frac{\partial p}{\partial\mathcal{P}}+\frac{\partial\ln\rho}{\partial}\right)\right]}\left[\frac{\cos\Theta}{r}\frac{\partial(rg\Theta)}{\partial}-Ntg\Theta+\left(\frac{\partial p}{\partial\mathcal{P}}+\frac{\partial\ln\rho}{\partial}\right)\left(\frac{C_{\psi}r}{r^3}\sin\Theta-T\frac{\partial S}{\partial}\frac{\partial p}{\partial\mathcal{P}}\right)\right]$
I	Визначається з рівняння енергії: $H = i + W^2/2 - u^2/2 = i + C^2/2 - uC_u = \text{const}$	
P	Знаходиться з рівняння процесу: $S_{\text{ex}} - S_T \left(P, \frac{1}{\psi^2} \left[i - (1 - \psi^2) \left(H + u^2/2 \right) \right] \right) = 0$	
T		
ρ		
S		$T = T(P, i), \rho = \rho(P, i), S = S(P, i)$

$$\ell_{i,j}^{(k)} = \ell_{i,j}^{(k-1)} + \Omega_k \left(\ell_{i,j}^{(k)} - \ell_{i,j}^{(k-1)} \right), \quad (5.66)$$

де i – номер перетину; j – номер ліній струму; k – номер ітерації; Ω – коефіцієнт релаксації ($0 < \Omega_k < 1$).

Процес ітерацій закінчується, коли виконується умова

$$\max_{i,j} abs \left(\frac{W_{si,j}^{(k)} - W_{si,j}^{(k-1)}}{W_{si,j}^{(k)}} \right) \leq \varepsilon, \quad (5.67)$$

де ε – наперед задана точність розрахунку.

Задання початкового наближення. Вдале задання початкового наближення ліній струму може помітно прискорити збіжність ітерацийного процесу. Як нульове наближення, як правило, беруться лінії струму, побудовані з умови сталості меридіанної швидкості в кожному з розрахункових перетинів. У розглянутому алгоритмі координати ліній струму в проміжних перетинах, якщо відомі аналітичні залежності розподілу функції струму ψ уздовж вхідного й вихідного перетинів $\ell_{\text{вх}}(\psi)$ і $\ell_{\text{вих}}(\psi)$, визначаються лінійною інтерполяцією за номером перетинів:

$$\ell_k = \ell_k^* \left[\frac{\ell_{\text{вх}}}{\ell_{\text{вх}}^*} + \frac{k-1}{N_C-1} \left(\frac{\ell_{\text{вих}}}{\ell_{\text{вих}}^*} - \frac{\ell_{\text{вх}}}{\ell_{\text{вх}}^*} \right) \right],$$

де k – номер перетину; N_C – кількість перетинів.

У програму залежності витрати від координати уздовж ℓ у вхідному й вихідному перетині вводяться таблично. Для побудови за-

лежностей $\ell(\psi)$ використовується апроксимація табличної залежності поліномом 4-го порядку

$$\ell(\psi) = a_0 + a_1\psi + a_2\psi^2 + a_3\psi^3 + a_4\psi^4.$$

З умови мінімуму суми квадратів відхилень

$$\min_{a_k, k=1,4} \sum_{j=0}^{N_A} \left(\ell_j - \sum_{k=1}^4 a_k \psi_j^k \right)^2$$

з урахуванням значень

$a_0 = 0, a_1 = \ell^* / \psi^* - a_2\psi^* - a_3\psi^{*2} - a_4\psi^{*3}$, отриманих з виразів $\ell(0) = 0$ і $\ell(\psi^*) = \ell^*$, маємо систему рівнянь для визначення шуканих коефіцієнтів полінома $\ell(\psi)$

$$\sum_{j=0}^{N_A} \left(\psi^{*i} - \psi_j^i \right) \left[\ell_j - \ell^* + \sum_{k=2}^4 a_k \left(\psi^{*k} - \psi_j^k \right) \right] = 0, \quad (i = 2, 3, 4).$$

Після цього легко побудувати аналітичні залежності $\ell_{\text{вх}}(\psi)$ й $\ell_{\text{вих}}(\psi)$.

Побудова початкового наближення лінії струму здійснюється за допомогою автономно трансльованої процедури НІР, яка за заданими розподілами витрати на вході й на виході зі ступеня (через рівний інтервал за висотою лопаток) і формою обводів обчислює за описаним алгоритмом координати ліній струму у всіх розрахункових перетинах і кути нахилу координатних ліній ℓ до осі z .

Обчислення геометричних характеристик ліній струму. Визначення кута θ нахилу лінії струму до осі турбіни, кривизни $\aleph = 1/R_s$, кута $\tilde{\theta}$ між лінією струму й координатною прямою ℓ , а також довжини дуги S уздовж ліній струму може здійснюватися різними способами. У запропонованому алгоритмі використовується спосіб, оснований на проведенні кола через три точки, що розташовані поруч [56].

Можливі й інші методи обчислення геометричних характеристик ліній струму, зокрема, шляхом поліноміальної апроксимації кожної лінії струму відповідно до залежності $r = \sum_{i=0}^m a_i z^m$. Такий підхід до знаходження характеристик ліній струму, що забезпечує їхнє додаткове згладжування, сприятливо позначається на збіжності ітерацій.

Побудова пера лопатки. У розглянутій програмі перо лопатки представляється аналітичними виразами для середньолопатної поверхні струму S_2 і коефіцієнтів стиснення χ вигляду

$$\left. \begin{aligned} \varphi(r, z) &= \sum_p \sum_q a_{pq} r^p z^q, \\ \chi(r, z) &= \sum_p \sum_q b_{pq} r^p z^q, \end{aligned} \right\} \quad (5.68)$$

що дозволяє легко обчислювати геометричні характеристики лопаток і їх похідні в коефіцієнтах A_i рівнянь (5.65) за такими формулами:

$$\operatorname{ctg} \beta_p = r \frac{\partial \varphi}{\partial z} = r \sum_{q=0}^{\ell_2} q z^{q-1} \sum_{p=0}^{\ell_1} a_{pq} r^p = \sum_{q=1}^{\ell_2} \sum_{p=0}^{\ell_1} q a_{pq} r^{p+1} z^{q-1};$$

$$\operatorname{tg} \delta = r \frac{\partial \varphi}{\partial z} = r \sum_{p=0}^{\ell_1} p r^{p-1} \sum_{q=0}^{\ell_2} a_{pq} z^q = \sum_{p=1}^{\ell_1} \sum_{q=0}^{\ell_2} p a_{pq} r^p z^q;$$

$$\operatorname{ctg} \beta = \operatorname{ctg} \beta_p \cos \theta + \operatorname{tg} \delta \sin \theta;$$

$$\frac{\partial \operatorname{ctg} \beta_p}{\partial r} = \sum_{p=0}^{\ell_1} \sum_{q=1}^{\ell_2} q(q-1) a_{pq} r^{p+1} z^{q-2};$$

$$\frac{\partial \operatorname{tg} \delta}{\partial r} = \sum_{p=2}^{\ell_1} \sum_{q=0}^{\ell_2} p(p-1) a_{pq} r^{p-1} z^q;$$

$$\frac{\partial \operatorname{tg} \delta}{\partial z} = \sum_{p=1}^{\ell_1} \sum_{q=1}^{\ell_2} p q a_{pq} r^p z^{q-1};$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \operatorname{ctg} \beta}{\partial S} &= \frac{\partial \operatorname{ctg} \beta_p}{\partial S} \cos \theta + \frac{\partial \operatorname{tg} \delta}{\partial S} \sin \theta + (\operatorname{tg} \delta \cos \theta - \operatorname{ctg} \beta_p \sin \theta) \aleph = \\ &= \frac{\partial \operatorname{ctg} \beta}{\partial z} \cos^2 \theta + \frac{\partial \operatorname{ctg} \beta_p}{\partial r} \sin \theta \cos \theta + \frac{\partial \operatorname{tg} \delta}{\partial z} \sin \theta \cos \theta + \\ &\quad + \frac{\partial \operatorname{tg} \delta}{\partial r} \sin^2 \theta + (\operatorname{tg} \delta \cos \theta - \operatorname{ctg} \beta_p \sin \theta) \aleph; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \operatorname{ctg} \beta}{\partial r} &= \frac{\partial \operatorname{ctg} \beta_p}{\partial r} \cos \theta + \frac{\partial \operatorname{tg} \delta}{\partial r} \sin \theta + \operatorname{ctg} \beta_p \frac{\partial \cos \theta}{\partial r} + \\ &+ \operatorname{tg} \delta \frac{\partial \sin \theta}{\partial r} = \frac{\partial \operatorname{ctg} \beta_p}{\partial r} \cos \theta + \frac{\partial \operatorname{tg} \delta}{\partial r} \sin \theta + r p \chi W_s \cos \theta \times \end{aligned}$$

$$\times \left(\operatorname{ctg} \beta_p \frac{\partial \cos \theta}{\partial \psi} + \operatorname{tg} \delta \frac{\partial \sin \theta}{\partial \psi} \right);$$

$$\frac{\partial(r \operatorname{tg} \theta)}{\partial r} = \operatorname{tg} \theta + r \frac{\partial \operatorname{tg} \theta}{\partial r} = \operatorname{tg} \theta + r^2 \rho \chi W_s \cos \theta \frac{\partial \operatorname{tg} \theta}{\partial \psi}.$$

Для апроксимації поверхні S_2 залежністю (5.68) розроблено кілька варіантів алгоритму. Основні принципи одного з них полягають у такому.

– Нехай меридіанна проекція лопатки являє собою трапецію (рис. 5.4). Якщо ця умова не виконується, слід добудувати лопатку до трапецїї, проєкстраполювавши значення її параметрів у ділянці, що добудовує.

– Розіб'ємо лопатку за висотою на n частин горизонтальними перетинами. У кожному j -му перетині можна прийняти

$$\varphi_j(z) = \sum_{q=0}^{\ell_2} a_{qj} z^q, \quad (j = \overline{1, n}).$$

– Розглядаючи коефіцієнти a_{qj} як дискретні значення деякої функції радіуса вигляду

$$a_{qj}(r) = \sum_{p=0}^{\ell_1} a_{pq} r_j^p,$$

одержуємо вираз, що повністю збігається з (5.68)

$$\varphi(r, z) = \sum_{p=0}^{\ell_1} \sum_{q=0}^{\ell_2} a_{pq} r^p z^q.$$

Шукані коефіцієнти визначаються згідно з методом найменших квадратів за допомогою спеціально створеної процедури СТЕС, що має досить високу швидкодію й високу точність апроксимації.

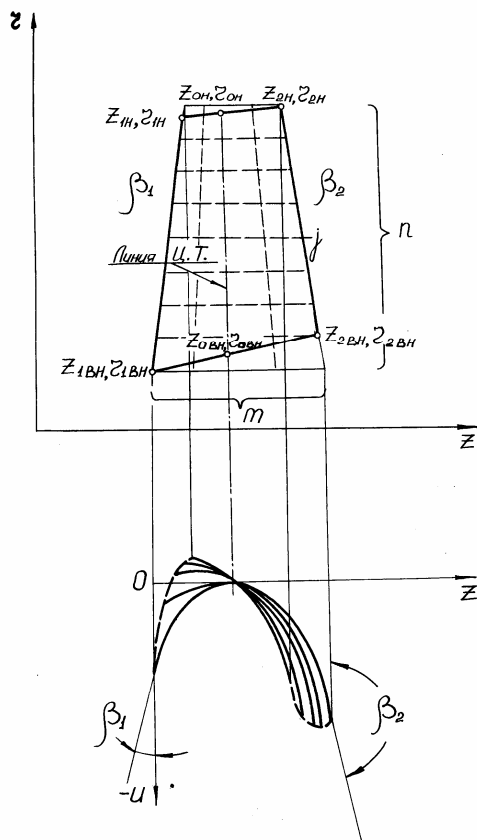


Рис. 5.4. До побудови пера лопатки

Аналогічно апроксимуються й коефіцієнти стиснення $\chi(r, z)$.

Чисельне диференціювання, необхідне для обчислення ряду коефіцієнтів, здійснюється за формулою, отриманою з інтерполяційного багаточлена Ньютона другого порядку для нерівновіддалених вузлів:

$$\left. \begin{aligned} y'(x_0) &= \frac{y_1 - y_0}{h_1} - \frac{(y_2 - y_1)/h_2 - (y_1 - y_0)/h_1}{h_1 + h_2} h_1; \\ y'(x_1) &= \frac{y_1 - y_0}{h_1} + \frac{(y_2 - y_1)/h_2 - (y_1 - y_0)/h_1}{h_1 + h_2} h_1; \\ y'(x_2) &= \frac{y_1 - y_0}{h_1} + \frac{(y_2 - y_1)/h_2 - (y_1 - y_0)/h_1}{h_1 + h_2} \times (2h_2 + h_1). \end{aligned} \right\}$$

Для інтегрування системи (5.65) з початковими умовами найбільш прийнятним виявився модифікований метод Ейлера, що забезпечує високу точність рішення при невеликій кількості інтервалів інтегрування за витратою і є зручним для програмування. Розрахункова формула має вигляд

$$y_{k+1} = y_k + \frac{1}{2} [f_k + f(x_{k+1}, y_k + f_k \Delta x)] \Delta x + \vartheta(x^3). \quad (5.69)$$

Вибір методу інтегрування ґрунтувався на рішенні тестових задач для точних рішень течії нестисливої рідини в осесиметричних каналах [56]. Стикування рішень на границях ділянок проточної частини відбувається автоматично, причому не спостерігається погіршення збіжності, коли кут натікання не збігається із вхідним геометричним кутом середньолопатної поверхні.

У процесі ітерацій крайні перетини розглядаються нарівні з проміжними, що дозволяє автоматично виконати граничні умови задачі. Як показали розрахунки, лінії струму, розраховані таким чином, добре узгоджуються з умовами, що накладаються на границях проточної частини на невеликому віддаленні від вінців навіть при складній формі вхідної й вихідної ділянок.

Рішення крайової задачі (5.65) проводиться у два етапи:

– приблизно визначається інтервал, у якому знаходиться коренева швидкість $W_s(0)$, причому в процесі його пошуку виключаються неприпустимі значення, що дають негативні величини меридіанної швидкості W_s на всьому інтервалі інтегрування;

– з високою точністю вираховується $W_s(0)$ шляхом мінімізації квадрата відхилення за другою граничною умовою $\Delta^2 = [\ell^* - \ell(\psi^*)]^2$ методом одновимірного пошуку ДСК–Пауелла [10].

Апробація чисельного методу й алгоритму. Викладений метод дозволяє робити перевірний розрахунок як газового, так і парового ступеня, розрахунок осесиметричних і плоских каналів, а також нерухомих кільцевих решіток для стисливої й нестисливої рідини з урахуванням і без урахування втрат. Інформація, що вводиться, містить: константи, що визначають тип розв'язуваної задачі й необхідну точність; кількість розрахункових перетинів і ліній струму; газодинамічні параметри на вході, частоту обертання ротора й показник ізоентропії для ідеального газу, якщо розраховується ступінь газової турбіни; координати обводів; розподіл ентальпії й моменту кількості руху на вході; геометричні характеристики вінців; швидкісні коефіцієнти сопла й робочого колеса, якщо вони задаються, і які також можуть бути визначені за однією з можливих методик.

Універсальність програми полегшила її налагодження шляхом використання тестових точних рішень. Для цієї мети вибиралися тестові розрахунки, описані в [56]: гвинтовий сферичний потік, вихоровий незакручений потік, вихоровий закручений потік. Проводилися також розрахунки полів швидкостей стисливої й нестисливої рідини в міжлопатковому каналі профілів реактивного, активного й дифузорного типів. Результати розрахунку швидкостей біля поверхні турбінних решіток порівнювалися з розподілом швидкостей по їхніх обводах, проведеним методом інтегральних рівнянь.

Для оцінки вірогідності математичної моделі й перевірки пропонуваного методу розрахунку за розглянутою методикою були розраховані ряд осьових турбінних ступенів у широкому діапазоні зміни об'ємної витрати через них з різними значеннями $D_{\text{сер}}/\ell$ ($D_{\text{сер}}/\ell = 5,13; 3,62; 3,38; 2,6$), різним обрисом проточної частини в широкому діапазоні зміни кута розкриття меридіанних обводів від 0° (циліндричні ступені) до 50° , вузькими й широкими напрямними апаратами, експериментальне вивчення просторової структури потоку яких було детально проведене на кафедрі турбінобудування НТУ «ХП». Результати розрахунків досить добре узгоджуються з експериментальними даними.

Розрахункове дослідження показало, що пропонуваний алгоритм вимагає значно меншої кількості ітерацій, чим метод кривизни ліній струму: при розрахунку каналів з $\Omega = 0,2$ потрібно звичайно 5...10, а для ступенів з $\Omega = 0,05 - 5...20$ наближень залежно від складності задачі, кількості розрахункових точок і необхідної точності рішення.

Програма показала стійку збіжність ітерацій для ступенів зі складною формою меридіанних обводів, різним закрученням напрямних апаратів і робочих коліс у всіх режимах роботи аж до виникнення прикореневого відриву.

Як приклад на рис. 5.5 і 5.6 наведені результати розрахунків та експериментальні дані, отримані на кафедрі турбінобудування НТУ «ХП», ступені з $D_{\text{ср}}/\ell = 3,38$, кутом розкриття проточної частини $\gamma = 50^\circ$ при номінальному ($\overline{GV} = 1,0$) і часткових ($\overline{GV} = 0,7$ і $0,5$) витратах через ступінь.

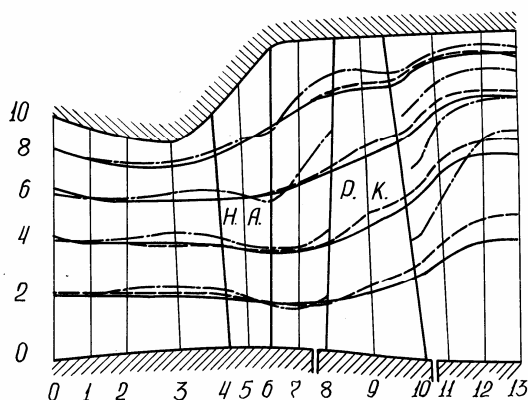


Рис. 5.5. Розрахункові лінії струму ступеня з $D_{\text{ср}}/\ell = 3,38$ на номінальному ($\overline{GV} = 1,0$) і часткових ($\overline{GV} = 0,7$ і $0,5$) режимах.
 — режим $\overline{GV} = 1,0$; - - - режим $\overline{GV} = 0,7$; - · - · - режим $\overline{GV} = 0,5$

У номінальному режимі $T_0^* = 374$ К, $P_0^* = 0,1225$ МПа, $G = 3,47$ кг/з, $n = 7900$ об/хв. Напрямний апарат ступеня виконаний з великим зворотним закрученням ($\alpha_{\text{вн}} = 19^\circ$, $\alpha_{\text{ін}} = 16,5^\circ$), діапазон зміни кутів $\tilde{\beta}_2$ робочого колеса – від 20° біля кореня до $13,5^\circ$ на периферії. Швидкісні коефіцієнти в розрахунках бралися постійними за висотою й рівними $\varphi^2 = 0,97$, $\psi^2 = 0,9$.

Таким чином, запропонована методика дозволяє розв'язати пряму осесиметричну задачу течії стисливої рідини в проточній частині турбіни, результати якої необхідні для врахування просторового характеру течії робочого тіла при оптимізації параметрів ступеня.

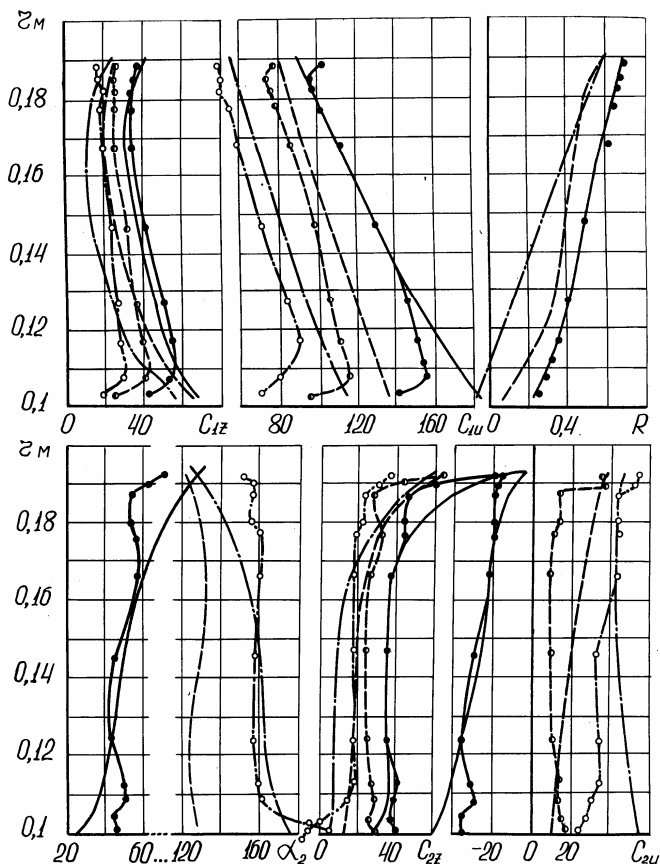


Рис. 5.6. Розподіл розрахункових (перетину 7 і 11) та експериментально отриманих у НТУ «ХПІ» параметрів потоку ступеня з $D_{\text{ср}}/\ell = 3,38$ і кутом розкриття проточної частини $\gamma = 50^\circ$ на різних режимах. Експериментальні точки й розрахункові дані на режимі $\overline{GV} = 1,0$ (— • —); режим $\overline{GV} = 0,7$ (- • -); режим $\overline{GV} = 0,5$ (- - ○ - -)

5.5. Постановка задачі теплового розрахунку газового й парового осевого турбінного ступеня за перетинами у зазорах і методи її рішення

Розглянута в загальній постановці задача розрахунку осесиметричних течій стисливої рідини в проточній частині осевих турбін може бути спрощена й зведена до задачі розрахунку за зазорами, докладно описаній в [38]. Розрахунок за зазорами є окремим випадком запропонованої загальної осесиметричної задачі, а коефіцієнти A_j у випадку ідеального газу збігаються з отриманими в [38]. У розглянутому окремому випадку течія в осьовому зазорі розглядається при викладених раніше основних припущеннях. Крім того, слід зазначити, що в межах осевого зазору: у вільному від лопаток просторі $\chi=1$; через малу його довжину в осьовому напрямку ентропія S не міняється уздовж меридіанних ліній струму (тобто $\partial S/\partial s = 0$); можна знехтувати складовими сил $F_r = f = 0$; потік зберігає напрямок руху, наданий йому лопатками (тобто заданий кут потоку β).

У прийнятих припущеннях рівняння радіальної рівноваги буде відрізнятися від (5.19) відсутністю в правій частині F_r і f_r

$$W_s^2 \left[\kappa \cos \theta + \sin \theta \frac{\partial \ln W_s}{\partial s} - \frac{\operatorname{ctg}^2 \beta}{r} - \frac{1}{2} \frac{\partial \operatorname{ctg}^2 \beta}{\partial r} - \right. \\ \left. - (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta) \frac{\partial \ln W_s}{\partial r} \right] - 2\omega W_s \operatorname{ctg} \beta - T \frac{\partial S}{\partial r} + \frac{\partial H}{\partial r} = 0. \quad (5.70)$$

Модель ступеня газової турбіни. Вираз для $\partial \ln W_s / \partial s$ відповідно до (5.28) набуває вигляду:

$$B = -\frac{\partial \ln W_s}{\partial s} = \frac{1}{1 - M_s^2} \left[\frac{\cos \theta}{r} \frac{\partial (rtg\theta)}{\partial r} - \right. \\ \left. - \aleph tg\theta + \frac{(C_U r)^2}{a^2 r^3} \sin \theta \right] \quad (5.71)$$

Виконуючи аналогічно викладеному вище перетворення рівняння радіальної рівноваги (5.70) і рівняння нерозривності (5.41), приходимо в розрахункових перетинах до нелінійної задачі

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \ell}{\partial \psi} &= \frac{1}{r\rho W_s \sin \tilde{\theta}}, \\ \frac{dW_s}{d\psi} &= -\frac{1}{A_1} \left(A_2 + \frac{A_3}{W_s} + \frac{A_4}{W_s^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (5.72)$$

• з граничними умовами $\ell(0) = \ell_{\text{BH}}, \ell(\psi^*) = \ell_{\dots}$. Коефіцієнти A_j в цьому випадку, як вказувалося раніше, збігаються з отриманими в [38] і визначаються за допомогою виразів

$$A_1 = r\rho(1 + \text{ctg}^2\beta)\cos\theta; \quad (5.73)$$

$$A_2 = B \left[\sin\theta + \frac{\cos\tilde{\alpha}}{\sin\tilde{\theta}} (1 + \text{ctg}^2\beta) \right] - \aleph \cos\theta + \frac{\text{ctg}^2\beta}{r} + \\ + \frac{1}{2} \frac{\partial(\text{ctg}^2\beta)}{\partial r} + \frac{k-1}{2k} (1 + \text{ctg}^2\beta) \frac{\partial \ln \sigma}{\partial r}; \quad (5.74)$$

$$A_3 = 2\omega \operatorname{ctg} \beta - r\rho \cos \theta \frac{\partial H}{\partial \psi}; \quad (5.75)$$

$$A_4 = -\frac{k-1}{k} \left[H + \frac{u^2}{2} \right] \frac{\partial \ln \sigma}{\partial r}. \quad (5.76)$$

Слід відмітити, що для розглянутого випадку коефіцієнти A_j також можна одержати шляхом спрощення відповідних коефіцієнтів, наведених у табл. 5.1.

Наведемо докладно системи рівнянь, що описують течію у контрольних радіальних ($\tilde{\alpha} = 90^\circ$) перетинах турбінного ступеня. Перехід до нової незалежної змінної ψ згідно з (5.24) здійснюється за допомогою співвідношення $d/dr = r\rho W_s \cos \theta d/d\psi$.

За напрямним апаратом. Для нерухомого вінця ($\omega = 0$), оперуючи з абсолютною швидкістю й кутами в абсолютному русі, пам'ятаючи, що в цьому випадку $H = i_0^*$, для коефіцієнтів A_j з (5.73) – (5.76) одержуємо

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= r_1 \rho_1 (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_1) \cos \theta_1; \\ A_2 &= B_1 \sin \theta_1 - \aleph \cos \theta_1 + \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha_1}{r_1} + \frac{1}{2} \frac{d(\operatorname{ctg}^2 \alpha_1)}{dr_1} + \\ &+ \frac{k-1}{2k} (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_1) r_1 \rho_1 C_{1s} \cos \theta_1 \frac{d \ln \sigma_1}{d\psi}; \\ A_3 &= -r_1 \rho_1 \cos \theta_1 \frac{di_0^*}{d\psi}; \\ A_4 &= -\frac{k-1}{k} i_0^* r_1 \rho_1 C_{1s} \cos \theta_1 \frac{d \ln \sigma_1}{d\psi}. \end{aligned} \right\} \quad (5.77)$$

Щоб звільнитися від похідної $d\text{ctg}^2\alpha_1/dr_1$, запишемо рівняння радіальної рівноваги (5.70) відносно швидкості C , а система рівнянь з урахуванням (5.24), (5.71), (3.10), (3.3), (3.11) у перетині за напрямним апаратом набуває вигляду

$$\left. \begin{aligned} \frac{dr_1}{d\psi} &= \frac{1}{r_1 \rho_1 C_1 \sin \alpha_1 \cos \theta_1}; \\ \frac{dC_1}{d\psi} &= -\frac{\sin \alpha_1}{r_1 \rho_1 \cos \theta_1} \times \left(B_1 \sin \theta_1 - \aleph_1 \cos \theta_1 + \frac{\text{ctg}^2 \alpha_1}{r_1} \right) + \\ &+ \frac{1}{C_1} \left(\frac{di_0^*}{d\psi} + \frac{k-1}{k} i_1 \frac{d \ln \sigma_1}{d\psi} \right); \end{aligned} \right\} \quad (5.78)$$

$$B_1 = \frac{1}{1 - M_{1S}^2} \left[\frac{\cos \theta_1}{r_1} \frac{d(r_1 \text{tg} \theta_1)}{dr_1} - \aleph_1 \text{tg} \theta_1 + \frac{(C_{1U} r_1)^2}{a_1^2 r_1^3} \sin \theta_1 \right];$$

$$\rho_1 = \sigma_1 \rho_0^* \left(\frac{i_1}{i_0^*} \right)^{\frac{1}{k-1}}; \quad \sigma_1 = \left[\frac{1 - C_1^2 / (2\varphi^2 i_0^*)}{1 - C_1^2 / (2i_0^*)} \right]^{\frac{k}{k-1}};$$

$$i_1 = i_0^* - C_1^2 / 2; \quad a_1 = (k-1)i_1.$$

• Граничні умови

$$r_1(0) = r_{1\text{вн}}; \quad r_1(\psi^*) = r_{1\text{н}}.$$

За робочим колесом шляхом аналогічних перетворень, пам'ятаючи, що $H = i_0^* - u_1 C_{1U} = i_2 + W_2^2 / 2 - u_2^2 / 2$, одержуємо

$$\left. \begin{aligned} \frac{dr_2}{d\psi} &= \frac{1}{r_2 \rho_2 W_2 \sin \beta_2 \cos \theta_2}; \\ \frac{dW_2}{d\psi} &= -\frac{\sin \beta_2}{r_2 \rho_2 \cos \theta_2} \left(B_2 \sin \theta_2 - \aleph_2 \cos \theta_2 + \frac{\text{ctg}^2 \beta_2}{r_2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2\omega \text{ctg} \beta_2}{\sin \beta_2 W_2} \right) + \frac{1}{W_2} \left[\frac{di_0^*}{d\psi} - \frac{d(u_1 C_{1U})}{d\psi} + \frac{k-1}{k} i_2 \frac{d \ln \sigma_2}{d\psi} \right]; \end{aligned} \right\} \quad (5.79)$$

$$B_2 = \frac{1}{1 - M_{2s}^2} \left[\frac{\cos \theta_2}{r_2} \frac{d(r_2 \text{tg} \theta_2)}{dr_2} - \aleph_2 \text{tg} \theta_2 + \frac{(C_{2U} r_2)^2}{a_2^2 r_2^3} \sin \theta_2 \right];$$

$$\rho_2 = \sigma_2 \rho_0^* \left(\frac{i_2}{i_0^*} \right)^{\frac{1}{k-1}}; \quad \sigma_2 = \sigma_1 \left[\frac{1 - W_2^2 / (2\psi^2 i_{2W}^*)}{1 - W_2^2 / (2i_{2W}^*)} \right]^{\frac{k}{k-1}};$$

$$i_2 = i^* - u_1 C_{1U} + u_2^2 / 2 - W_2^2 / 2; \quad a_2^2 = (k-1) i_2;$$

$$i_{2W}^* = i_0^* - u_1 C_{1U} + u_2^2 / 2.$$

• Граничні умови

$$r_2(0) = r_{\text{BH}}; \quad r_2(\psi^*) = r_{2n}.$$

Модель ступеня парової турбіни. Для обчислення виразу $\partial \ln W_s / \partial s$ скористаємося рівнянням (3.60)

$$\frac{\partial \ln W_s}{\partial s} = \frac{1}{\left[1 - W_s^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} + \frac{\partial \ln \rho}{\partial i} \right)\right]} \times \left[\aleph \operatorname{tg} \theta - \frac{\cos \theta}{r} \frac{\partial (r \operatorname{tg} \theta)}{\partial r} - \right. \\ \left. - \frac{C_U^2 r^3}{r^3} \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} + \frac{\partial \ln \rho}{\partial i} \right) + T \frac{\partial S}{\partial s} \frac{\partial \rho}{\partial P} \right]. \quad (5.80)$$

Рівняння радіальної рівноваги (5.70), записане відносно швидкості W (що дозволяє звільнитися від похідної $\partial \operatorname{ctg}^2 \beta / \partial r$), перейшовши до нової незалежної змінної ψ за допомогою співвідношення $d/dr = r\rho W_s \cos \theta d/d\psi$, приймає вигляд

$$\frac{dW}{d\psi} = -\frac{\sin \beta}{r\rho \cos \theta} \left(B \sin \theta - \aleph \cos \theta + \frac{\operatorname{ctg}^2 \beta}{r} + \right. \\ \left. + \frac{2\omega \operatorname{ctg} \beta}{\sin \beta W} \right) + \frac{1}{W} \left(\frac{dH}{d\psi} - T \frac{dS}{d\psi} \right). \quad (5.81)$$

Рівняння нерозривності, як відомо, записується в такий спосіб:

$$dr/d\psi = 1/(r\rho W \sin \beta \cos \theta). \quad (5.82)$$

Таким чином, як і у випадку ступеня газової турбіни, течія у зазорі ступеня парової турбіни описується системою двох звичайних диференціальних рівнянь першого порядку (5.81), (5.82) із граничними умовами $r(0) = r_{\text{вн}}$; $r(\psi^*) = r_n$. Величини $B = -\partial \ln W_s / \partial s$ визначаються за допомогою (5.82), ентальпія згідно з рівнянням енергії

(3.3). Для обчислення температури, густини й ентропії за формулами (5.4) необхідно знати, крім значення ентальпії i , також тиск P , який при деякому W знаходиться із другого рівняння (5.3):

$$S_{\text{вх}} = S_T \left\{ P, \left[\left(H + u^2/2 \right) - W^2 / (2\psi^2) \right] \right\}. \quad (5.83)$$

Отже, системи рівнянь, що описують течію пари в зазорах осьового турбінного ступеня, мають такий вигляд:

за напрямним апаратом

$$\left. \begin{aligned} \frac{dr_1}{d\psi} &= \frac{1}{r_1 \rho_1 C_1 \sin \alpha_1 \cos \theta_1}; \\ \frac{dC_1}{d\psi} &= -\frac{\sin \alpha_1}{r_1 \rho_1 \cos \theta_1} \times \left(B_1 \sin \theta_1 - \aleph_1 \cos \theta_1 + \frac{\text{ctg}^2 \alpha_1}{r_1} \right) + \\ &+ \frac{1}{C_1} \left[\frac{di_0^*}{d\psi} + T_1 \frac{dS_1}{d\psi} \right]; \end{aligned} \right\} \quad (5.84)$$

$$B_1 = -\partial \ln W_{1S} / \partial s; \quad i_1 = i_0^* - C_1^2 / 2; \quad T_1 = T_1(i_1, P_1);$$

$$\rho_1 = \rho_1(i_1, P_1); \quad S_1 = S_1(i_1, P_1); \quad S_0^* = S_{1T} \left(P_1, i_0^* - \frac{C_1^2}{2\varphi^2} \right).$$

● **Граничні умови**

$$r_1(0) = r_{1\text{вн}}; \quad r_1(\psi^*) = r_{1\text{н}}$$

за робочим колесом

$$\left. \begin{aligned} \frac{dr_2}{d\psi} &= \frac{1}{r_2 \rho_2 W_2 \sin \beta_2 \cos \theta_2}; \\ \frac{dW_2}{d\psi} &= -\frac{\sin \beta_2}{r_2 \rho_2 \cos \theta_2} \left(B_2 \sin \theta_2 - \aleph_2 \cos \theta_2 + \frac{\operatorname{ctg}^2 \beta_2}{r_2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2\omega \operatorname{ctg} \beta_2}{\sin \beta_2 W_2} \right) + \frac{1}{W_2} \left[\frac{di_0^*}{d\psi} - \frac{d(u_1 C_{1U})}{d\psi} + T_2 \frac{dS_2}{d\psi} \right]; \end{aligned} \right\} \quad (5.85)$$

$$B_2 = -\partial \ln W_{2S} / \partial s; \quad i_2 = i_0^* - u_1 C_{1U} + u_2^2 / 2 - W_2^2 / 2;$$

$$T_2 = T_2(i_2, P_2); \quad \rho_2 = \rho_2(i_2, P_2); \quad S_2 = S_2(i_2, P_2);$$

$$S_1 = S_{2T}(P_2, i_{2W}^* - W_2^2 / (2\psi^2)); \quad i_{2W}^* = i_2 + W_2^2 / 2.$$

● Граничні умови

$$r_2(0) = r_{2\text{вн}}; \quad r_2(\psi^*) = r_{2\text{н}}.$$

Чисельна реалізація задачі теплового розрахунку ступеня

Уже розглянуті математичні моделі ступенів осьових парових і газових турбін дозволяють робити їхній розрахунок при заданні деяких додаткових (замикаючих) співвідношень, наприклад, розподілу кутів β або α (пряма задача), величин $C_u r$, ρC_z та ін. (зворотна задача) [38]. У даному підрозділі буде розв'язана пряма задача, тому що поставлена нами кінцева мета – задача оптимізації – вирішується з її використанням. Такий підхід до оптимального проектування ступенів з урахуванням просторової течії робочого тіла ґрунтується на цілому ряді міркувань.

Для рішення прямої задачі розрахунку ступеня за зазорами потрібно задатися такою інформацією:

- форма меридіанних обводів ступеня, тобто зовнішні й внутрішні радіуси в розрахункових перетинах;
- швидкість обертання ротора ω ;
- параметри гальмування на вході в ступінь P_0^* і i_0^* ;
- геометричні характеристики лопаток: кути входу й виходу, а також їх кількість у вінці, хорди, товщина кромek та інші параметри, необхідні для розрахункового визначення коефіцієнтів швидкості за довжиною лопатки [41];
- кути нахилу ліній струму θ і їх кривизна \aleph у розрахункових перетинах;
- у випадку прийнятих значень коефіцієнтів швидкості – їх розподіл за висотою лопатки.

Розрізняють, як вказується в першому розділі, два різновиди прямої задачі [38]: із заданою витратою G та із заданим протитиском P_2 .

Рішення задачі з фіксованою витратою G простіше, оскільки інтегрування рівнянь (5.78), (5.79) і (5.84), (5.85) проводиться при відомому значенні $\psi^* = G/2\pi$ й математично формулюється як двочотова крайова задача для системи двох звичайних диференціальних рівнянь першого порядку вигляду:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dW}{d\psi} &= f_1(\psi, W, r), \\ \frac{dr}{d\psi} &= f_2(\psi, W, r), \end{aligned} \right\} \quad (5.86)$$

- з граничними умовами: $r(0) = r_{\text{вн}}$; $r(\psi^*) = r_{\text{н}}$. Праві частини рів-

нянь (5.86) обчислюються згідно з формулами однієї із систем рівнянь (5.78), (5.79) або (5.84), (5.85).

На рішення накладається вимога позитивності функції W (умова безвідривної течії).

З фізичних міркувань відомо [38], що крайова задача (5.86) може мати або два рішення, що відповідають до- і надзвуковому режиму течії, або одне, або зовсім не мати рішення.

Одним зі способів рішення задачі (5.86) є зведення її до знаходження кореня трансцендентного рівняння, що служить для добору відсутньої граничної умови в кореня $W(0) = W_{\text{вн}}$. Дійсно, задавши деяку граничну умову $W_{\text{вн}}$ й проінтегрувавши (5.86) як задачу Коші з початковими умовами $r(0)=r_{\text{вн}}$, $W(0) = W_{\text{вн}}$, одержимо при ψ^* наближене значення зовнішнього радіуса $r(\psi^*) = \tilde{r}_n$. Розглядаючи \tilde{r}_n як функцію $W_{\text{вн}}$ приходимо до рівняння з одним невідомим $W_{\text{вн}}$.

$$\tilde{r}(W_{\text{вн}}) - r_* = 0. \quad (5.87)$$

Таким чином, для рішення прямої задачі розрахунку ступеня із заданою витратою потрібно розв'язати систему трансцендентних рівнянь

$$\left. \begin{aligned} \tilde{r}_{1n}(C_{1\text{вн}}) &= r_{1n}, \\ \tilde{r}_{2n}(C_{1\text{вн}}, W_{2\text{вн}}) &= r_{2n} \end{aligned} \right\}. \quad (5.88)$$

Розв'язання задачі (5.88) проводиться у два етапи: спочатку розв'язується перше рівняння й знаходиться розподіл параметрів потоку в міжвінцевому зазорі, потім, знаючи параметри на вході в робоче колесо, можна розв'язати друге рівняння системи. Тобто, за-

дача зводиться до визначення коренів рівняння з одним невідомим для кожного із двох рівнянь (5.88). Для обчислення дозвуків рішень системи (5.88) з успіхом можна використовувати методи нелінійного програмування. Система (5.88) вирішується шляхом послідовної мінімізації відхилів

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1^2 &= [\tilde{r}_{1n}(C_{1\text{вн}}) - r_{1n}]^2, \\ \Delta_2^2 &= [\tilde{r}_{2n}(W_{2\text{вн}}) - r_{2n}]^2. \end{aligned} \right\} \quad (5.89)$$

за допомогою одного з методів одновимірного пошуку екстремуму, описаних в розд. 2 («золотого перетину», ДСК–Пауелла й ін.).

Рішення задачі із заданим протитиском P_2 (витрата невідома) трохи складніше. Для визначення невідомої витрати G до системи рівнянь (5.88) необхідно додати ще одне – обмеження на перепад.

Протитиск можна задати різними способами, наприклад:

$$P_{2\text{ сер}} = P_{2\text{ сер. задан}} \quad \text{або} \quad C_{\phi\text{ сер}} = C_{\phi\text{ сер. задан}}, \quad (5.90)$$

де $P_{2\text{ сер. задан}}$ і $C_{\phi\text{ сер. задан}}$ – статичний тиск за ступенем і швидкість, еквівалентна наявному теплоперепаду на ступінь, відповідно, отримані одновимірним розрахунком за середнім радіусом.

У розглянутій постановці задачі доцільно задати й усереднені за витратою параметри у відповідності з формулами

$$\int_0^{\psi^*} P_2 d\psi = \psi^* P_{2\text{ сер. задан}} \quad \text{або} \quad \int_0^{\psi^*} C_{\phi}^2 d\psi = \psi^* C_{\phi\text{ сер. задан}}^2. \quad (5.91)$$

З урахуванням однієї з умов (5.90), (5.91) для розрахунку ступеня із заданим протитиском потрібно розв'язувати систему трьох рівнянь із трьома невідомими:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_0 &= h(C_{1\text{вн}}, W_{2\text{вн}}, \Psi^*) - h_0 = 0; \\ \Delta_1 &= \tilde{r}_{1n}(C_{1\text{вн}}, \Psi^*) - r_{1n} = 0; \\ \Delta_2 &= \tilde{r}_{2n}(C_{1\text{вн}}, W_{2\text{вн}}, \Psi^*) - r_{2n} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.92)$$

На практиці для рішення системи (5.92) використовується метод послідовних наближень, що полягає в підганянні витрати під заданий протитиск [38].

Реалізована на ЕОМ програма може розв'язувати систему рівнянь (5.92) двома способами. Перший з них реалізує послідовні наближення, аналогічні вищенаведеним і описані в [38], тільки рішення двоточкових задач (останні два рівняння (5.92)) проводиться мінімізацією квадратів відхилення і зовнішнього циклу ітерацій (визначення Ψ^* з першого рівняння системи (5.92)) здійснюється мінімізацією квадрата відхилення Δ_0^2 . Другий спосіб полягає в мінімізації суми квадратів відхилення

$$I^* = \Delta_0^2 + \Delta_1^2 + \Delta_2^2 \quad (5.93)$$

за трьома змінними $C_{1\text{вн}}, W_{2\text{вн}}, \Psi^*$ одним з методів багатовимірного пошуку екстремуму (розділ 2 [10]).

Складена математична модель, що описує течію в осьових зазорах турбомашин (рівняння (5.78), (5.79) і (5.84), (5.85), дозволяє розраховувати й надзвукові течії (у тому числі й з

переходом через швидкість звуку), у яких $M_s < 1$, тобто у випадку меридіональної складової швидкості менше швидкості звуку. Зазначеній умові задовольняють усі існуючі ступені потужних парових турбін.

Розрахунок надзвукових ступенів обов'язково повинен проводитися із заданим протитиском, а якщо ні, то не забезпечується єдиність рішення рівняння вигляду (5.88). У той же час система трансцендентних рівнянь (5.92) відносно змінних $C_{1вн}$, $W_{2вн}$, ψ^* , на відміну від (5.88), має спільний корінь.

Іншою особливістю розрахунку надзвукових ступенів є необхідність урахування відхилення потоку в косому зрізі при числах Маха, більших одиниці. Для цієї мети можна використовувати спосіб визначення кута відхилення потоку в косому зрізі, що полягає в прирівнюванні витрати в горловому перетині лопатки й за нею.

Очевидно, що існує повна аналогія розглянутої в даному розділі задачі з наведеною в розд. 4. Відмінність полягає в тому, що в цьому випадку для обчислення відхилів рівнянь (5.89), (5.92) потрібно інтегрувати систему звичайних диференціальних рівнянь вигляду (5.86), а конкретно (5.78), (5.79) або (5.84), (5.85). Ці рівняння через складність вигляду правих частин у загальному випадку можуть бути проінтегровані тільки чисельно. Праві частини систем рівнянь, що описують течію у ступені газової турбіни, обчислюються безпосередньо за формулами (5.78), (5.79). При інтегруванні (5.84), (5.85) слід мати на увазі, що на кожному кроці тиск повинний визначатися шляхом рішення рівняння вигляду (5.83), що суттєво ускладнює задачу.

Зазначимо, нарешті, що через наявність у правих частинах систем (5.78), (5.79) нелінійного члена $\partial \ln \sigma / \partial \psi$, а в правих частинах (5.84), (5.85) члена $T \partial S / \partial \psi$ ці системи, загалом кажучи, не можна

вважати записаними у формі Коші, тому що ці нелінійні добавки є деякими функціями W_2 або C_1 , r і їх похідних. При інтегруванні ці члени визначаються послідовними наближеннями.

Найважливішим моментом є вибір чисельного методу інтегрування систем вигляду (5.86). Великий досвід у сфері рішення подібних задач свідчить про можливість розбивки інтервалу інтегрування на невелику кількість ділянок інтегрування (порядку 5–10) [56, 42, 38]. Методи інтегрування для зазначених рівнянь застосовуються різні. При цьому досяжна точність знаходиться в протиріччі з простотою алгоритму й необхідним для рішення часом. Особливо гостро питання часу рішення постає в задачах оптимізації, де потрібне багаторазове інтегрування рівнянь, що мають праві частини досить складного виду. У результаті чисельного експерименту, порівняно з різними методами інтегрування, перевага була віддана модифікованому методу Ейлера відповідно до формули (5.69), точність якого знаходиться на рівні методу послідовних наближень, однак швидкість розрахунку в 1,5...2 рази вище.

Оцінка вірогідності моделі й апробація алгоритму. З метою перевірки правильності складеної за описаним алгоритмом програми було проведено велике розрахункове дослідження й порівняння результатів розрахунку з розрахунком тестових задач за аналогічними програмами [38], а також з експериментально отриманими характеристиками в лабораторії турбінобудування НТУ «ХП» ступенів турбін.

Тестові задачі були запозичені з [38] і склалися з перевіреного розрахунку шести ступенів із циліндричним обрисом проточної частини. Перша серія ступенів складалася з двох ступенів із втулковим відношенням $D_{\text{сер}}/\ell = 8,73$, циліндричними напрямними лопатками, циліндричним і закрученим робочими колесами. Друга серія складалася із чотирьох ступенів

з $D_{\text{сер}}/\ell = 4,1$, закручених робочих коліс при різних розподілах кутів α_1 : за законом $C_U r = \text{const}$; циліндричних лопаток; $\alpha_1 = \text{const}$; з кутами зменшуваними до периферії (так звана «зворотна закрутка»). Порівняння проведених розрахунків з даними [38] показав їхній добрий збіг.

За програмою розрахунку за перетинами у зазорах із заданою витратою проводилися розрахунки серії турбінних ступенів з $D_{\text{сер}}/\ell = 5,13$ і циліндричними обрисами проточної частини, експериментально досліджених на кафедрі турбінобудування НТУ «ХП». Розрахунки показали, що, незважаючи на задання нульових значень кривизни й нахилу ліній струму в розрахункових перетинах, алгоритм розрахунку ступеня за перетинами у зазорах дозволяє вловити досить значний перерозподіл витрат (рис. 5.7).

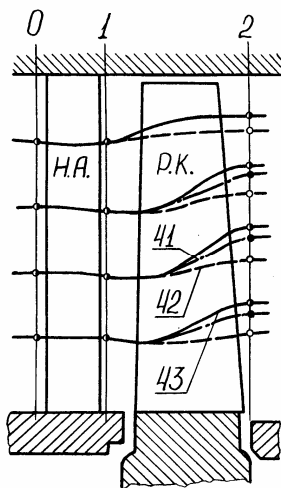


Рис. 5.7. Меридіанний розріз проточної частини ступеня 41, 42, 43 з розрахунковими лініями струму

З метою оцінки можливості розрахунковим шляхом правильно визначати кінематику потоку було проведене порівняння розрахункових даних, отриманих методами повного осесиметричного розрахунку й за перетинами у зазорах, з експериментально вимірюваними. Порівняння проводилося для ступенів 12, 23, 41, 42 при вузькому й широкому міжвінцевих зазорів.

На рис. 5.8 показаний меридіанний розріз проточної частини з розрахунковими лініями струму в загальній вісесиметричній постановці, а також розрахунковий й експериментально виміряний розподіл параметрів потоку в осьових зазорах ступеня 42 з вузькою міжвінцевою відстанню. У перетинах 3 і 4, відповідних до вихідних кромок напрямних і вхідним - робочих лопаток, отримані закони зміни складової швидкості C_{1U} , що відрізняються між собою. Це може бути пояснено перебудовою потоку в вісесиметричному кільцевому каналі, вільному від лопаток. На перебудову потоку впливає ширина міжвенцевого зазору, наявність удару на вході в робоче колесо, навалювання поверхонь напрямних і робочих лопаток та ін. Завдяки цій перебудові, що приводить до викривлення ліній струму, кути потоку стають суттєво відмінними від геометричних, деформуються закони зміни уздовж радіуса складових швидкості й степеня реактивності, змінюються абсолютні значення втрат. Інтерполяція усередину міжвінцевого зазору до місця проведення траверсування потоку дає збіг розрахункових і експериментальних кривих з високою точністю (рис. 5.8). Як приклад розрахунку ступеня з нециліндричними обрисами проточної частини розглянемо ступінь із $D_{\text{сер}}/\ell = 3,38$ експериментальної повітряної турбіни, що досліджувався в НТУ «ХПІ». Параметри ступеня на середньому радіусі: $i_0^* = 3,77 \cdot 10^5$ Дж/кг, $\rho_0^* = 1,14$ кг/м³, $\omega = 830$ 1/с, $\psi^* = 0,553$ кг/рад.с.

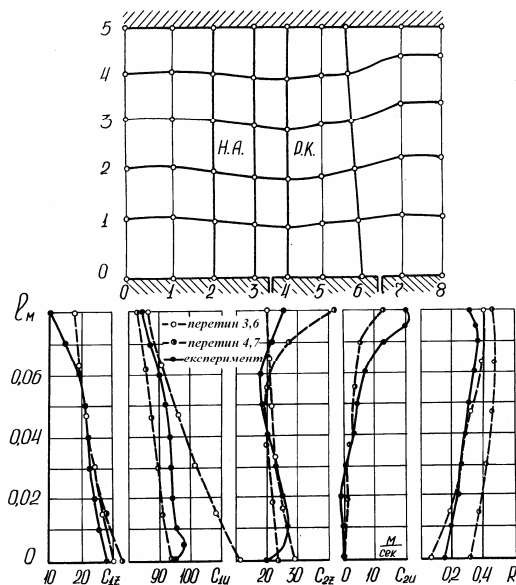


Рис. 5.8. Меридіанний розріз проточної частини з розрахунковими лініями струму й розподіл параметрів потоку в осьових зорах ступеня 42 з вузькою міжвінцевою відстанню

Геометричні характеристики решіток у шести рівномірно віддалених один від одного перетинах за висотою, починаючи з коренів, такі: для напрямного апарата $\alpha_{1\text{ef}} = 19; 18,6; 18,2; 17,7; 17,24; 16,5^\circ$; для робочого колеса: $\beta_{1\Gamma} = 40; 55; 72; 93; 117; 140^\circ$; $\beta_{2\text{ef}} = 19; 18; 17; 15,5; 14,5; 12,5^\circ$. Ступінь розраховувався як за загальною осесиметричною схемою (рис. 5.9), так і за перетинами.

У першому випадку швидкісні коефіцієнти задавалися постійними $\varphi^2 = 0,97$, $\psi^2 = 0,9$, а в другому – визначалися за методикою [41]. У наближеному розрахунку кривизна й нахил ліній струму за ступенем приймалися рівними нулю, у міжвінцевому зазорі розпо-

діл нахилу й кривизни ліній струму приймалися близькими до отриманих за осесиметричним розрахунком.

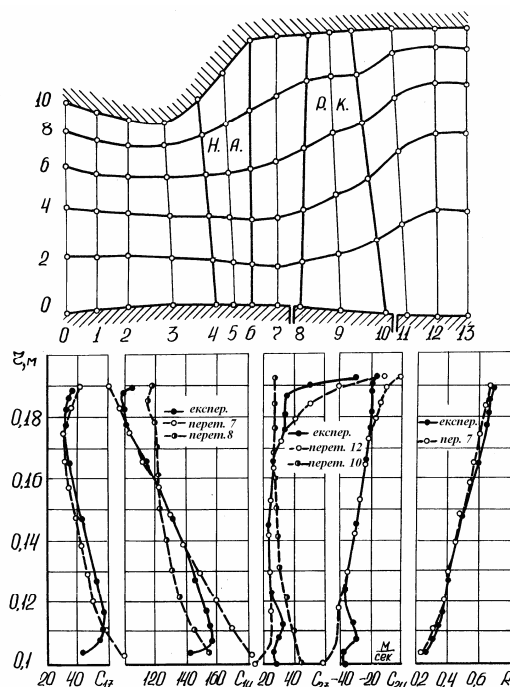


Рис. 5.9. Меридіанний розріз проточної частини з розрахунковими лініями струму й розподіл розрахункових і експериментально отриманих параметрів потоку в осьових зазорах ступеня з $D_{\text{сер}}/\ell=3,38$ і нециліндричними обрисами проточної частини (досліди НТУ «ХП»). Розрахунок проводився в загальній осесиметричній постановці

При таких допущеннях наближений розрахунок добре узгоджується з експериментом і загальним вісесиметричним розрахунком.

Таким чином можна зробити висновок, що прогнозована модель ступеня дає непогану уяву про дійсні процеси, що відбуваються в ньому.

5.6. Оптимізація параметрів осьового турбінного ступеня

Постановка задачі. Математичні моделі ступенів газових і парових турбін, розглянуті вище, дозволяють ставити задачу оптимізації їх геометричних і газодинамічних параметрів. При цьому задача оптимізації рішається використанням прямої задачі розрахунку ступеня. Підставою для цього є такі міркування:

- найбільш природно при оптимізації варіювати геометрією лопаток;
- при уточненні форми ліній струму зручно використовувати добре розроблені методи рішення прямої задачі в загальній вісесиметричній постановці;
- тільки пряма задача дозволяє оптимізувати ступінь із урахуванням роботи на змінному режимі [44, 52].

Для ступеня, що підлягає оптимізації, вважаються заданими:

- розподіл газодинамічних параметрів на вході в ступінь;
- форма меридіанних обводів;
- кількість обертів ротора;
- витрата робочого тіла;
- середньоінтегральний теплоперепад.

У загальному випадку потрібно визначити розподіл у розрахункових перетинах кутів α_1 і β_2 , що забезпечують максимальний коловий ККД ступеня:

$$\eta_U = \int_0^{\psi^*} h_U d\psi \bigg/ \int_0^{\psi^*} h_0 d\psi, \quad (5.94)$$

де

$$h_U = u_1 C_{1U} - u_2 C_{2U}; \quad h_0 = h_U + \Delta h_n + \Delta h_l + C_2^2 / 2.$$

Обмеження на теплоперепад, що визначає протитиск, задається у вигляді, аналогічному (3.91):

$$\int_0^{\psi^*} h_0 d\psi = h_{0\text{сер}} \psi^* . \quad (5.95)$$

На геометричні кути решіток також можуть накладатися обмеження:

$$\alpha_{1\text{max}} \geq \alpha_1 \geq \alpha_{1\text{min}}; \beta_{2\text{max}} \geq \beta_2 \geq \beta_{2\text{min}} . \quad (5.96)$$

Геометричний кут входу на робоче колесо в задачі, що розглядається, будемо приймати рівним куту натікання потоку. Вибір оптимального кута $\beta_{1\Gamma}$ можна здійснити в задачі оптимального профілювання, про що мова буде йти у розд. 7.

Функція мети (5.94) може бути обчислена при відомому розподілі кінематичних параметрів потоку в зазорах, які визначаються шляхом рішення прямої задачі розрахунку ступеня з використанням моделей, викладених у 5.5.

Математично поставлена задача оптимізації ступеня звелася до задачі теорії оптимального керування системами з розподіленими параметрами, що включає інтегральний критерій якості (5.94) і систему обмежень, яка містить:

– систему рівнянь у перетині I (за напрямним апаратом) (5.78) або (5.84);

– систему рівнянь у другому перетині за робочим колесом (5.79) або (5.85);

– ізопериметричну умову (5.95), що забезпечує спрацювання на ступені заданого теплового перепаду;

– обмеження на керуючі змінні (5.96).

Швидкості C_1 і W_2 , а також радіуси r_1 і r_2 є фазовими змінними; незалежна змінна – функція струму ψ виконує функцію часу.

З фізичних міркувань очевидно, що керуючі функції $\alpha_1(\psi)$ й $\beta_2(\psi)$ повинні бути досить гладкими, такими які щонайменше безупинно диференціюють, тобто не мати розривів першого роду й зламів. Закон закручення у функції довжини лопатки потім легко визначається при відомому законі $r(\psi)$.

Слід відзначити, що розглянута в розд. 4 задача оптимізації ступеня в одновимірній постановці є окремим випадком наведеної в цьому розділі задачі оптимізації ступеня з урахуванням просторової течії робочого тіла. Насправді, перехід від двовимірної задачі до одновимірної, використовуючи ряд спрощень і нескладні математичні викладки, приводить до функції мети η_U й обмежень (4.64) – (4.66) або (4.71) – (4.73) з керуючими параметрами α_1 й β_2 .

У процесі оптимізації інтегрування систем звичайних диференціальних рівнянь (5.78), (5.70) або (5.84), (5.85) проводиться при заданих кутах нахилу й кривизні ліній струму перед і за робочим колесом. Потім рішенням загальної осесиметричної задачі, викладеної в 5.4, уточнюються форми меридіанних ліній струму, а значить їхні кути нахилу й кривизна в розрахункових перетинах. За уточненими кутами нахилу й кривизною ліній струму знову проводиться оптимізація параметрів ступеня і т.д. до одержання необхідної точності.

Крім уже розглянутої вище загальної постановки, можна запропонувати цілий ряд більш простих задач оптимізації.

Нехай, наприклад, заданий закон зміни $\alpha_1(\psi)$ або $\beta_2(\psi)$. Тоді оптимізацію можна робити за керуючою функцією $\beta_2(\psi)$, що залишилася, або $\alpha_1(\psi)$ відповідно при збереженні всіх обмежень за-

льної задачі. У цьому випадку фактично не підлягає оптимізації значення кута на середньому радіусі, тому що воно визначається іншим кутом і величиною теплоперепаду, а значить залишається визначити тільки градієнти закону закручення уздовж висоти напрямних і робочих лопаток. У зв'язку з цим може виявитися раціональним, задавши шуканий закон зміни кута α_1 або β_2 у вигляді

$$r^m \operatorname{tg} \beta_2 = r_{\text{cep}}^m \operatorname{tg} \beta_{2\text{cep}} = \text{const},$$

$$r^m \operatorname{tg} \alpha_1 = r_{1\text{cep}}^m \operatorname{tg} \alpha_{1\text{cep}} = \text{const},$$

робити оптимізацію за єдиною змінною m (так звана однопараметрична оптимізація).

Чисельне рішення задачі оптимізації. Ряд особливостей поставленої задачі оптимального керування дозволяє звести її до задачі нелінійного програмування.

Якщо вважати заданою витрату $2\pi\psi^*$, а невідомими закони $\alpha_1(\psi)$ й $\beta_2(\psi)$, то перші члени лівих частин (5.92) стають функціями від α_1 і β_2 . Замінивши функції α_1 й β_2 деяким набором N_1 і N_2 дискретних значень, перейдемо до системи обмежень, що містить тільки трансцендентні рівняння (5.92), у які, крім невідомих кореневих швидкостей $C_{1\text{вн}}$ і $W_{2\text{вн}}$, входять числа A_i ($i = \overline{0, N_1}$) і B_j ($j = \overline{0, N_2}$), що являють собою керуючі змінні.

Обчислення перших членів лівих частин двох останніх рівнянь (5.92) здійснюється шляхом чисельного інтегрування однієї із систем (5.78), (5.79) або (5.84), (5.85), після чого не складно обчислити інтеграли, що входять у формули (5.94) і (5.95), за однією з наближених формул, наприклад, за формулою трапецій.

Таким чином, задача оптимального керування може бути зведена до такої задачі нелінійного програмування:

знайти максимум

$$\tilde{\eta}_U = \frac{\sum_{m=0}^{M-1} h_{Um} \Delta \Psi}{h_{0cp} \Psi^*}, \text{ де } \Delta \Psi = \Psi^* / M; \quad (5.97)$$

при обмеженнях:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_0 &\equiv \sum_{m=0}^{M-1} h_{0m} \Delta \Psi - h_{0-p} \Psi^* = 0, \\ \Delta_1 &\equiv \tilde{r}_{1\Pi} (C_{1ВН}, A_1, A_2, \dots, A_{N_1}) - r_{1\Pi} = 0, \\ \Delta_2 &\equiv \tilde{r}_{2\Pi} (C_{1ВН}, W_{2ВН}, A_1, A_2, \dots, A_{N_1}, \\ &B_1, B_2, \dots, B_{N_2}) - r_{2\Pi} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.98)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{1\max} &\geq A_i \geq \alpha_{1\min} (i = \overline{0, N_1}); \\ \beta_{2\max} &\geq B_j \geq \beta_{2\min} (j = \overline{0, N_2}). \end{aligned} \right\} \quad (5.99)$$

Останні дві групи обмежень відповідають умові (5.96).

З метою підвищення ефективності чисельного рішення доцільно апроксимувати керуючі змінні підходящими функціями, що задовольняють обмеженням (5.96), наприклад,

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha_{1\min} + \exp \left(\sum_{i=0}^{N_1} A_i \Psi^i \right); \\ \tilde{\beta}_2 &= \tilde{\beta}_{2\max} - \exp \left(\sum_{j=0}^{N_2} B_j \Psi^j \right). \end{aligned} \right\} \quad (5.100)$$

Функції вигляду (5.100) охоплюють усі можливі закони закручення лопаток.

Звільнившись від обмежень на задовольняючі змінні у вигляді нерівностей, будемо вирішувати задачу нелінійного програмування

(5.97), (5.98) методом штрафних функцій. Для цього складемо «приєднаний» функціонал вигляду:

$$I^* = \eta_U - \Lambda_0 \Delta_0^2 - \Lambda_1 \Delta_1^2 - \Lambda_2 \Delta_2^2, \quad (5.101)$$

де $\Lambda_0, \Lambda_1, \Lambda_2$ – деякі штрафні коефіцієнти.

Таким чином, задача нелінійного програмування зводиться до знаходження безумовного максимуму штрафної функції (5.101) за змінними $C_{1\text{вн}}, W_{2\text{вн}}, A_i (i = \overline{1, N_1}), B_j (j = \overline{1, N_2})$. Ця задача може бути вирішена, у принципі, будь-яким відомим методом пошуку екстремуму функції багатьох змінних. Нами використовувалися пакети програм, що реалізують методи багатовимірної й одновимірної пошуку (розд. 2, [10]).

Найбільш складним моментом є організація правильної стратегії прийняття штрафних коефіцієнтів. У цьому випадку використовувалася найпростіша процедура послідовної мінімізації (МПБМ), що полягає в прийнятті малих початкових значень штрафів і поступовому їхньому збільшенні до досягнення достатньої точності задоволення обмежень. Для успішного рішення задачі потрібен ретельний експериментальний добір початкових значень штрафів, що пов'язано із сильно вираженим яружним характером штрафної функції. Якщо відразу взяти штрафи надто великими, дуже швидко задовольняються обмеження задачі за рахунок припасування кореневих швидкостей, однак величина кутів не встигає змінюватися й алгоритм застряє в неоптимальній точці. При малих початкових штрафах уповільнюється збіжність ітерацій. Розрахунки показали, що при вдалому доборі штрафних коефіцієнтів потрібно, як правило, 5 – 10 ітерацій методу безумовної оптимізації й до 5 збільшень штрафів, що забезпечує досить високу швидкодію алгоритму.

Був розглянутий також й інший чисельний метод рішення задачі оптимального проектування ступеня, який оснований фактично на

вдосконаленому варіантному розрахунку, аналогічному застосовуваному в роботі [52]. Він також приводить до задачі нелінійного програмування, але в цьому випадку розглядається штрафна функція вигляду

$$I^* = \tilde{\eta}_U - \Lambda_0 \Delta_0^2. \quad (5.102)$$

Передбачається, що для кожного розподілу кутів α_1 і β_2 крайові задачі (5.78), (5.79) або (5.84), (5.85) вирішені і тому відхили Δ_1 й Δ_2 у точності дорівнюють нулю.

Як і в першому випадку, потрібно, як правило, близько 5 збільшень штрафу при 5–10 ітераціях безумовного пошуку, однак, оскільки щоразу проводиться точне рішення крайових задач, час розрахунку збільшується. Досвід розрахунків показав, що при використанні такого чисельного методу яружний характер штрафної функції (5.102) виражений не так сильно, як у першому методі, що іноді дозволяє одержати більш глибокий екстремум.

Описані алгоритми оптимізації можуть застосовуватися й для рішення задач окремої оптимізації, тобто при фіксації одного із законів α_1 або β_2 .

Деякі результати оптимізаційних розрахунків. Як приклад використання розробленої методики оптимізації геометричних і газодинамічних параметрів уздовж радіуса осьового турбінного ступеня можна навести результати теплових розрахунків вихідного, а потім трохи модернізованого останнього ступеня ЦСТ парової турбіни потужністю 800 МВт. Вихідний ступінь мав такі характеристики: витрата $G = 233,4 \text{ кг/з}$; $D_{\text{сер}}/\ell = 4,22$; $D_{\text{сер}} = 1540 \text{ мм}$; $\ell_H = 360 \text{ мм}$; $\ell_A = 365 \text{ мм}$; частота обертання ротора $n = 3000 \text{ об/хв}$; ентальпія на вході в ступінь $i_0^* = 300 \text{ кДж/кг}$; тиск $P_0^* = 0,415 \text{ МПа}$; тиск на виході із ступеня $P_2 = 0,21918 \text{ МПа}$. Розподіл кутів у кореневому, серед-

ньому й зовнішньому радіусах відповідно був: $\alpha_1 = 12,59^\circ; 16^\circ; 19,57^\circ$; $\beta_1 = 22,13; 59,7; 123,19^\circ$; $\tilde{\beta}_2 = 23,03; 20,5; 18,45^\circ$.

Перевірний розрахунок ступеня показав, що ККД вихідного варіанта на обводі колеса $\eta_u = 87,9\%$. Було вирішено без зміни напрямного апарата провести оптимізацію геометрії робочого колеса. Оптимізаційні розрахунки показали доцільність прийняття такого розподілу кутів виходу потоку з робочого колеса $\tilde{\beta}_2 = 28,6^\circ; 21; 15,94^\circ$. При цьому ККД ступеня підвищився на $0,23\%$ і склав $88,13\%$. Збільшення ККД ступеня відбулося за рахунок більш раціонального розподілу потоку в ступені з урахуванням змінного за висотою ККД робочого колеса. Результати розрахунків наведені на рис. 5.10.

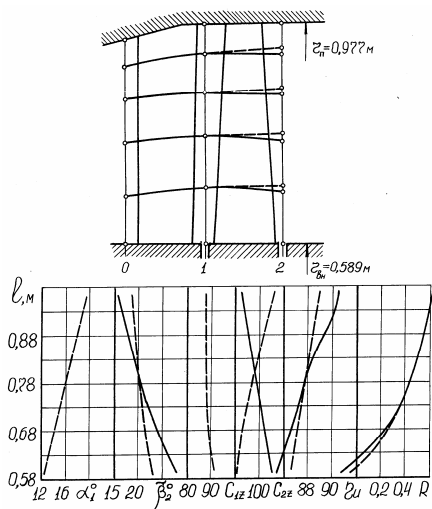


Рис. 5.10. Проточна частина, лінії струму й порівняння параметрів вихідного (---) й оптимізованого (—) ступенів ЦСТ парової турбіни потужністю 800 Мвт при однакових напрямних апаратах

Як наступний приклад можна навести результати оптимізаційних розрахунків останнього ступеня ЦВТ вологопарової турбіни потужністю 200 Мвт. Параметри ступеня такі: витрата $G = 283,23 \text{ кг/сек}$; $D_{\text{сер}}/\ell_{\Lambda} = 5,8$; $D_{\text{сер}} = 1344 \text{ мм}$; $\ell_H = 220 \text{ мм}$; $\ell_{\Lambda} = 232 \text{ мм}$; $D_{\text{вн}} = 1112 \text{ мм}$; частота обертання ротора $n = 3000 \text{ об/хв}$, ентальпія на вході в ступінь $i_0^* = 2560 \text{ кДж/кг}$, тиск $P_0^* = 0,91 \text{ МПа}$; швидкість, еквівалентна теоретичному тепловому перепаду на ступінь на середньому радіусі $C_{\phi} = 380 \text{ м/с}$. Оптимізаційні розрахунки показали, що в цьому випадку оптимальним є невелике «зворотне» закручення напрямного апарата: $\alpha_{\text{лвн}} = 15,12^\circ$; $\alpha_{\text{лсер}} = 14,7^\circ$; $\alpha_{\text{лн}} = 14^\circ$, а також такі значення $\tilde{\beta}_2$ на виході з робочого колеса: $\tilde{\beta}_{2\text{вн}} = 24,53^\circ$; $\tilde{\beta}_{2\text{сер}} = 20^\circ$; $\tilde{\beta}_{2\text{н}} = 16,5^\circ$. ККД ступеня при цьому дорівнює 88 %.

Розподіл оптимальних параметрів ступеня показано на рис. 5.11.

Наступне розрахункове дослідження було проведено для ступеня, який згодом був експериментально досліджений на повітрі. Ступінь мав циліндричні обриси границь проточної частини, постійне за радіусом для напрямного апарата значення відносного кроку $\bar{t} = t/b$, $D_{\text{сер}}/\ell = 2,6$, $D_{\text{сер}} = 274 \text{ мм}$, $\ell_H = 106 \text{ мм}$, $\ell_{\Lambda} = 104,7 \text{ мм}$. Початковий, кінцевий тиск і початкова температура відповідно рівні: $P_0^* = 0,127 \text{ МПа}$, $P_2 = 0,10316 \text{ МПа}$, $T_0^* = 373 \text{ К}$, витрата через ступінь $G = 5,15 \text{ кг/с}$.

Циліндричність меридіальних обводів, сталість відносного кроку \bar{t} за висотою напрямного апарата, рівномірний розподіл за радіусом осьової складової швидкості за ступенем C_{2Z} (продиктовані бажанням одержати мінімально можливу втрату з вихідною швидкі-

винні набагато перевищувати втрати в решітках при конфузорній течії.

Однак слід підкреслити, що цей висновок був отриманий у припущенні ідеальних умов натікання потоку на вході в ступінь, високих значень ККД напрямних апаратів (порядку 0,96) і відсутності підсмоктування в корені ступеня. Врахування реальних умов при роботі ступеня в групі, безумовно, вплине на результати оптимізаційних розрахунків.

Запитання для самоперевірки

1. Які фактори повинна брати до уваги модель оптимізації турбінного ступеня, що враховує зміну геометричних і газодинамічних параметрів уздовж довжини лопаток?
2. Наведіть систему рівнянь, що описує вісесиметричну течію стисливої рідини, що встановилася.
3. Складіть рівняння прямої осесиметричної задачі ступеня газової турбіни в напівфіксованій системі координат.
4. Сформулюйте математичну модель вісесиметричної течії в ступені парової турбіни.
5. Опишіть тип, постановку й граничні умови задачі розрахунку вісесиметричних течій стисливої рідини в проточній частині осьових турбін у загальній постановці. Розкажіть, як здійснюється чисельна реалізація методу розрахунку.
6. Поясніть постановку задачі теплового розрахунку газового й парового осьового турбінного ступеня за перетинами у зазорах, методи й чисельну реалізацію її рішення.
7. На яких міркуваннях ґрунтується використання прямої задачі розрахунку при оптимізації параметрів осьового турбінного ступеня.
8. Розкажіть про етапи чисельної реалізації задачі оптимізації параметрів уздовж довжини лопаток осьового турбінного ступеня.

РОЗДІЛ 6. ВПЛИВ ПРОТІКАННЯ НА ОПТИМАЛЬНІ ЗАКОНИ ЗАКРУЧЕННЯ ВІНЦІВ ОСЬОВИХ ТУРБІННИХ СТУПЕНІВ

Істотний вплив на ККД ступеня має протікання робочого тіла через ущільнення зазорів і розвантажувальні отвори. Залежність величини протікання (і пов'язані з ним втрати) від параметрів біля обмежуючих поверхонь ступеня може суттєво вплинути на розподіл оптимальних параметрів уздовж радіуса ступеня, а значить і на просторову структуру потоку в ньому. Останнє у свою чергу визначається формою й законом закручення лопаток напрямних і робочих коліс.

Розробка алгоритмів оптимізації законів закручення вінців осьових турбінних ступенів потребує створення прийнятних, з погляду витрат машинного часу, методів розрахунку величини протікання і втрат від нього, що дозволяють спільну реалізацію з методикою просторового розрахунку параметрів потоку в ступені.

6.1. Розрахунок величини протікання і втрат від нього в осьовому турбінному ступені

Втрати, пов'язані з наявністю перетікання через ущільнення й розвантажувальні отвори, звичайно, як правило, оцінюються шляхом зменшення ККД ступеня на відсоток витрати протікання [46, 57, 41,]. При визначенні величини протікання можливі значні похибки через складну залежність коефіцієнтів витрати від граничних умов, впливу насосного ефекту диска, ежекції основного потоку й ін. Це потребує розробки досить докладних методів розрахунку витоків через щільні ущільнення. Крім зміни витрати робочого тіла, протікання пов'язане з додатковими втратами (від перерозподілу теплоперепадів між вінцями, зміни кута натікання, збільшення нестачі-

нальності потоку й ін.), врахування яких дозволяє одержати добрий збіг результатів розрахунку з експериментом.

Методика, що викладається нижче, основана на використанні елементів нелінійного програмування, створена для задачі оптимізації осьового турбінного ступеня й орієнтована на спільне використання із програмою просторового розрахунку ступеня. Методика дозволяє, як буде показано нижче, при невеликих витратах машинного часу одержувати добрий збіг розрахункових та експериментально отриманих величин протікання і втрат від нього.

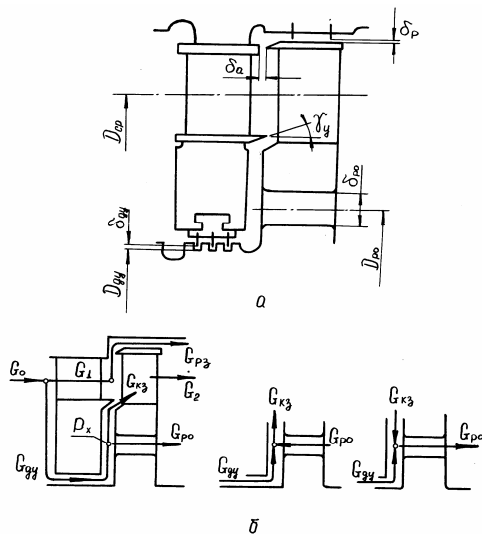


Рис. 6.1. Геометрія ступеня діафрагмової конструкції (а) і можливі картини перетікання у ньому (б)

В осьовому турбінному ступені діафрагмової конструкції (рис. 6.1, а) можливі різні картини перетікання (рис. 6.1, б). Увівши позитивні напрямки перетікання відповідно до цього рисунка, запишемо рівняння балансу витрат у контрольних перетинах

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= G_0 - G_{\text{ду}}; \\ G_{\text{ду}} &= G_{\text{ро}} + G_{\text{кз}}; \\ G_2 &= G_0 - G_{\text{ду}} - G_{\text{рз}} + G_{\text{кз}}. \end{aligned} \right\} \quad (6.1)$$

Величина витрат через діафрагмове ущільнення $G_{\text{ду}}$, розвантажувальні отвори $G_{\text{ро}}$, кореневий і радіальні зазори ($G_{\text{кз}}$ і $G_{\text{рз}}$) визначаються за формулою

$$G_{\text{ут}} = \varphi F_{\text{з}} \rho C_T,$$

де $F_{\text{з}}$ – площа зазору; C_T – швидкість, еквівалентна ізоентропійному перепаду; φ – коефіцієнт швидкості, пов'язаний з коефіцієнтом витрати залежністю $\varphi \rho = \mu \rho_T$.

Для діафрагмового ущільнення

$$\mu = \mu_{\text{д.у}} / \sqrt{z_{\text{д.у}}},$$

де $z_{\text{д.у}}$ – кількість зазорів (гребенів) ущільнення.

Процес витікання описується рівнянням (3.9) або системою із двох рівнянь (3.7) і (3.8) при заданих загальмованих значеннях тиску й ентальпії перед ущільненням, а також тиску за ним

$$\left. \begin{aligned} (1 - \varphi^2) i^* - i + \varphi^2 i_T &= 0; \\ S(P^*, i^*) - S(P, i_T) &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Невідомий тиск у камері диска P_x визначається із другого рівняння системи (6.1):

$$\Delta = G_{\text{ду}} - G_{\text{ро}} - G_{\text{кз}} = 0, \quad \Delta(P_x) = 0 \quad (6.2)$$

чисельно, шляхом пошуку одним з методів нелінійного програмування кореня в інтервалі $\min(P_{1\text{вн}}, P_{2\text{вн}}) \leq P_x \leq P_0$. Питома ентальпія в камері диска i_x^* при змішуванні потоків з різною величиною питомої ентальпії визначається з балансу енергій.

Розрахункові формули й послідовність розрахунку для різних напрямків протікання наведені в табл. 6.1.

Площі розвантажувальних отворів і зазорів визначаються за формулами [57]

$$F_{\text{ро}} = 0,25\pi d_{\text{ро}}^2 z_{\text{ро}}; \quad F_{\text{ду}} = \pi D_{\text{ду}} \delta_{\text{ду}}; \\ F_{\text{кз}} = \pi D_{\text{кз}} \delta_{\text{кз}}; \quad F_{\text{рз}} = \pi D_n \delta_{\text{р}},$$

де $z_{\text{ро}}$ – кількість розвантажувальних отворів; $d_{\text{ро}}$ – діаметр розвантажувального отвору; $\delta_{\text{ду}}$, $\delta_{\text{кз}}$, $\delta_{\text{р}}$ – величина зазорів; $D_{\text{ду}}$, $D_{\text{кз}}$, D_n – діаметри ущільнень.

При організованому підсмоктуванні $\delta_{\text{кз}}$ визначається відповідно до рекомендацій [58].

Таблиця 6.1

Розрахункові формули для визначення протікання в осьовому турбінному ступені

$P_{2\text{BH}} < P_x < P_{1\text{BH}}$ 	$P_{2\text{BH}} < P_{1\text{BH}} < P_x$ $P_{1\text{BH}} < P_{2\text{BH}} < P_x$ 	$P_{1\text{BH}} < P_x < P_{2\text{BH}}$
$S(P_0^*, i_0^*) = S(P_x, i_{\text{ДУ}}, T),$ $i_{\text{ДУ}} = i_0^* - (i_0^* - i_{\text{ДУ}}, T) \varphi_{\text{ДУ}}^2;$		
$\varphi_{\text{ДУ}} = \frac{\rho(P_x, i_{\text{ДУ}}, T) \mu_{\text{ДУ}}}{\rho(P_x, i_{\text{ДУ}}) \sqrt{Z_{\text{ДУ}}}};$ $G_{\text{ДУ}} = F_{\text{ДУ}} \rho(P_x, i_{\text{ДУ}}) \sqrt{2(i_0^* - i_{\text{ДУ}})}$		
$i_x^* = i_{\text{ДУ}}^* = i_{\text{КЗ}}^* = i_0^*$	$i_x^* = i_{\text{ДУ}}^* = i^*$	$i_{\text{ДУ}}^* = i_0^*; i_{\text{рo}}^* = i_{2\text{BH}}^*$
$S(P_{1\text{BH}}^*, i_0^*) = S(P_x, i_{\text{КЗ}}, T)$	$S(P_x, i_x^*) = S(P_{1\text{BH}}^*, i_{\text{КЗ}}, T)$	$S(P_{2\text{BH}}^*, i_{2\text{BH}}^*) = S(P_x, i_{\text{рo}}, T)$
$\varphi_{\text{КЗ}} = \mu_{\text{КЗ}} \rho(P_x, i_{\text{КЗ}}, T) / \rho(P_x, i_{\text{КЗ}})$	$\varphi_{\text{КЗ}} = \mu_{\text{КЗ}} \rho(P_{1\text{BH}}^*, i_{\text{КЗ}}, T) / \rho(P_{1\text{BH}}^*, i_{\text{КЗ}})$	$\varphi_{\text{рo}} = \mu_{\text{рo}} \rho(P_x, i_{\text{рo}}, T) / \rho(P_x, i_{\text{рo}})$
$i_{\text{КЗ}} = i_0^* - (i_0^* - i_{\text{КЗ}}, T) \varphi_{\text{КЗ}}^2$		$i_{\text{рo}} = i_{2\text{BH}}^* - (i_{2\text{BH}}^* - i_{\text{рo}}, T) \varphi_{\text{рo}}^2$
$G_{\text{КЗ}} = -F_{\text{КЗ}} \rho(P_x, i_{\text{КЗ}}) \sqrt{2(i_0^* - i_{\text{КЗ}})}$	$G_{\text{рo}} = -F_{\text{рo}} \rho(P_x, i_{\text{рo}}) \sqrt{2(i_{2\text{BH}}^* - i_{\text{рo}})}$	

Продолжения табл. 6.1

	$i_x^* = \frac{G_{\text{дв}} i_{\text{дв}}^* - G_{\text{ро}} i_{\text{ро}}^*}{G_{\text{дв}} - G_{\text{ро}}}$
$S(P_x, i_x^*) = S(P_{2\text{вн}}, i_{\text{ро}, T})$	$S(P_x, i_x^*) = S(P_{1\text{вн}}, i_{\text{кз}, T})$
$\Phi_{\text{ро}} = \mu_{\text{ро}} \rho(P_{2\text{вн}}, i_{\text{ро}, T}) / \rho(P_{2\text{вн}}, i_{\text{ро}})$	$\Phi_{\text{кз}} = \mu_{\text{кз}} \rho(P_{1\text{вн}}, i_{\text{кз}, T}) / \rho(P_{1\text{вн}}, i_{\text{кз}})$
$i_{\text{ро}} = i_x^* - (i_x^* - i_{\text{ро}, T}) \Phi_{\text{ро}}^2$	$i_{\text{кз}} = i_x^* - (i_x^* - i_{\text{кз}, T}) \Phi_{\text{кз}}^2$
$G_{\text{ро}} = F_{\text{ро}} \rho(P_{2\text{вн}}, i_{\text{ро}}) \sqrt{2(i_x^* - i_{\text{ро}})}$	$G_{\text{кз}} = F_{\text{кз}} \rho(P_{1\text{вн}}, i_{\text{кз}}) \sqrt{2(i_x^* - i_{\text{кз}})}$
	$S(P_{1\text{н}}, i_0^*) = S(P_{2\text{н}}, i_{\text{рз}, T})$
	$\Phi_{\text{рз}} = \mu_{\text{рз}} \rho(P_{2\text{н}}, i_{\text{рз}, T}) / \rho(P_{2\text{н}}, i_{\text{рз}}); i_{\text{рз}} = i_0^* - (i_0^* - i_{\text{рз}, T}) \Phi_{\text{рз}}^2$
	$G_{\text{рз}} = F_{\text{рз}} \rho(P_{2\text{н}}, i_{\text{рз}}) \sqrt{2(i_x^* - i_{\text{рз}})}$
	$\Delta h_{\text{дв}} = i_0^* - i_{\text{дв}, T}$
$\Delta h_{\text{ро}} = i_0^* - i_{\text{ро}, T}$	$\Delta h_{\text{ро}} = i_{2\text{вн}}^* - i_{\text{ро}, T}$
$\Delta h_{\text{кз}} = i_0^* - i_{\text{дв}, T}$	$\Delta h_{\text{кз}} = i_{\text{кз}} - i_{\text{кз}, T}$

Розрахункова величина протікання у значній мірі визначається значеннями коефіцієнтів витрати, які в першому наближенні можна прийняти рівними [45]:

$\mu_{\partial y} = 0,75 \dots 0,8$ – коефіцієнт витрати через діафрагмові ущільнення;

$\mu_{pz} = \delta_{\text{екв}} / \delta$ – коефіцієнт витрати через радіальний зазор, де

$$\delta_{\text{екв}} = \left[(\mu_a \delta_a)^{-2} + z_{pz} (\mu_{\partial y} \delta_p)^{-2} \right]^{-\frac{1}{2}};$$

z_{pz} – число радіальних зазорів;

$\mu_a = 0,5$ – коефіцієнт витрати відкритого осьового зазору;

$\mu_{po} = 0,4$ – коефіцієнт витрати через розвантажувальні отвори;

$\mu_{kz} = 0,3$ – коефіцієнт витрати через кореневе ущільнення.

Коефіцієнти масообміну [38] від протікання визначаємо таким способом:

$$\begin{aligned} \mu_{1yt} &= G_0 / G_1 = 1 + G_{\partial y} / G_1, \\ \mu_{2yt} &= G_0 / G_2 = 1 + G_{\partial y} / G_2 + G_{pz} / G_2 - G_{kz} / G_2. \end{aligned}$$

У випадку течії вологої пари з випаданням вологи загальний коефіцієнт масообміну вінця обчислюються за формулою

$$\mu_i = \mu_{iyt} \psi_{pi}, \quad (i = 1, 2), \quad (6.3)$$

де ψ_p – коефіцієнт витрати, що знаходиться, як правило, у функції степеня вологості й відношення тисків [46].

Крім втрат в ущільненнях, зазначених у табл. 6.1, протікання впливає на економічність ступеня внаслідок зміни витрати через вінці, осьової складової швидкості на периферії й біля кореня робочого колеса, величини й градієнта колового моменту кількості руху й ентальпії, загальмованої у відносному русі, біля кореня ступеня. Для визначення цих величин використовується рівняння збереження моменту кількості руху й нерозривності. При підсмоктуванні в корені враховується втрата кінетичної енергії радіальної складової швидкості підсмоктуваного струменя й втрата від змішування основного потоку з підсмоктуваним струменем.

Названі фактори приводять до зміни ступеня реактивності й нерозрахованого натікання на робоче колесо, що є причиною додаткових втрат, врахування яких проводиться в розглянутому алгоритмі.

Наявний теплоперепад ступеня розраховується як сума інтегральних гідравлічних втрат у вінцях, корисної роботи, втрат з вихідною швидкістю й добавок, що враховують втрати від протікання:

$$H_0 = N + \Delta H_n + \Delta H_l + \Delta H_{\text{вих}} + \Delta h_{\text{cy}} G_{\text{cy}} + \Delta h_{\text{pз}} |G_{\text{pз}}| + \Delta h_{\text{po}} |G_{\text{pз}}| + \\ + [\Delta h_{\text{кз}} + \frac{1}{2} (C_{\text{кз}} \sin \gamma_y)^2] |G_{\text{кз}}| + \Delta H_{\text{см}}, \quad (6.4)$$

де

$$N = \int_0^{G_2} h_u dG_2 = \int_0^{G_2} (u_1 C_{1u} - u_2 C_{2u}) dG_2;$$

$$\Delta H_{\text{см}} = \Delta h_{\text{см}} \Delta G_1;$$

$$\Delta H_{\text{н}} = \int_0^{G_1} \Delta h_{\text{н}} dG_1 = \int_0^{G_1} \frac{1-\varphi^2}{\varphi^2} \frac{C_1^2}{2} dG_1; \quad (6.5)$$

$$\Delta H_{\text{л}} = \int_0^{G_2} \Delta h_{\text{л}} dG_2 = \int_0^{G_2} \frac{1-\psi^2}{\psi^2} \frac{W_2^2}{2} dG_2; \quad (6.6)$$

$$\Delta H_{\text{вих}} = \int_0^{G_2} \Delta h_{\text{вих}} dG_2 = \int_0^{G_2} \frac{C_2^2}{2} dG_2. \quad (6.7)$$

Коефіцієнти швидкості визначаються за раніше викладеним алгоритмом. Оскільки величина протікання залежить від параметрів потоку біля обмежуючих поверхонь, апробація описаної методики розрахунку втрат від протікання проводилася разом з алгоритмом розрахунку просторового потоку шляхом розрахунку ряду ступенів, випробуваних як автором, так й іншими дослідниками на кафедрі турбінобудування НТУ «ХП» [3] при різних величинах радіального, відкритого осевого зазорів і наявності підсмоктування біля кореня.

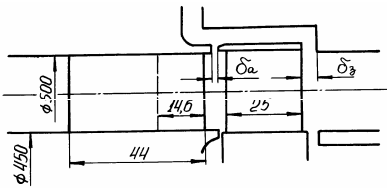


Рис. 6.2. Проточна частина ступенів з $D_{\text{сер}}/\ell = 19$. Досліди НТУ «ХП»

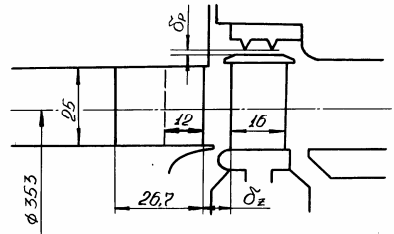


Рис. 6.3. Проточна частина ступенів з $D_{\text{сер}}/\ell = 14, 12$. Досліди НТУ «ХП»

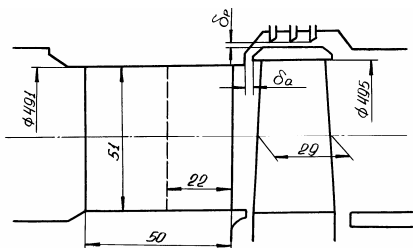


Рис. 6.4. Проточна частина ступенів з $D_{\text{сер}}/\ell = 8,3$. Досліди НТУ «ХП»

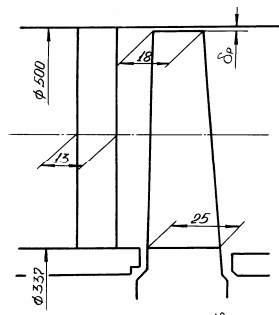


Рис. 6.5. Проточна частина ступенів з $D_{\text{сер}}/\ell = 5$. Досліди НТУ «ХП»

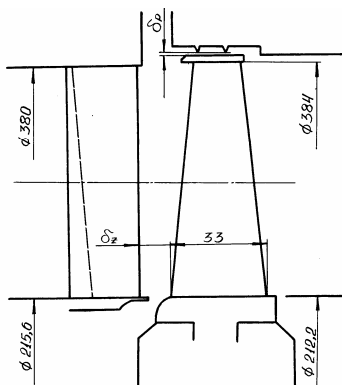


Рис. 6.6. Проточна частина ступеня I з $D_{\text{сер}}/\ell = 3,6$. Досліди НТУ «ХП»

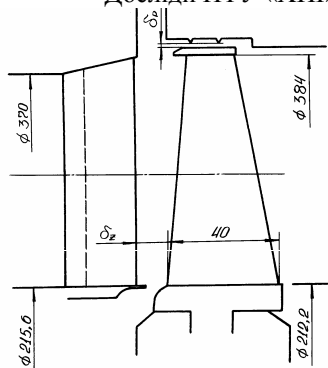


Рис. 6.7. Проточна частина ступеня II з $D_{\text{сер}}/\ell = 3,7$. Досліди НТУ «ХП»

Втулкове відношення $D_{\text{сер}}/\ell$ досліджуваних ступенів змінювалося в діапазоні від 19 до 3,2, тобто практично перекриваючи увесь діапазон відношення $D_{\text{сер}}/\ell$, застосовуваний у турбобудуванні (табл. 6.2). Меридіанні обриси розглянутих ступенів наведені на рис. 6.2 – 6.8, 8.18.

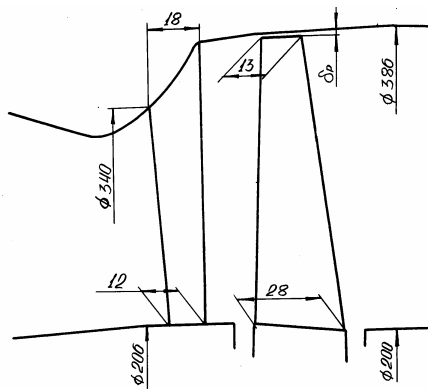


Рис. 6.8. Проточна частина ступеня 33 з $D_{\text{сер}}/\ell = 3,2$. Досліди НТУ «ХП»

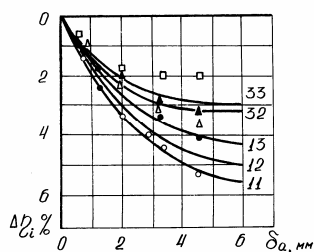


Рис. 6.9. Залежність внутрішнього ККД ступенів з $D_{\text{сер}}/\ell = 19$ (досліди НТУ «ХП») від величини відкритого осьового зазору δ_a при $\delta_z = 2,5$ мм: — розрахунок; експериментальні точки для ступеня: о – 11; • – 12; Δ – 13; \blacktriangle – 32; \square – 33

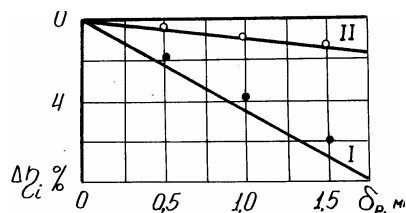


Рис. 6.10. Залежності внутрішнього ККД ступенів I і II з $D_{\text{сер}}/\ell = 14,12$ (досліди НТУ «ХП») від величини радіального зазору при $\delta_z = 9,7$ мм: — розрахунок; о, • – експеримент

На рис. 6.9 наведені дані про зміну ККД залежно від величини осьового зазору для ступенів з $D_{\text{сер}}/\ell = 19$ (досліди НТУ «ХП») і різним рівнем та градієнтом ступеня реактивності. Радіальний зазор

у цих ступенях імітувався заднім відкритим осьовим зазором δ_3 .
Добрий збіг даних розрахунку й експерименту щодо впливу величин відкритого осьового й радіального зазорів на ККД спостерігається для ступенів з $D_{\text{сер}}/\ell = 14,1, 8,3, 3,6$ (досліди НТУ «ХПІ») з різним рівнем ступеня реактивності на середньому радіусі й на периферії (рис. 6.10 – 6.12).

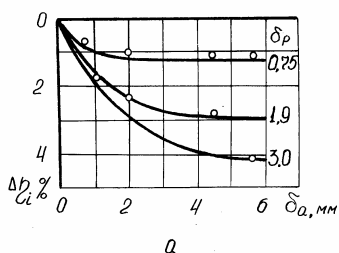


Рис. 6.11. Порівняння розрахункових (—) та експериментальних (о) залежностей внутрішнього ККД ступенів із $D_{\text{сер}}/\ell = 8,3$ (досліди НТУ «ХПІ») від величин відкритого осьового й радіального зазорів: а – ступінь М1; б – ступінь РЗ

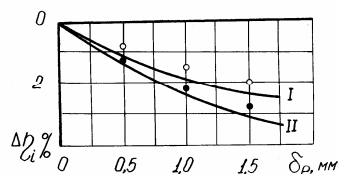


Рис. 6.12. Залежність внутрішнього ККД ступенів І і ІІ з $D_{\text{сер}}/\ell = 3,6$ від величини радіального зазору при відсутності підсмоктування: — – розрахунок; о, • – експеримент (досліди НТУ «ХПІ».)

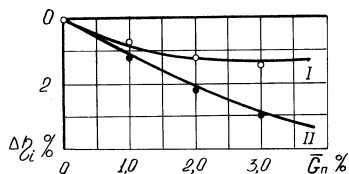


Рис. 6.13. Залежності внутрішнього ККД ступенів І і ІІ з $D_{\text{сер}}/\ell = 14,12$ від відносної витрати підсмоктування при $\delta_2 = 9,7$ мм, $\delta_p = 0,5$ мм, $\delta_{\text{кз}} = 0,5$ мм: — – розрахунок; о, • – експеримент (досліди НТУ «ХПІ».)

Для цих же ступенів було проведене порівняння розрахункових та експериментальних даних щодо впливу підсмоктування на їхню економічність (рис. 6.13, 6.14).

Отримано також задовільну відповідність даних розрахунку й експерименту щодо впливу протікання біля ступеня на степінь реактивності (рис. 6.15 – 6.18).

Таблиця 6.2

Параметри експериментально й розрахунково досліджених ступенів

Шифр ступенів	$D_{\text{сер}}/\ell$	$\omega, \text{с}^{-1}$	$G, \text{кг/с}$	$P^*_{0,} \text{кПа}$	$i^*, \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$	$P_2 \text{кПа}$	$\alpha_{\text{сер}}, \text{град}$	$\bar{\beta}_{2\text{сер}}, \text{град}$	$R_{\text{сер}}$
11, 21, 31,	19	270	0,93	110	330	100	11,5	15,0	0,16
12, 22, 32	19	270	0,97	110	330	100	11,5	18,0	0,08
13, 23, 33	19	270	1,0	110	330	100	11,5	21,0	0,02
I	14,1	784	1,63	146	380	100	13	21,0	0,22
II	14,1	845	1,95	167	375	102	12,1	23,8	-0,01
M1	8,3	379	2,26	112	330	100	13,5	19,7	0,25
P3	8,3	337	2,42	112	330	100	13,2	25,0	0,03
32	5,13	314	2,7	115	353	108	14	20,0	0,3
I	3,6	785	4,55	117	374	100	23,9	30,2	0,3
II	3,6	785	4,55	130	374	100	17,5	27,0	0,2
33	3,2	830	3,48	122,5	373	100	17,9	16,3	0,5
I, IA	2,6	1032	5,15	127	374	103	20,5	24,5	0,46
II	2,6	1093	5,15	127	374	103	24	23,5	0,54

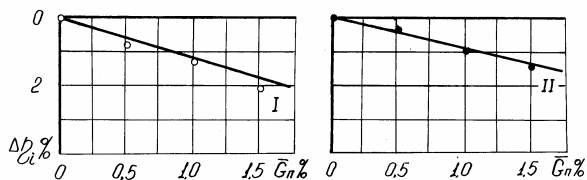


Рис. 6.14. Залежності внутрішнього ККД ступенів з $D_{\text{сер}}/\ell = 3,6$ від відносної витрати підсмоктування при $\delta_p = 0,5$ мм: — — розрахунок; о, • — експеримент (досліди НТУ «ХП»)

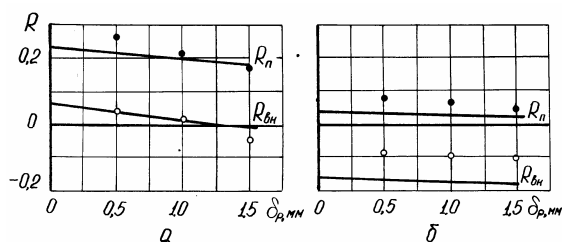


Рис. 6.15. Залежності степеня реактивності ступенів I (а) і II (б) з $D_{\text{сер}}/\ell = 14,12$ від величини радіального зазору при відсутності підсмоктування: — — розрахунок; о, • — експеримент (досліди НТУ «ХП»)

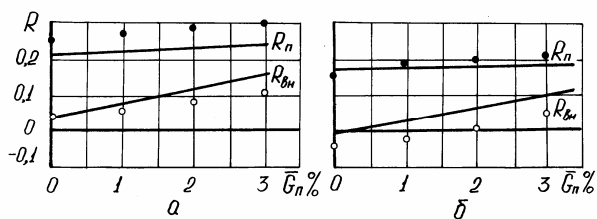


Рис. 6.16. Залежності степеня реактивності ступеня I з $D_{\text{сер}}/\ell = 14,1$ від відносної витрати підсмоктування при різних радіальних зазорах:
 $a - \delta_p = 0,5$ мм; $б - \delta_p = 1,5$ мм
 — — розрахунок; о, • — експеримент (досліди НТУ «ХП»)

Збіг даних розрахунку й експерименту дозволяє зробити висновок про правомочність розробленої методики й алгоритму розрахунку протікання і втрат від них в осьовому турбінному ступені, що у свою чергу дозволило поставити задачу оптимізації ступенів з урахуванням перетікання робочого тіла в проточній частині.

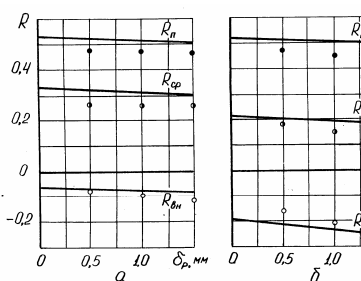


Рис. 6.17. Залежності ступеня реактивності ступенів I (а) і II

(б) з $D_{\text{сер}}/\ell = 3,6$ від

величини радіального зазору при відсутності підсмоктування:

— — розрахунок; о, ●, • — експеримент (досліди НТУ «ХПІ»)

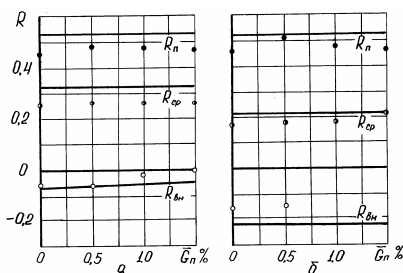


Рис. 6.18. Залежності ступеня реактивності ступенів I (а) і II (б) з $D_{\text{сер}}/\ell = 3,6$ від

величини підсмоктування $\delta_p = 0,5$ мм: —

— розрахунок; о, ●, • — експеримент (досліди НТУ «ХПІ»)

6.2. Спрощений метод визначення нахилу й кривизни ліній струму уздовж радіуса в перетинах перед і за робочим колесом

Розрахунок протікання необхідно вести разом із просторовим розрахунком ступеня, за результатами якого визначаються параметри за висотою в розрахункових перетинах, у тому числі й на меридіанних границях проточної частини. Пропускна здатність ступеня залежить від величини зазорів (або перетікання), у зв'язку з чим розрахунок основного потоку проводиться з уточненням витрати при

фіксованих початкових параметрах і протитиску на середньому радіусі, або з уточненням протитиску при фіксованих початкових параметрах і витраті. Необхідність багаторазових просторових розрахунків параметрів ступеня (у задачі оптимізації кількість прямих просторових розрахунків збільшується в багато разів) вимагає створення менш трудомісткої, але такої, що добре відбиває дійсну картину течії, методики просторового розрахунку ступеня. Суть цієї методики полягає в розрахунку ступеня за зазорами, описаними в розд. 5, доповненому алгоритмом уточнення нахилу й кривизни ліній струму в розрахункових перетинах (рис. 6.19).

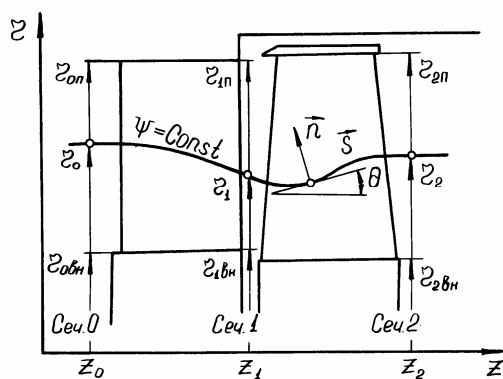


Рис. 6.19. Меридіанна проекція осьового турбінного ступеня. Позначення використовуються при розрахунку ступеня за спрощеною методикою

При розрахунку ступеня з урахуванням протікання рівняння нерозривності зручно брати у вигляді [38]

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = \mu r W_s \cos \theta, \quad (6.8)$$

де μ – коефіцієнт масообміну (6.3), що дозволяє врахувати зміну кількості рідини, що проходить через вінці, і в той же час вирішувати систему звичайних диференціальних рівнянь у перетинах перед і за робочим колесом як би з постійною витратою.

Як було показано в розд. 5, розрахунок просторового потоку в ступені при відомій у деякому наближенні формі ліній струму зводиться до розв'язання в перетинах $z_1 = \text{const}$ і $z_2 = \text{const}$ (рис. 6.19) системи звичайних диференціальних рівнянь (5.84) і (5.85), у яких як незалежна змінна взята функція струму ψ . Таким чином, рівняння, що описують течію в осьових зазорах, представляються у вигляді:

– у перетині за напрямним апаратом

$$\begin{aligned} dr_1/d\psi &= f_{11}(\psi, r_1, C_1), \quad dC_1/d\psi = f_{12}(\psi, r_1, C_1), \\ r_1(0) &= r_{1\text{вн}}, \quad r_1(\psi^*) = r_{1\text{н}}; \end{aligned} \quad (6.9)$$

– у перетині за робочим колесом

$$\begin{aligned} dr_2/d\psi &= f_{21}(\psi, r_1, C_1, r_2, W_2), \\ dW_2/d\psi &= f_{22}(\psi, r_1, C_1, r_2, W_2), \\ r_2(0) &= r_{2\text{вн}}, \quad r_2(\psi^*) = r_{2\text{н}}. \end{aligned} \quad (6.10)$$

Як вказувалося в розд. 5, рішення крайових задач (6.9), (6.10) при заданій витраті зводиться до незалежного знаходження коренів двох трансцендентних рівнянь (5.88) відносно кореневих швидкостей $C_{1\text{вн}}$, $W_{2\text{вн}}$.

При заданому протитиску до обумовлених величин додається витрата ψ^* й задача зводиться до рішення системи трьох рівнянь. Як третє рівняння додається обмеження на тепловий перепад ступеня (5.91), яке можна символічно записати у вигляді:

$$h(C_{1\text{ВН}}, W_{2\text{ВН}}, \psi^*) - h_0 = 0.$$

Системи рівнянь вирішуються з використанням методів нелінійного програмування.

Наближений спосіб уточнення форми меридіанних ліній струму за їхніми координатами у трьох розрахункових перетинах полягає в побудові інтерполяційного кубічного сплайна при заданих нахилах на границях проточної частини [59]. З метою прискорення збіжності кривизна лінії струму уточнюється з використанням нижньої релаксації. Досвід розрахунків показав, що інтерполяційний процес збігається з достатньою точністю за 3...5 наближень.

Уточнення витрат через вінці здійснюється паралельно з побудовою ліній струму. Розроблений універсальний алгоритм, що дозволяє вирішувати пряму задачу просторового розрахунку ступеня за зазорами у різних постановках, із заданими або, що уточнюються в процесі розрахунку, лініями струму, коефіцієнтами швидкості й витрати вінців, при різних способах задання кутів за висотою проточної частини, для ідеального газу або водяної пари. Алгоритм перевірявся шляхом порівняння результатів розрахунку з точними рішеннями, а також з експериментальними даними, отриманими для великої кількості ступенів повітряних турбін на кафедрі турбінобудування НТУ «ХПІ» (рис. 6.2 – 6.8, табл. 6.2). Результати розрахунків та експериментів ілюструють рис. 6.20 – 6.28.

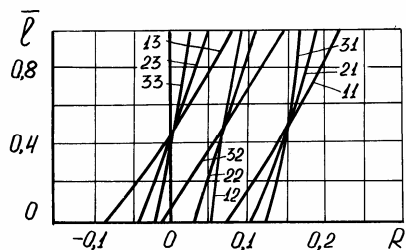


Рис. 6.20. Розрахунковий розподіл степеня реактивності в серії ступенів з $D_{\text{сер}}/\ell = 19$ (досліди НТУ «ХП»)

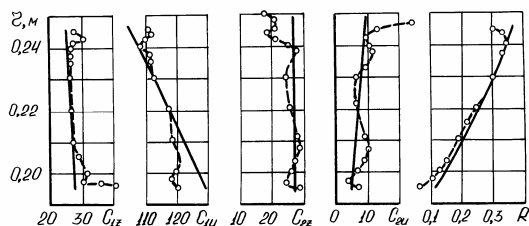


Рис. 6.21. Розрахунковий (—) та експериментальний (---o---) розподіл параметрів у зазорах ступеня М1 з $D_{\text{сер}}/\ell = 8,3$ (досліди НТУ «ХП»)

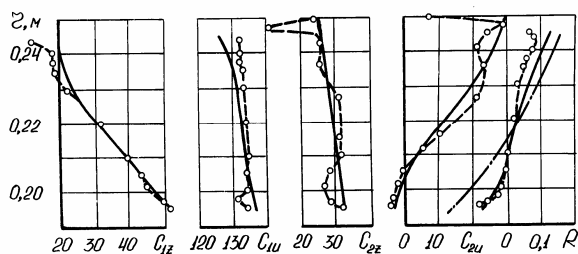


Рис. 6.22. Розрахунковий (—) та експериментальний (---o---) розподіл параметрів у зазорах ступеня Р3 (табл. 6.2) з $D_{\text{сер}}/\ell = 8,3$ (досліди НТУ «ХП»); — · — — розрахунок за циліндричною теорією

Слід констатувати добрий збіг з експериментом результатів розрахунків для ступенів з різним втулковим відношенням меридіанних обводів, що відрізняються формою, законами закручення лопаток і рівнем ступеня реактивності на середньому радіусі. Найбільші складності для розрахунку представляють ступені з різким розкриттям проточної частини (рис. 6.8, 6.28), а також циліндричні ступені зі зворотним закрученням напрямного апарата (рис. 6.20, 6.22 – 6.24).

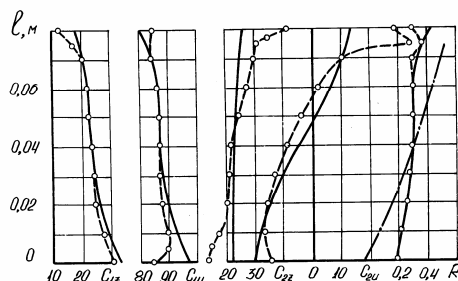


Рис. 6.23. Розрахунковий (—) та експериментальний (---о---) розподіл параметрів у зазорах ступеня 41 з $D_{\text{сеп}}/\ell = 5,13$ (досліди НТУ «ХП»); — .
— — розрахунок за циліндричною теорією

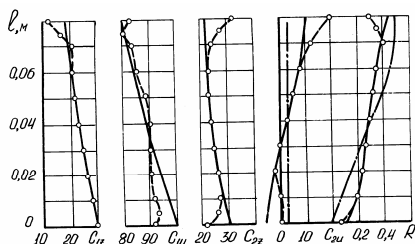


Рис. 6.24. Розрахунковий (—) та експериментальний (---о---) розподіл параметрів у зазорах ступеня 42 з $D_{\text{сеп}}/\ell = 5,13$ (досліди НТУ «ХП»); — .
— — розрахунок за циліндричною теорією

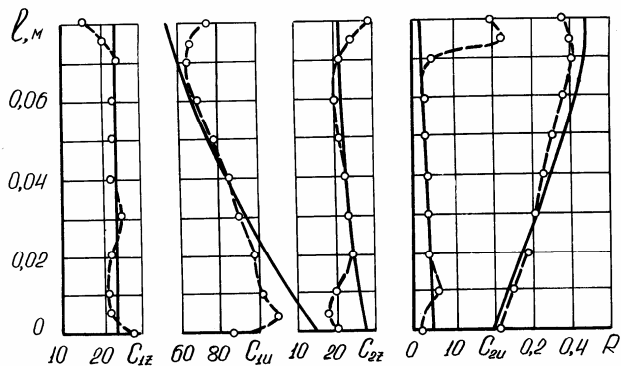


Рис. 6.25. Розрахунковий (—) та експериментальний (----o----) розподіл параметрів у зазорах ступеня 32 (табл. 6.2) з $D_{\text{сер}}/\ell = 5,13$ (досліди НТУ «ХП»)

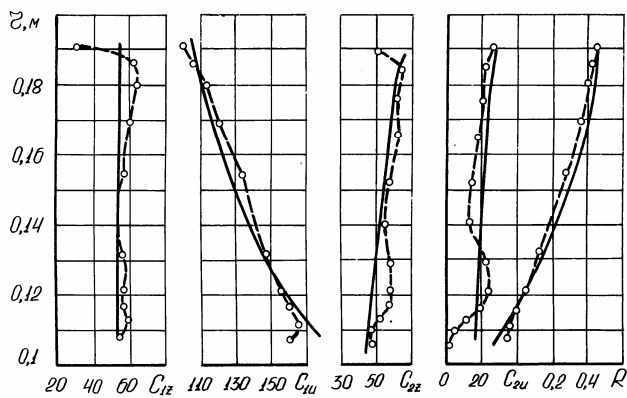


Рис. 6.26. Розрахунковий (—) та експериментальний (----o----) розподіл параметрів у зазорах ступеня I з $D_{\text{сер}}/\ell = 3,6$ (досліди НТУ «ХП»)

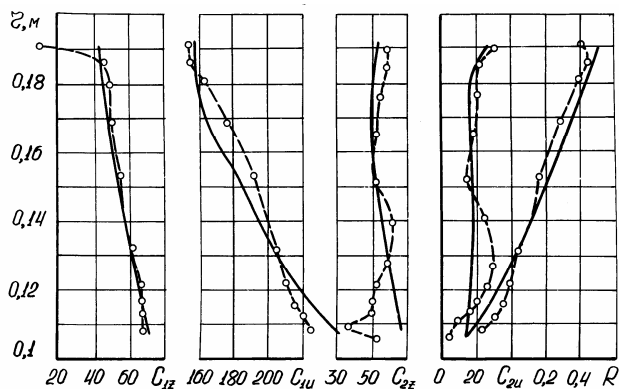


Рис. 6.27. Розрахунковий (—) та експериментальний (----о----) розподіл параметрів у зазорах ступеня II з $D_{\text{сер}}/\ell = 3,6$ (досліди НТУ «ХП»)

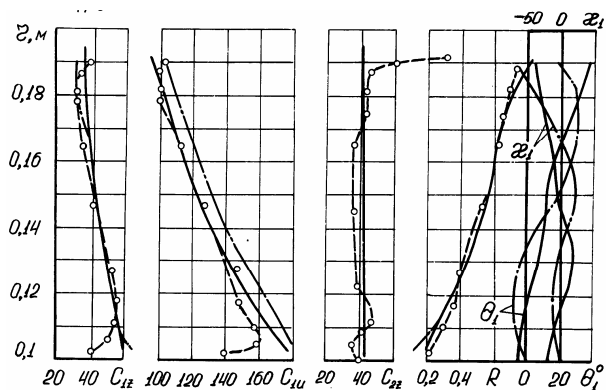


Рис. 6.28. Розрахунковий (—) та експериментальний (----о----) розподіл параметрів у зазорах ступеня 33 з $D_{\text{сер}}/\ell = 3,2$ (досліди НТУ «ХП»); — — розрахунок у повній осесиметричній постановці

Розрахунок ступенів зі зворотним закрученням за пропонованою методикою дозволяє одержати дійсний градієнт ступеня реак-

тивності й колової складової швидкості за ступенем, у той час як розрахунок за умови циліндричності течії дає результати, що значно відрізняються від даних експерименту (рис. 6.22 – 6.24). Методика дозволяє врахувати також і вплив закону закручення робочого колеса на розподіл параметрів у міжвінцевому зазорі ступеня. Про це свідчить порівняння ступенів 41 і 42 (рис. 6.23, 6.24) з однаковими сопловими апаратами, перший з яких має циліндричне робоче колесо, а другий – закручене за законом постійної циркуляції. З рис. 6.28 видно, що розрахунок за пропонованою методикою дає результати для кутів нахилу й кривизни ліній струму, близькі до одержуваних рішень у повній осесиметричній постановці, викладеній у розд. 5. У той же час методика вимагає значно менших витрат машинного часу.

6.3. Розрахункове дослідження впливу протікання на оптимальні закони закручення напрямних і робочих коліс у широкому діапазоні зміни відношення $D_{\text{сеп}}/\ell$

Володіючи методами, описаними вище, можна ставити задачу оптимізації параметрів за висотою ступеня з урахуванням просторової картини течії й перетікання. Однак перш ніж приступити до розробки формальних процедур оптимізації, необхідно з'ясувати фізичний зміст тих або інших оптимальних законів закручення лопаткових апаратів залежно від різних характеристик ступеня, зокрема, втулкового відношення, величини радіального зазору, рівня ступеня реактивності на середньому радіусі, наявності підсмоктування й інших факторів. Для цієї мети зручно використовувати задання кутів у вигляді залежностей

$$r_1^{m_1} \operatorname{ctg} \alpha_1 = \text{const}, \quad r_2^{m_2} \operatorname{ctg} \beta_2 = \text{const}, \quad (6.12)$$

які дозволяють досліджувати вплив параметрів m_1 і m_2 на ККД ступеня.

Параметри m_1 і m_2 характеризують градієнти закручення кутів, у чому легко переконатися, диференціюючи формулу (6.12):

$$dtg\beta/dr = m \cdot r^{m-1} \text{const} = mtg\beta/r.$$

Таким чином, швидкість зміни тангенса кута на середньому радіусі прямо пропорційна (з коефіцієнтом пропорційності $tg\beta_{\text{сер}}/r_{\text{сер}}$) показнику степеня m . При $m>0$ маємо зростаючі до периферії кути (пряме закручення), а при $m<0$ – зменшувані (зворотне закручення). Як відомо [46], закону закручення $C_u r = \text{const}$ відповідають значення $m_1=1$, $m_2=-1$, що забезпечує мінімум втрат з вихідною швидкістю для ступеня із циліндричними обводами. Зміну характеристик ступеня наочно показано у вигляді ліній рівня (топограм) у площині змінних m_1 і m_2 . Розрахункове дослідження провели для осьових турбінних ступенів з $D_{\text{сер}}/\ell=19...3,2$, випробуваних на кафедрі турбінобудування НТУ «ХП» (табл. 6.2, рис. 6.2 – 6.8). Деякі з них при однакових осьових розмірах і втулковому відношенні мають різний рівень степеня реактивності на середньому радіусі, що дозволяє оцінити вплив останнього фактора на оптимальні закони закручення вінців. Окремо вивчалася питання про вплив радіального зазору й підсмоктування біля кореня на оптимальні характеристики ступенів.

6.3.1. Вплив витоку через радіальний зазор

Однією з важливих складових втрат кінетичної енергії в осьовому турбінному ступені є втрата від витоку в надбандажний простір, яка визначається, з одного боку, конструкцією й геометричними

розмірами ущільнення периферійної частини робочої лопатки, а з іншого – різницею тисків в осьових зазорах на зовнішньому радіусі. Як показує аналіз (див. табл. 6.3), у ступенях парових турбін на величину витоку суттєво впливає відношення $D_{\text{сер}}/\ell$: у ступенях з відносно короткими лопатками, де δ_p/ℓ_L велике, величина втрати від витоку більше, чим у ступенях з малим втулковим відношенням, незважаючи на більш високий ступінь реактивності на зовнішньому радіусі останніх. Більш високі втрати від витоків мають необандажені ступені.

Таблиця 6.3

Вплив втулкового відношення й відносної величини радіального зазору на відносні витрати витоків у радіальні зазори ступенів потужних парових турбін

Турбіна	Ступінь	$D_{\text{сер}}/\ell$	δ_p/ℓ_L , %	\bar{G}_p , %
K220-130	III ЦВТ	24	2,3	3,6
K220-130	IV ЦВТ	14,5	1,4	2,7
K500-240	V ЦВТ	12,8	1,4	3,0
K218-44	III ЦВТ	9	1,1	2,3
K218-44	V ЦВТ	5,8	0,6	1,7
K500-240	III* ЦНТ	5,3	0,8	2,8
K218-44	III ЦНТ	5,2	0,6	1,9
K500-240	XI* ЦСТ	3,6	0,8	1,9

* необандажений ступінь

Як показує досвід експлуатації потужних турбоагрегатів, радіальні зазори можуть збільшуватися з 1,5 мм до 5 мм, що приводить

до зниження ККД через витоки більш, ніж на 2 %. В деяких турбінах внаслідок збільшення надбандажних зазорів ККД падає на 2...3 % і навіть на 5 % [3].

З метою аналізу впливу втрат від витоку в радіальний зазор на оптимальні закони закручення вінців осьового турбінного ступеня були проведені розрахунки для цих ступенів (табл. 6.2) з усілякими комбінаціями параметрів m_1 і m_2 і величини радіальних зазорів. У результаті чисельних експериментів побудовані лінії рівня параметрів, що характеризують економічність у площині m_1, m_2 (рис. 6.29 – 6.37).

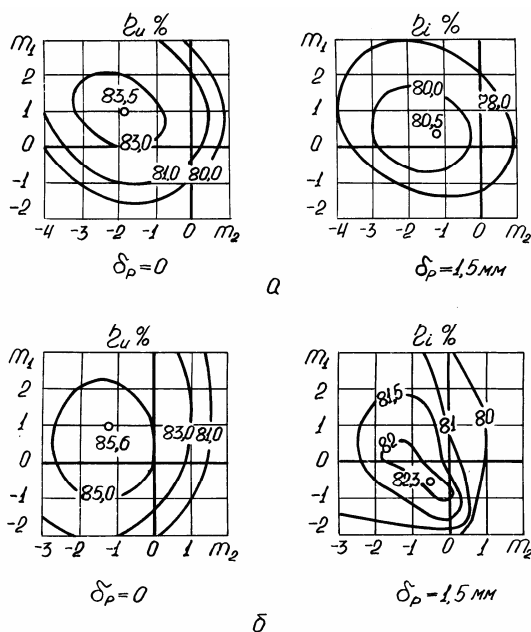


Рис. 6.29. Залежності ККД ступенів I (а) і II (б) з $D_{\text{сер}}/\ell = 3,6$ (табл. 6.2) від законів закручення лопаток при різних радіальних зазорах

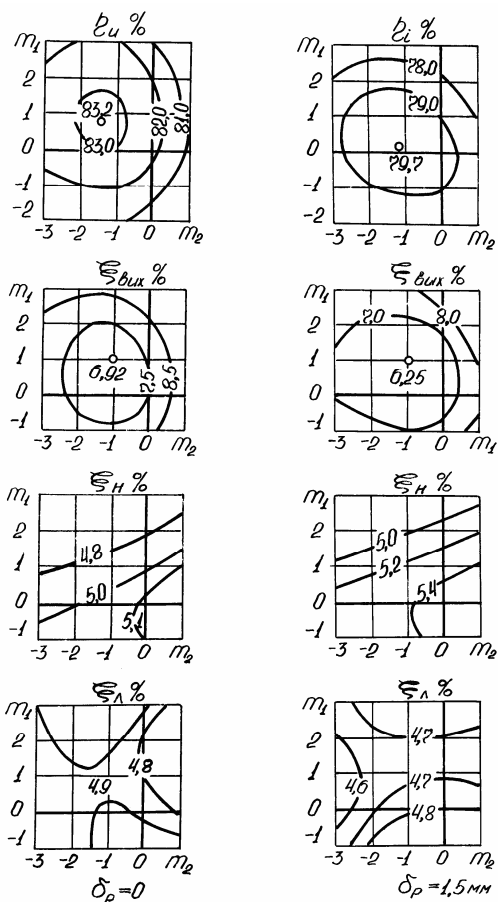


Рис. 6.30. Залежності відносних втрат у ступені II з $D_{\text{сер}}/\ell = 3,6$ (табл. 6.2) від законів закручення лопаток при різних радіальних зазорах. Втрати у вінцях обчислювалися за методикою [40]

Розрахунок кожної точки топограми проводився за методикою просторового розрахунку за зазорами з уточненням ліній струму. Теплові розрахунки проводилися в різних постановках: із заданою

витратою, із заданим перепадом, із заданою витратою й припасуванням перепаду при зміні кута $\alpha_{\text{сер}}$.

Вплив параметрів m_1 , m_2 на градієнт степеня реактивності неоднаковий для ступенів з різним втулковим відношенням. Так, для ступенів з відносно довгими лопатками ($D_{\text{сер}}/\ell < 5$) істотне вирівнювання градієнта реактивності спостерігається вже при $m_1 = -1$, у той час як для коротких лопаток ($D_{\text{сер}}/\ell > 10$) потрібне зменшення m_1 аж до значень $-8 \dots -10$ (рис. 6.36). Істотний вплив на градієнт степеня реактивності при зворотному закрученні напрямного апарата спричиняють також осьові розміри ступеня, особливо відносна ширина (або хорда) соплових решіток. При менших величинах $\bar{b} = b_{\text{сер}}/\ell$ ефект вирівнювання градієнта степеня реактивності проявляється сильніше.

Вирівнювання градієнта степеня реактивності не тільки впливає на величину витрати витоків і втрат від них, але й проявляється також у збільшенні нерівномірності колової складової швидкості по радіусу за робочим колесом, що приводить до збільшення втрати з вихідною швидкістю тим більшої (залежно від m_1 і m_2), чим менше втулкове відношення $D_{\text{сер}}/\ell$ (рис. 6.30 – 6.33). Величина втрат від витоку в надбандажний простір визначається відносною витратою витоку, що залежать, зокрема, від величини радіального зазору і його конструктивного виконання. Величина радіального зазору в проектній практиці, як правило, приймається залежно від зовнішнього діаметра робочого колеса: $\delta_p = 0,001D_n$. Звідси легко отримується вираз для відносної величини радіального зазору

$$\bar{\delta}_p = \delta_p/\ell = 0,001(D_{\text{сер}}/\ell + 1) \approx 0,001D_{\text{сер}}/\ell.$$

Отже, величина витрати від витоку через радіальний зазор і її вплив на економічність значно вище в ступенях з більшим $D_{\text{сер}}/\ell$.

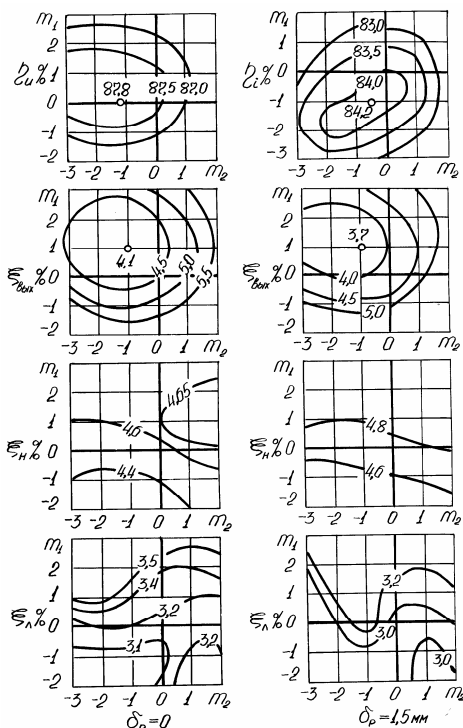


Рис. 6.31. Залежності ККД і відносних втрат у ступені $D_{\text{сер}}/\ell = 5,13$ (табл. 6.2) від законів закручення лопаток при різних радіальних зазорах

Результати численних розрахунків, наведені на рис. 6.29 – 6.37, свідчать про те, що оптимальні закони закручення вінців (параметри m_1 і m_2) для ступенів з різним втулковим відношенням при різних величинах радіального зазору, в основному, визначаються співвідношенням між величиною втрат з вихідною швидкістю й втрат від витоку в радіальний зазор. Вплив гідравлічних втрат у напрямному апараті й робочому колесі помітно позначається на рівні ступеня ре-

активності при дуже малих величинах витоків у надбандажний простір.

При нульовому зазорі максимум обводного ККД циліндрично-го ступеня при малих $D_{\text{сер}}/\ell$ розташовується в околі точки з мінімальною вихідною втратою (рис. 6.29, 6.30): закручення напрямного апарата близьке до закону $C_u r = \text{const}$, а робоче колесо слід закручувати трохи більш інтенсивно ($m_2 = -1 \dots -2$). Зі збільшенням відношення $D_{\text{сер}}/\ell$ максимум обводного ККД ступеня зміщується убік закручення із $m_1 > 1$ внаслідок впливу гідравлічних втрат (рис. 6.32, 6.33, 6.36).

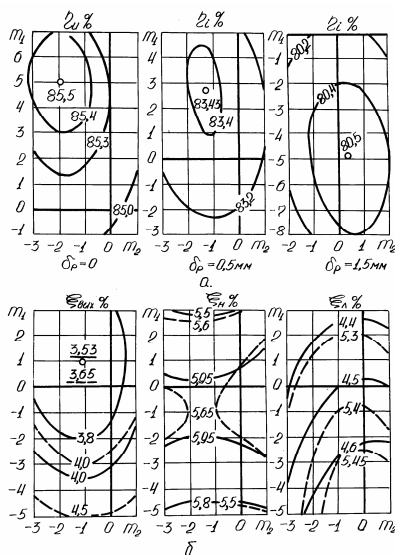


Рис 6.32. Залежності внутрішнього ККД (а) і відносних втрат (б) ступеня М1 з $D_{\text{сер}}/\ell = 8,3$ (табл. 6.2) від законів закручення лопаток при різних радіальних зазорах

(- - - - - $-\delta_p = 0$, — $-\delta_p = 1,5 \text{ мм}$)

Величина зміщення залежить від способу розрахунку (із заданою витратою або перепадом) і рівня реактивності на середньому радіусі: зміщення сильніше при розрахунку із заданою витратою через зміну кута α_1 на середньому (за витратою) радіусі внаслідок підйому лінії струму, а також зі збільшенням середнього ступеня реактивності.

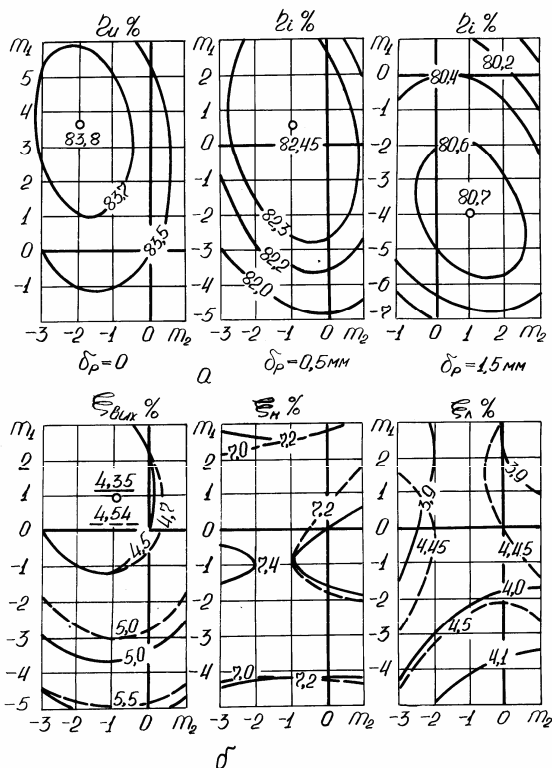


Рис. 6.33. Залежність внутрішнього ККД (а) і відносних втрат (б) ступеня РЗ з $D_{\text{сер}}/\ell = 8,3$ (досліди НТУ «ХПІ») від законів закручення лопаток при різних радіальних зазорах (----- - $\delta_p = 0$, — - $\delta_p = 1,5 \text{ mm}$)

Збільшення відносного радіального зазору приводить до зміщення точки максимуму внутрішнього ККД ступенів убік зменшення m_1 і зростання m_2 , яке тим різкіше, чим більше втулькове відношення $D_{\text{сер}}/\ell$ (рис. 6.29 – 6.33, 6.36).

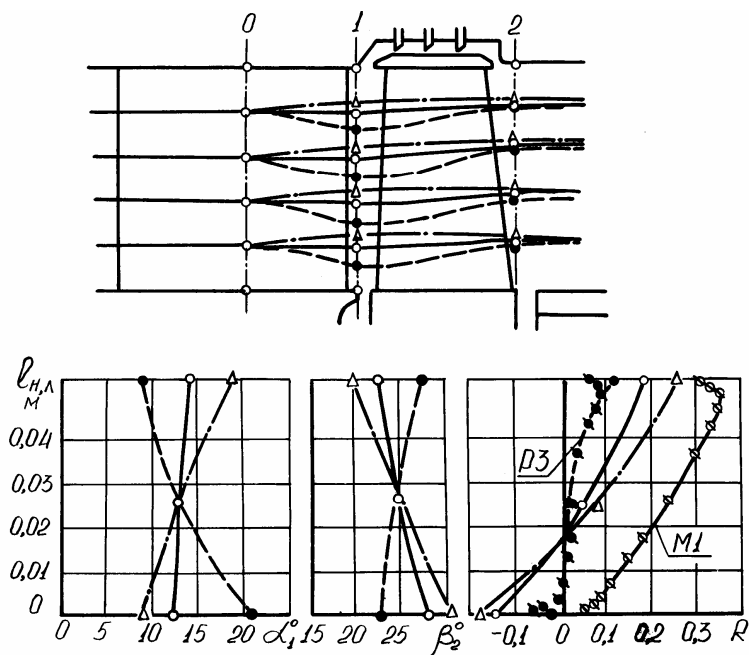


Рис. 6.34. Лінії струму, зміна кутів α_1, β_2 і степеня реактивності R за висотою оптимізованого ступеня з $D_{\text{сер}}/\ell = 8,3$ при різних величинах радіальних зазорів δ_p :

$\Delta \cdots \Delta$ – $\delta_p = 0$; $\circ \cdots \circ$ – $\delta_p = 0,5$ мм; $\bullet \cdots \bullet$ – $\delta_p = 1,5$ мм.

Точками \otimes і \bullet позначені результати експериментального дослідження ступенів P3 і M1 (досліди НТУ «ХП»)

Це зумовлює вирівнювання градієнта степеня реактивності завдяки підтисненню ліній струму до кореня в міжвінцевому зазорі й деякому закиданню до периферії за робочим колесом. Так, наприклад, у ступенях з $D_{\text{сер}}/\ell = 8,3$ при відсутності витоків у радіальний зазор доцільно деяке підтиснення потоку в міжвінцевому зазорі до периферії (рис. 6.34). У міру збільшення радіального зазору виявляється доцільним зменшення рівня степеня реактивності на середньому радіусі і його градієнта. При $\delta_p = 1,5$ мм вигідним виявляється майже повністю усунутий градієнт реактивності ($m_1 = -4 \dots -5$, $m_2 = 0 \dots 1$) (рис. 6.32 – 6.34). Отримані розрахункові результати добре узгоджуються з даними експериментального дослідження (досліди НТУ «ХП»), рис. 6.35).

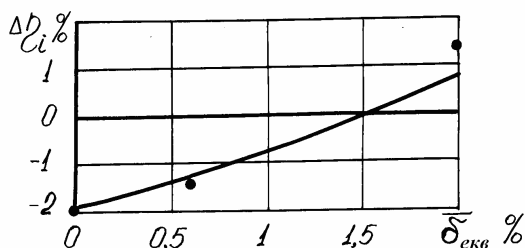


Рис. 6.35. Розрахункова залежність різниці ККД ступенів P3 і M1 $\Delta\eta_i = \eta_{iP3} - \eta_{iM1}$ з $D_{\text{сер}}/\ell = 8,3$ від величини приведенного радіального зазору $\bar{\delta}_{\text{екв}} = \delta_{\text{екв}}/\ell$. Точками позначені результати експерименту (досліди НТУ «ХП»)

У ступенях із ще більш короткими лопатками ($D_{\text{сер}}/\ell = 19$) при більших радіальних зазорах величина оптимального значення m_1 падає до $-9 \dots -11$, а m_2 зростає до $4 \dots 5$ (рис. 6.36).

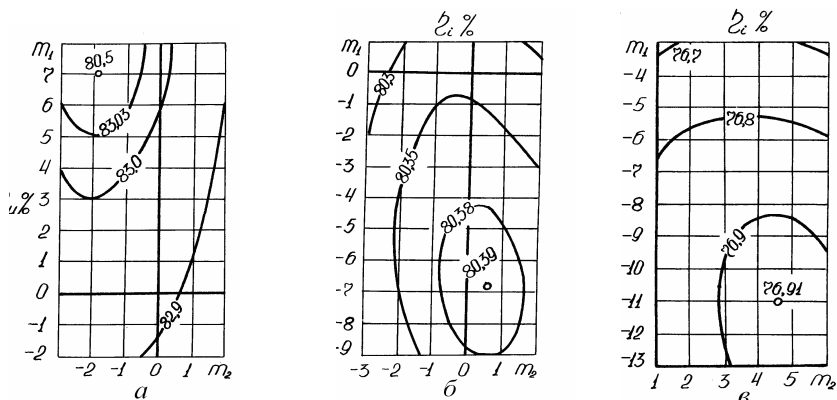


Рис. 6.36. Залежності ККД ступеня з $D_{\text{сер}}/\ell = 19$ (досліди НТУ «ХП») від законів закручення лопаток при різних радіальних зазорах: а – $\delta_p = 0$, б – $\delta_p = 0,5$ мм, в – $\delta_p = 1,5$ мм. Втрати у вінцях обчислювалися за методикою [40]

При більших значеннях $D_{\text{сер}}/\ell$ ступеня зі зворотним закрученням при всіх реальних значеннях зазорів мають ККД вище, чим ступені традиційного виконання. Виграш росте зі збільшенням зазорів і зниженням ступеня реактивності на середньому радіусі. Експериментальне дослідження ступенів з $D_{\text{сер}}/\ell = 19$ (досліди НТУ«ХП») повністю підтверджує зроблені висновки.

Характер зміни відносних втрат у ступені якісно однаковий для всіх типів ступенів як з малими, так і з більшим втулковим відношенням (рис. 6.30–6.33, 6.37). Лінії рівня втрати з вихідною швидкістю утворюють замкнені криві, що оточують точку мінімуму останньої ($m_1 = 1$, $m_2 = -1$), відповідну до закручення за законом постійної циркуляції. Лінії рівня відносних гідравлічних втрат незалежно від

величини радіального зазору носять характер сідлових точок: відносні втрати в напрямних апаратах мають у сідловій точці максимум за m_1 і мінімум за m_2 , а відносні втрати в робочих лопатках, навпаки, мінімум за m_1 і максимум за m_2 . Зі збільшенням втулкового відношення відносні гідравлічні втрати у вінцях стають менш залежними від законів закручення іншого вінця, набуваючи вид ліній, протяжних уздовж відповідних координатних осей. Особливо це стосується до втрат у напрямному апараті (рис. 6.37).



Втрати на витік у радіальний зазор у площині змінних m_1 , m_2 досягають найбільшого значення в лівому верхньому куті топограми, де периферійний степінь реактивності максималь-

ний, а найменшого – у правому нижньому куті, де мінімальний градієнт степеня реактивності.

6.3.2. Вплив підсмоктування в кореневий зазор

Для дослідження впливу підсмоктування на оптимальні закони закручення вінців при фіксованих параметрах на середньому радіусі було обрано три ступеня повітряної експериментальної турбіни, що відрізняються втулковим відношенням і величиною степені реактивності на середньому радіусі ($D_{\text{сер}}/\ell = 3; 6; 8,3; 14,1$ і $R_{\text{сер}}=0,2; 0,02; 0,01$ відповідно). Розрахунки проводилися при різних величинах радіального зазору, а підсмоктування вводилося шляхом зміни наведеного зазору діафрагмового ущільнення, що забезпечувало величину підсмоктування в ступенях з $D_{\text{сер}}/\ell = 3,6$ – до 0,5 %, з $D_{\text{сер}}/\ell = 8,3$ – до 1 %, з $D_{\text{сер}}/\ell = 14,1$ – до 2 %. Як видно з рис. 6.38 врахування впливу підсмоктування не змінює висновків щодо оптимальних законів закручення вінців, зроблених вище.

Слід мати на увазі, що в реальних турбінних ступенях наявність розвантажувальних отворів приводить до сильного впливу на характер прикореневого перетікання перепаду тисків на внутрішньому радіусі робочого колеса. При правильно обраному степені реактивності в корені й належних розмірах розвантажувальних отворів відносна величина витрати підсмоктуваного струменя може бути практично зведена до нуля.

Про це свідчать дані табл. 6.4, отримані шляхом розрахунку декількох ступенів потужних парових турбін за методикою, викладеною в підрозд. 6.1.

Таблиця 6.4

Величина відносних витрат витоків у ступенях потужних парових турбін

Турбіна	Ступінь	$D_{\text{сер}}/\ell$	$\bar{G}_{\text{дв}}, \%$	$\bar{G}_n, \%$
K220-130	II ЦВТ	24	1,3	0,2
K220-130	IV ЦВТ	14,5	0,8	0,2
K500-240	V ЦВТ	12,8	0,7	0,05
K218-44	III ЦВТ	9	0,4	0,2
K218-44	V ЦВТ	5,8	0,2	0,05
K500-240*	III ЦНТ	5,3	0,3	0,3
K218-44*	III ЦНТ	5,2	0,2	0,2
K500-240	XI ЦСТ	3,6	0,06	0,02

* – без розвантажувальних отворів.

Врахування усіх вищезгаданих факторів розглянуто у наступному параграфі.

6.4. Просторова оптимізація осьового турбінного ступеня з урахуванням протікання

Розглянуті вище результати розрахункового дослідження, підтверджені експериментально, показують, що протікання суттєво впливає на оптимальні закони закручення вінців осьового турбінного ступеня. Зі зменшенням довжини робочої лопатки (збільшенням втулкового відношення $D_{\text{сер}}/\ell$) цей вплив підсилюється. У зв'язку з цим виникає задача визначення оптимальних законів закручення прямого апарата й робочого колеса при заданій геометрії ступеня, параметрах на вході, кутовій швидкості обертання ротора, витраті й

теплоперпаді. Обмежимося практично важливим випадком задання кутів решіток у формулі (6.12).

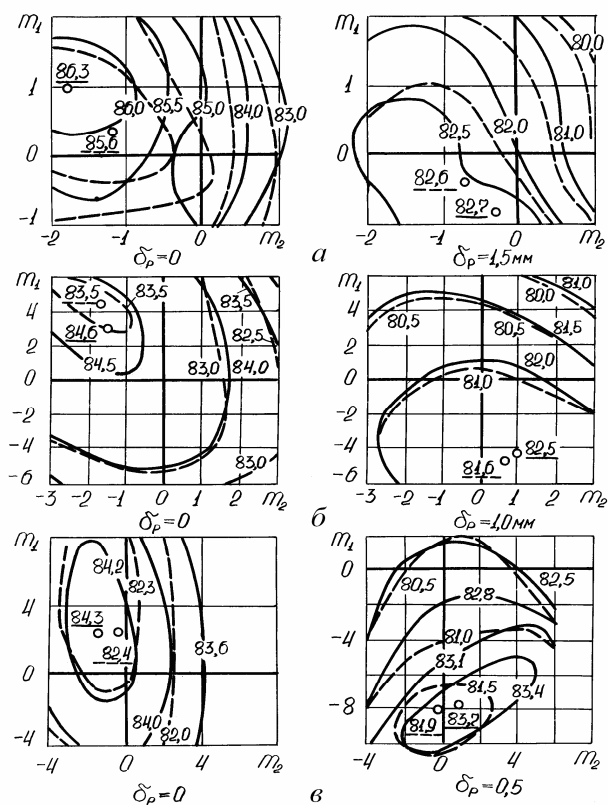


Рис. 6.38. Залежності ККД ступеня II (а) з $D_{сер}/\ell = 3,6$ (— $\bar{G}_n = 0$, - - - $\bar{G}_n = 0,5 \%$), ступеня РЗ (б) з $D_{сер}/\ell = 8,3$. (— $\bar{G}_n = 0$, - - - $\bar{G}_n = 1 \%$) і ступеня II (в) з $D_{сер}/\ell = 14,1$ (— $\bar{G}_n = 0$, - - - $\bar{G}_n = 2,0 \%$) від законів закручення лопаток при різних величинах радіального зазору й підсмоктування

При цьому при одночасному задання витрати й теплового перепаду тепловий розрахунок проводиться з припасуванням протитиску одним з кутів $\alpha_{1\text{сер}}$ або $\beta_{2\text{сер}}$. Описувана нижче методика оптимізації оснований на багаторазовому проведенні такого роду теплових розрахунків з метою обчислення внутрішнього ККД ступеня залежно від одного з кутів $\alpha_{1\text{сер}}$, $\beta_{2\text{сер}}$ і показників степеня m_1 , m_2 у виразі (6.12).

Допустимо, що керуючими змінними є $\beta_{2\text{сер}}$, m_1 і m_2 , внаслідок чого при заданому протитиску витрата повинна уточнюватися шляхом зміни кута α_1 на середньому радіусі. Задача теплового розрахунку ступеня за аналогією з (6.9), (6.10), (6.11) записується у вигляді

$$r'_1 = f_{11}(\alpha_{1\text{сер}}, r_1, C_1), \quad C'_1 = f_{12}(\alpha_{1\text{сер}}, r_1, C_1),$$

$$r_1(0)=r_{1\text{вн}}, \quad r_1(\psi^*)=r_{1\text{н}},$$

$$r'_2 = f_{21}(\alpha_{1\text{сер}}, r_2, W_2), \quad W'_2 = f_{22}(\alpha_{1\text{сер}}, r_2, W_2),$$

$$r_2(0)=r_{2\text{вн}}, \quad r_2(\psi^*)=r_{2\text{н}},$$

$$h(C_{1\text{вн}}, W_{2\text{вн}}, \alpha_{1\text{сер}})=0,$$

а її чисельне розв'язання ґрунтується на відшукуванні кореня системи трансцендентних рівнянь

$$\begin{aligned} \tilde{r}_{1\text{н}}(C_{1\text{вн}}, \alpha_{1\text{сер}}) &= r_{1\text{н}}, \quad \tilde{r}_{2\text{н}}(C_{1\text{вн}}, W_{2\text{вн}}, \alpha_{1\text{сер}}) = r_{2\text{н}}, \\ h(C_{1\text{вн}}, W_{2\text{вн}}, \alpha_{1\text{сер}}) &= 0. \end{aligned} \quad (6.13)$$

Після рішення (6.13), яке проводиться з уточненням форми лінійного струму, величини протікання, коефіцієнтів швидкості й витрати, обчислюється внутрішній ККД ступеня у функції трьох змінних $\beta_{2\text{сер}}, m_1, m_2$.

Таким чином, задача оптимального проектування ступеня з максимальним внутрішнім ККД зводиться до задачі нелінійного програмування:

Знайти

$$\max_{\beta_{2\text{сер}}, m_1, m_2} \eta_i = N/H_0, \quad (6.14)$$

де H_0 обчислюється за формулою (6.4). Безумовна максимізація (6.14) не зустрічає принципових утруднень. Фізично виправданим представляється розчленовування оптимізаційної задачі (6.14) на дві взаємозалежні підзадачі:

- визначення оптимальних кутів на середньому радіусі при відомих законах закручення лопаток;
- вибір оптимальних параметрів m_1 і m_2 при заданих кутах $\alpha_{1\text{сер}}, \beta_{2\text{сер}}$.

Таким чином, спільна задача (6.14) може вирішуватися ітераційно шляхом почергового рішення підзадач

$$\max \eta_i = N/H_0 \quad \text{при} \quad m_1, m_2 = \text{const}, \quad (6.15)$$

$$\max_{m_1, m_2} \eta_i = N/H_0 \quad \text{при} \quad \beta_{2\text{сер}} = \text{const}. \quad (6.16)$$

Такий підхід аналогічний методу покомпонентної оптимізації, окремим випадком якого є відомий метод покоординатного спуску (Гауса–Зайделя). Перша з підзадач (6.15) вирішується методом по-

шуку екстремуму функції однієї змінної ДСК–Пауела [10]. Друга підзадача (6.16) фактично розглянута в підрозд. 6.3, де вона вирішувалася методом прямого пошуку екстремуму функції двох змінних. Комбінація одновимірною пошуку оптимальних кутів на середньому радіусі з прямим пошуком оптимальних параметрів m_1 , m_2 виявилася самим надійним апаратом чисельного рішення задачі (6.14), що забезпечує знаходження глобального максимуму функції мети навіть при наявності локальних екстремумів у площині топограми.

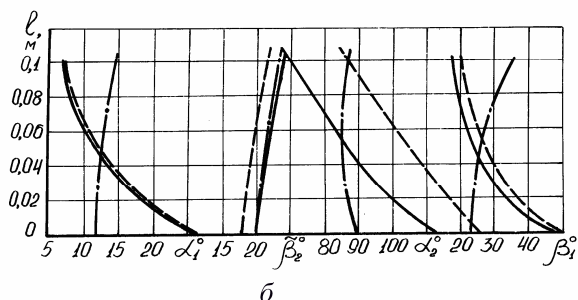
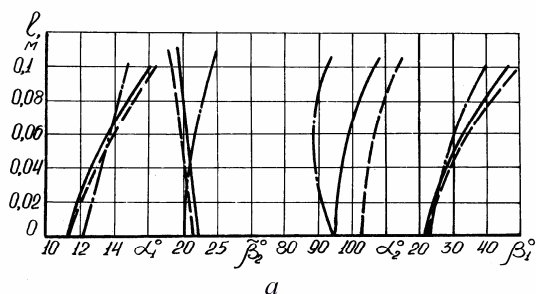


Рис. 6.39. Параметри ступеня ЦВТ парової турбіни з $D_{\text{сер}}/\ell = 11$ у процесі пошуку оптимальних законів закручення вінців при $\delta_p = 0$ (а) і $\delta_p = 1,5$ мм (б): — — — — — вихідний варіант, — — — — — перше наближення, ————— — друге наближення

Розглянемо роботу алгоритму пошуку оптимальних параметрів осьового турбінного ступеня на прикладі ступеня ЦВТ парової турбіни з $D_{\text{сер}}/\ell = 11$, $B_H/\ell = 0,54$ (рис. 6.39).

Як початкове наближення взятий ступінь із $\alpha_{1\text{сер}} = 13,2^\circ$; $\tilde{\beta}_{2\text{сер}} = 21,8^\circ$ при $\delta_p = 0$ і $\alpha_{1\text{сер}} = 13,1^\circ$, $\tilde{\beta}_{2\text{сер}} = 21,8^\circ$ при $\delta_p = 1,5$ мм і циліндричним облопачуванням. Його коефіцієнт корисної дії при $\delta_p = 0$ становить 83,54 %, а при $\delta_p = 1,5$ мм (штатний зазор) – 81,67 %. Шляхом оптимізації за середнім радіусом вдається підвищити ККД ступеня до 83,66 % при нульовому радіальному зазорі й до 81,80 % – при штатному. Кути на середньому радіусі відповідно склали: $\alpha_{1\text{сер}} = 13,6^\circ$, $\tilde{\beta}_{2\text{сер}} = 19,6^\circ$ і $\alpha_{1\text{сер}} = 13,4^\circ$, $\tilde{\beta}_{2\text{сер}} = 19,6^\circ$, що привело до підвищення рівня ступеня реактивності приблизно на 10 %, зменшення втрат на робочих лопатках від підсмоктування, а при відмінному від нуля радіальному зазорі – до збільшення витоку в радіальний зазор. Оптимальні параметри в площині топограми суттєво відрізняються для випадків $\delta_p = 0$ і $\delta_p = 1,5$ мм. При нульовому радіальному зазорі оптимальною виявляється точка $m_1 = 2$, $m_2 = -1$, а при $\delta_p = 1,5$ мм – точка $m_1 = -11$, $m_2 = 1$, що пов'язано з необхідністю усунення радіального градієнта ступеня реактивності з метою зменшення витоку в надбандажний простір. ККД ступеня при цьому склав 83,77 % при нульовому радіальному зазорі й 82,24 % при $\delta_p = 1,5$ мм.

На другому етапі процесу послідовних наближень в оптимальній точці площини змінних m_1 , m_2 знову проводився вибір оптимальних параметрів ступеня за середнім радіусом.

При нульовому радіальному зазорі оптимальні параметри $\alpha_{1\text{сер}}$ й $\tilde{\beta}_{2\text{сер}}$ склали $13,3^\circ$ і $20,7^\circ$, завдяки чому ступінь реактивності зни-

зівся порівняно з першою ітерацією, а параметри m_1 і m_2 залишилися рівними відповідно 2 і -1 , тобто близькими до закону $C_u r = \text{const}$. ККД ступеня підвищився до рівня 83,94 %. У випадку $\delta_p = 1,5$ мм одновимірною оптимізацією привела до зниження рівня ступеня реактивності порівняно з вихідним варіантом ($\alpha_{1\text{сеп}} = 11,1^\circ$, $\tilde{\beta}_{2\text{сеп}} = 22,4$), а параметри m_1 і m_2 залишилися такими ж, як і в першому наближенні. У результаті після другої ітерації внутрішній ККД ступеня склав 83,12 % або на 1,45 % більше, чим у вихідному варіанті.

Складові втрат вихідного й оптимізованого при різних радіальних зазорах ступенів наведені в табл. 6.5.

Таблиця 6.5

Складові втрат вихідного й оптимізованого ступенів з $D_{\text{сеп}}/l = 11$

Параметр, %	$\delta_p = 0$		$\delta_p = 1,5$ мм	
	Ступені		Ступені	
	вихідний	оптимізований	вихідний	оптимізований
ξ_n	7,15	6,62	7,36	7,70
ξ_l	4,58	4,80	4,41	4,24
$\xi_{\text{ввих}}$	4,21	4,14	3,94	4,44
\bar{G}_{pz}	0,0	0,0	2,6	0,24
\bar{G}_n	0,46	0,20	0,70	0,26
η_i	83,54	83,94	81,67	83,12
$R_{\text{сеп}}$	14	21	11	3

Як практичний додаток розробленої методики просторової оптимізації турбінного ступеня з врахуванням протікання були модер-

нізовані циліндри високого й середнього тиску парової турбіни К-200-130/3600.

Згідно з заводськими даними відношення $D_{\text{сер}}/\ell$ змінюється від 25 (II ступінь ЦВТ), (регульовальний ступінь не розглядався), до 4,8 (VII (останній) ступінь ЦСТ), кількість ступенів у ЦВТ і ЦСТ становить 6 і 7 відповідно. Як вихідні взяті ступені із заводськими кутами решіток на середньому радіусі. При $D_{\text{сер}}/\ell > 10$ робочі лопатки передбачалися циліндричними, і при $D_{\text{сер}}/\ell < 10$ – закрученими за законом постійної циркуляції. Модернізація проводилася при штатних радіальних зазорах ($\delta_p = 0,001D_n$). Показники економічності вихідних і оптимізованих ступенів зведені в табл. 6.6.

Результати порівняння параметрів потоку вихідних і модернізованих варіантів III, V і VII ступеня ЦСТ (як початкові й кінцеві параметри відповідно порівнювалися $P_0^* = 2,574$ МПа, $i_0^* = 3,5495 \cdot 10^3$ кДж/кг, $P_K = 0,4014$ МПа) наведені на рис. 6.40 – 6.42.



Рис. 6.40. Параметри вихідного (— · —) та оптимізованого (—) ступенів ЦСТ парової турбіни з $D_{\text{сер}}/\ell = 8,5$

Таблиця 6.6

Порівняння економічності вихідних і оптимізованих ступенів ЦВТ і ЦСТ парової турбіни К-200-130/3600

Параметр		ξ_H , %	ξ_L , %	ξ_L , %	\bar{G}_{p3} , %	\bar{G}_{p3} , %	η_i , %	η_i , %
Ступінь		%						
II ЦВТ	вих.	6,54	4,13	3,71	4,06	-0,03	81,37	85,08
	опт.	6,54	4,39	3,75	3,44	-0,11	81,61	85,36
VI ЦВТ	вих.	4,88	3,09	4,35	2,55	0,16	84,93	89,28
	опт.	5,06	3,10	4,78	1,40	-0,05	85,32	90,10
I ЦСТ	вих.	4,21	2,62	4,24	2,52	-0,32	86,40	90,64
	опт.	4,05	2,71	4,47	2,05	-0,05	86,70	91,17
III ЦСТ	вих.	3,55	2,25	4,21	2,21	0,17	87,73	91,94
	опт.	3,28	2,19	4,64	1,72	-0,08	88,21	92,85
V ЦСТ	вих.	4,46	3,41	4,38	1,91	0,35	85,89	90,27
	опт.	4,51	3,36	4,44	1,52	0,08	86,35	90,79
VII ЦСТ	вих.	2,72	2,21	5,08	1,37	0,18	88,62	93,70
	опт.	2,52	1,87	4,98	1,35	0,06	89,27	94,25

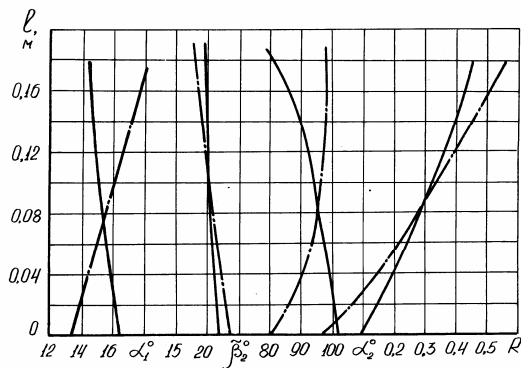


Рис. 6.41. Параметри вихідного (— · —) та оптимізованого (—) ступенів ЦСТ парової турбіни з $D_{\text{сер}}/\ell = 6,5$

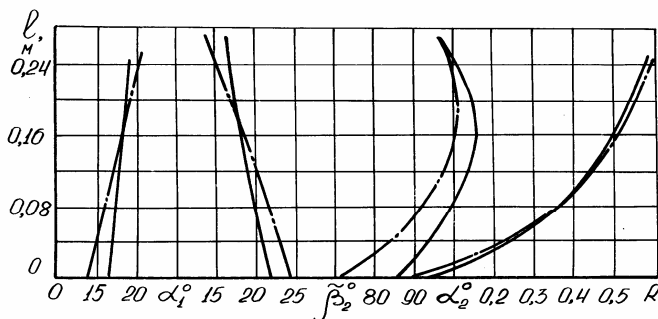


Рис. 6.42. Параметри вихідного (— · —) та оптимізованого (—) ступенів ЦСТ парової турбіни з $D_{сep}/\ell = 4,8$

Отримані дані дозволили побудувати залежності параметрів m_1 і m_2 , що характеризують закони закручення вінців від відношення $D_{сep}/\ell$ (рис. 6.43). Порівняння ефективності відсіків ЦСТ, складених з вихідних і оптимізованих ступенів, показало, що ККД останнього на 0,65 % вищий вихідного й рівний 92,85 %. При збільшених радіальних зазорах виграш зростає.

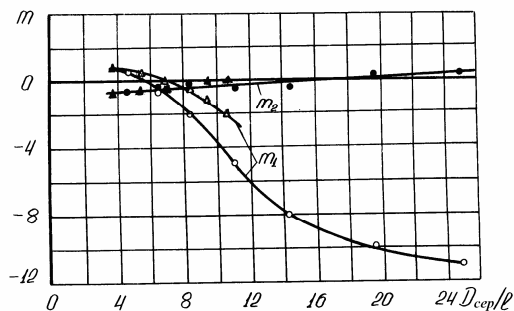


Рис. 6.43. Залежності параметрів m_1 і m_2 , що визначають закони закручення вінців ступенів ЦСТ і ЦСТ потужної парової турбіни від відношення $D_{сep}/\ell$

Можливості розробленого методу оптимізації можна також продемонструвати на прикладі модернізації ЦСТ сучасних потужних парових турбін К-500-240-2 і К-800-240-2.

Циліндр середнього тиску турбіни К-500-240-2 складається з 11 ступенів у діапазоні втулкового відношення, рівного 10,8...3,6. Розрахунковий ККД вихідного циліндра склав 92,51 %. Оптимізаційні розрахунки показали доцільність закручення вінців зі значеннями m_1 і m_2 , величина й зміна яких залежно від $D_{\text{сер}}/\ell$ позначені на рис. 6.43 трикутниками. Зменшення показників степеня m_1 для ступенів з однаковими величинами $D_{\text{сер}}/\ell$ в турбіні К-500-240-2 порівняно з турбіною К-200-130/3600 пояснюється більш вузькими напрямними лопатками (менші значення B_n/ℓ) у ЦСТ першої турбіни. Проведена оптимізація, як показали розрахунки, дозволила підвищити ККД циліндра на 0,45 %.

Стосовно ЦСТ турбіни К-800-240-2, що складається з 9 ступенів у діапазоні втулкового відношення $D_{\text{сер}}/\ell = 12,1...4,1$, використання оптимальних законів закручення напрямних і робочих лопаток дозволило довести розрахункове значення ККД циліндра до 93 %, збільшивши його на 0,42 %.

Запитання для самоперевірки

1. Чим викликана необхідність врахування протікання робочого тіла через ущільнення зазорів і розвантажувальні отвори в задачі оптимізації законів закручення вінців осевих турбінних ступенів?
2. Наведіть можливі картини перетікання робочого тіла в турбінному ступені діафрагмової конструкції.
3. Напишіть розрахункові формули й опишіть послідовність

розрахунку величин протікання і втрат від них за розглянутою методикою, орієнтованою на спільне використання з програмою просторового розрахунку ступеня.

4. Які додаткові фактори, пов'язані з протіканням, впливають на економічність ступеня?
5. Чим викликана необхідність створення спрощеної методики визначення нахилу й кривизни ліній струму уздовж радіуса в перетинах перед і за робочим колесом?
6. Наведіть рівняння, що описують течію робочого тіла в осьових зазорах. Як уточнюється форма меридіанних ліній струму в розглянутому методі розрахунку течії?
7. Проаналізуйте результати розрахункового дослідження впливу протікання на оптимальні закони закручення напрямних і робочих коліс. Як впливає величина втулкового відношення й відносна величина радіального зазору на оптимальні закони закручення вінців осьового турбінного ступеня?
8. Сформулюйте задачу оптимального проектування ступеня за максимальним внутрішнім ККД з урахуванням просторової течії робочого тіла. Наведіть приклади оптимізаційних розрахунків.

РОЗДІЛ 7. ПОБУДОВА ОПТИМАЛЬНИХ ПРОФІЛІВ ЛОПАТОК ТУРБІНИ ЗА ДОПОМОГОЮ ЕОМ

Отримані в попередніх розділах у результаті теплових розрахунків оптимальні геометричні й газодинамічні параметри робочого тіла на вході й виході з лопаткового вінця дозволяють перейти до подальшого етапу оптимізації проточної частини турбіни – проектування пера лопатки. Рішення останньої задачі у свою чергу можна розбити на два етапи: створення профілів плоских решіток і їхнє взаємне ув'язування [60].

Разом з тим пред'явлені до лопаток ступеня турбін вимоги технологічності, міцності й аеродинамічної досконалості (найчастіше суперечливі) роблять процес профілювання досить трудомістким і складним.

Методи проектування профілів діляться на графічні й аналітичні. Найбільш повний огляд існуючих методів профілювання лопаток зроблений в [60].

У цьому підручнику перевага була віддана аналітичним методам, які дозволяють описати профіль будь-якої конфігурації, тобто задовольнити всім пред'явлюваним вимогам, і залучити до трудомісткого процесу профілювання ЕОМ, тобто автоматизувати цей процес. Усі згадані вище методики машинного профілювання мають ті або інші недоліки, які обмежують їхнє широке використання.

По-перше, у рамках кожної з них принципово не можна дотриматися деяких важливих параметрів решіток або деяких з них дотриматися з незадовільною точністю (площа, скелетні кути, кут відгину, товщина кромок, хорда й ширина профілю).

По-друге, у всіх згаданих методиках у випадку використання поліномів вище третього степеня відсутні чіткі рекомендації з вибору коефіцієнтів полінома, що враховують вимогу зменшення аеродинамічних втрат.

Задача оптимального профілювання в даному підручнику формулюється в такий спосіб: потрібно спроектувати оптимальний, з точки зору мінімуму аеродинамічних втрат, профіль решітки із заданими геометричними характеристиками, що забезпечує розрахункові параметри потоку на виході й задовольняє вимогам міцності й технологічності. Профілювання проводиться за циліндричними перетинами.

Проектування оптимального профіля здійснюється із використанням прямої задачі: за заданими параметрами потоку на вході й виході, потужнісними і технологічними обмеженнями будується профіль, конфігурація якого надалі змінюється, витримуючи задані обмеження, відповідно до прийнятого критерію якості.

Після одержання оптимальних профілів у прийнятих перетинах, взаємної їхньої ув'язки й побудови пера лопатки можливо, використовуючи методи розрахунку приграничного шару й кінцевих втрат, розрахунковим шляхом визначити коефіцієнт гідравлічних втрат у решітках. У випадку істотної відмінності отриманих коефіцієнтів швидкості від прийнятих у задачі оптимізації газодинамічних і геометричних параметрів потоку уздовж висоти лопатки слід зробити повторну оптимізацію теплових розрахункових даних, а потім, якщо необхідно, повторне профілювання пера лопатки.

7.1. Побудова турбінних профілів за допомогою степеневих багаточленів

Задача профілювання може бути вирішена з використанням різних кривих: дуг кіл, парабол, гіпербол, лемніскати Бернуллі й інших. У даному підручнику представлена методика побудови профілів за допомогою степеневих поліномів. Викладення порядку побудови профілів будемо вести для робочої лопатки.

Вихідні дані для побудови профілю. Аналіз результатів теплового розрахунку (кутів входу β_1 і виходу β_2 , величини швидкостей потоку W_1 і W_2), а також вимоги міцності й технологічності приводять до таких вихідних даних для профілювання (рис. 7.1):

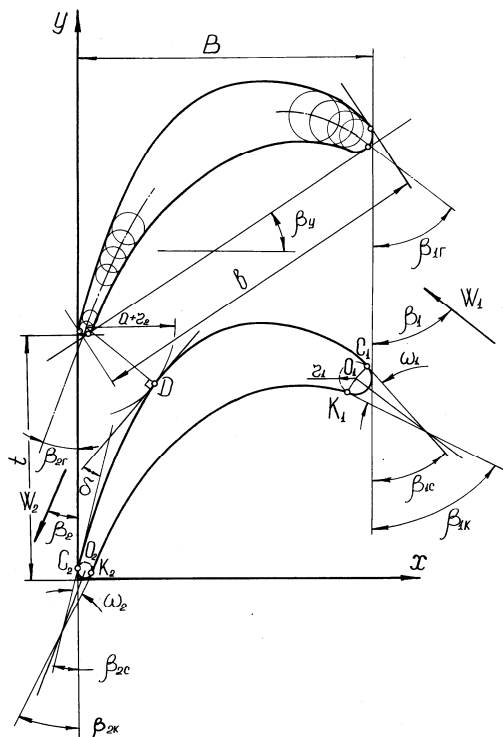


Рис. 7.1. Конструктивні параметри профілю й решітки

β_{1r} – конструктивний кут входу. Він може бути заданий або визначений за методикою, викладеною в [60];

f – площа перетину;

b – хорда профілю;

t – крок решітки. Оптимальний відносний крок решітки поперечно може бути визначений за рекомендаціями, розглянутими в [61];

a – горло межлопаткового каналу;
 r_1 – радіус округлення вхідної кромки;
 r_2 – радіус округлення вихідної кромки;
 ω_2 – кут загострення вихідної кромки;
 β_y – кут установки профілю;
 $\beta_{2\Gamma}$ – конструктивний кут виходу;
 δ – кут відгину вихідної кромки.

З останніх шести параметрів три (r_1 , r_2 , ω_2) визначаються розрахунковим шляхом [60], три, що залишилися (β_y , $\beta_{2\Gamma}$, δ), також можуть бути визначені в першому наближенні за методикою [60]. Надалі за бажанням конструктора останні три параметри, або частина з них, або можуть витримуватися постійними в процесі профілювання, або змінюватися, будучи варійованими параметрами. Як перше наближення для кута установки профілю β_y можна рекомендувати залежність [60]

$$\beta_y = 13,59 + 0,682(\beta_{1\Gamma} - \beta_{2\Gamma}) - 0,0028(\beta_{1\Gamma} - \beta_{2\Gamma})^2.$$

Побудова кромок профілю, горла й визначення координат точок сполучення. Профіль будується в декартовій системі координат. Координати центрів окружності вхідної і вихідної кромок, як легко перекоонатися, визначаються такими виразами (рис. 7.1):

$$\left. \begin{aligned} x_{0_2} &= r_2; \\ y_{0_2} &= r_2; \\ x_{0_1} &= x_{0_2} - r_1(\sin \beta_y + \cos \beta_y) + r_2(\sin \beta_y - \cos \beta_y) + b \cos \beta_y; \\ y_{0_1} &= y_{0_2} - r_1(\sin \beta_y - \cos \beta_y) - r_2(\sin \beta_y + \cos \beta_y) + b \sin \beta_y. \end{aligned} \right\} (7.1)$$

Координати точок сполучення кіл кромки з увігнутою й опуклою сторонами профілю C_1, C_2, K_1, K_2 і тангенси кутів нахилу дотичних у цих точках визначаються таким чином:

$$\left. \begin{aligned} x_{C_1} &= x_{0_1} + r_1 \cdot \cos \beta_{1C}; \\ y_{C_1} &= y_{0_1} + r_1 \cdot \sin \beta_{1C}; \\ y'_{C_1} &= \operatorname{tg}(\beta_{1C} - 90^\circ); \\ x_{C_2} &= x_{0_2} - r_2 \cdot \cos \beta_{2C}; \\ y_{C_2} &= y_{0_2} + r_2 \cdot \sin \beta_{2C}; \\ y'_{C_2} &= \operatorname{tg}(90^\circ - \beta_{2C}) \end{aligned} \right\} \quad (7.2)$$

$$\left. \begin{aligned} x_{K_1} &= x_{0_1} - r_1 \cdot \cos \beta_{1K}; \\ y_{K_1} &= y_{0_1} - r_1 \cdot \sin \beta_{1K}; \\ y'_{K_1} &= \operatorname{tg}(90^\circ - \beta_{1K}); \\ x_{K_2} &= x_{0_2} + r_2 \cdot \cos \beta_{2K}; \\ y_{K_2} &= y_{0_2} - r_2 \cdot \sin \beta_{2K}; \\ y'_{K_2} &= \operatorname{tg}(90^\circ - \beta_{2K}), \end{aligned} \right\} \quad (7.3)$$

де

$$\begin{aligned} \beta_{1C} &= \beta_{1\Gamma} - \omega_1/2; & \beta_{1K} &= \beta_{1\Gamma} + \omega_1/2; \\ \beta_{2C} &= \beta_{2\Gamma} - \omega_2/2; & \beta_{2K} &= \beta_{2\Gamma} + \omega_2/2. \end{aligned}$$

Кут загострення вхідної кромки ω_1 у першому наближенні можна визначити, скориставшись рекомендаціями [60]:

$$\omega_1 = 2,5 \frac{C_{\max} - 2r_1}{b}, \quad \text{де } C_{\max} = 1,3 \frac{f}{b}. \quad (7.4)$$

Кут загострення вихідної кромки ω_2 або задається конструктором, або визначається за допомогою рекомендованого в [60] виразу:

$$\omega_2 = k_{\omega} \frac{0,14\omega_1}{0,2 + \omega_1}. \quad (7.5)$$

У формулах (7.4), (7.5) кути задані у радіанах. Коефіцієнт k_{ω} найчастіше задається рівним 1. Ним можна впливати на положення центра ваги профіля. У процесі побудови профілю кут ω_1 уточнюється з умови збереження заданої площі.

Зберігаючи величину горла a , для точки D маємо:

$$\left. \begin{aligned} x_D &= x_{0_2} + (a + r_2) \cos(\beta_{2C} + \delta); \\ y_D &= y_{0_2} - (a - r_2) \sin(\beta_{2C} + \delta) + t; \\ y'_D &= \operatorname{ctg}(\beta_{2C} + \delta). \end{aligned} \right\} \quad (7.6)$$

Вибір порядку й визначення коефіцієнтів поліномів, що описують контур профілю. При побудові опуклої й увігнутої частин профілю необхідно насамперед добитися сполучення кривих, що їх описують, з колами кромки, а для спинки профілю й з колом горла в точці D . Це значить, що ці криві повинні задовольняти граничним умовам, які задаються формулами (7.2), (7.6) для опуклої частини й (7.3) для увігнутої частини профілю.

У зв'язку з тим, що для спинки цих умов шість, а для коритця – чотири, то для того, щоб з'явилася можливість у широких межах варіювати обрисом профілю з метою одержання мінімальних втрат,

його опукла частина повинна описуватися поліномом вище 5-го, а ввігнута частина – вище 3-ї степеня.

Нехай порядок полінома буде n . У цьому випадку постає питання про правильний вибір $n-5$ граничних умов для опуклої частини профілю й $n-3$ граничних умов для ввігнутої його частини. Як останні можна взяти, наприклад, значення похідних високих порядків (друга і вище) у точках C_2 і K_2 .

Не зупиняючись поки на розв'язанні цієї задачі, припустимо, що граничні умови якимось чином обрані.

У зв'язку з тим, що кількість точок, у яких задаються граничні умови, може бути різною для опуклої й увігнутої частини профілю (про що вже говорилося вище), узагальнюючи сказане вище, розглянемо задачу визначення коефіцієнтів полінома у випадку задання граничних умов у довільній кількості точок.

Зазначена задача формулюється в такий спосіб:

потрібно знайти коефіцієнти полінома

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n, \quad (7.7)$$

який задовольняє в k точках $n+1$ граничній умові

$$\text{при } x = x_1: y = y_1, y' = y'_1, \dots, y^{(k_1-1)} = y_1^{(k_1-1)};$$

$$\text{при } x = x_2: y = y_2, y' = y'_2, \dots, y^{(k_2-1)} = y_2^{(k_2-1)};$$

$$\text{при } x = x_k: y = y_k, y' = y'_k, \dots, y^{(k_k-1)} = y_k^{(k_k-1)};$$

$$(k_1 + k_2 + k_3 + \dots + k_k = n + 1).$$

Продиференціюємо (7.7) $\ell = \max\{(k_1 - 1), (k_2 - 1), \dots, (k_k - 1)\}$ разів за x . Будемо приймати в (7.7) і в перших $k-1$, отриманих у результаті диференціювання (7.7), рівняннях $x = x_1$ потім в (7.7) і в перших k_{2-1} рівняннях $x = x_2$ і т.д., поки не пройдемо всі k точок, у яких

і стовпця правих частин якої визначаються за допомогою формул (7.9). Вирішуючи цю систему яким-небудь методом (наприклад, методом Гаусса), визначаємо коефіцієнти полінома (7.7) окремо для спинки й коритця профілю.

Обчислення площі профілю й метод її пригонки. Площа обчислюється за допомогою різниці інтегралів кривих, що описують опуклу й увігнуту частину профіля.

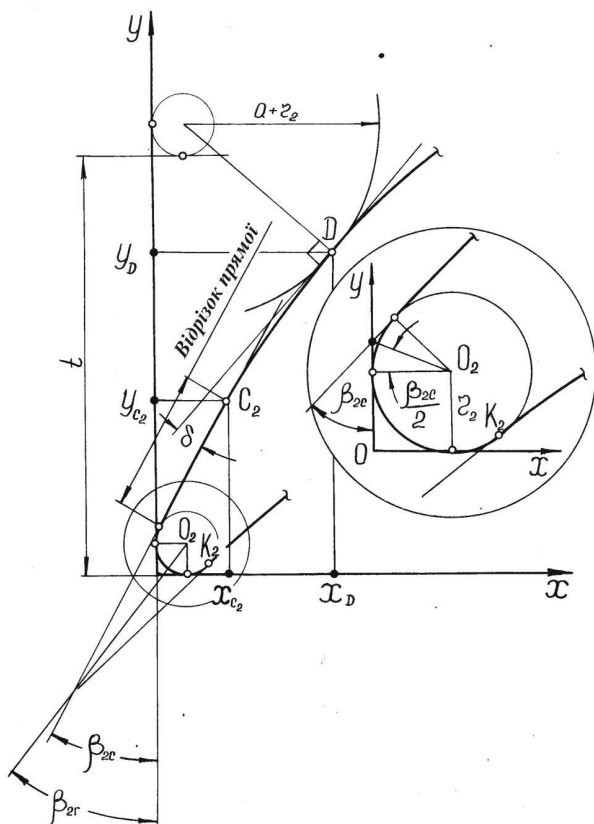
Добитися збігу площі із заданою можна варіюючи кут загострення передньої кромки ω_1 , повторюючи при цьому побудову профіля з формул (7.2), (7.3). Мінімізація нев'язки

$$F = |f(\omega_1) - f| \quad (7.10)$$

здійснюється за допомогою процедури «золотого поділу» одномірного пошуку екстремуму (розділ 2), де f - задана при проектуванні площа профілю, $f(\omega_1)$ - поточна площа профілю, відповідна до обраного значення кута загострення вхідної кромки ω_1 .

Побудова надзвукового профілю. Надзвукові профілі використовуються в кореневих перетинах напрямних і периферійних перетинах робочих лопаток останніх ступенів потужних парових турбін. Для їхнього проектування застосовуються спеціальні методи, що враховують увесь комплекс складних процесів, які мають місце при трансзвуковій і надзвуковій течіях. У даному підручнику такого роду профілі не розглядаються. Однак слід зазначити, що розроблена методика проектування турбінних профілів дозволяє робити побудову косого зрізу із прямолінійною ділянкою. Як показують досліди, такі профілі можуть використовуватися при надзвукових режимах витікання й непогано працюють в умовах, відмінних від номіналь-

У випадку побудови профілю із прямолінійною ділянкою в ко-
сому зрізі точка C_2 зміщується убік горла міжлопаткового каналу до
точки D (рис. 7.2).



Рівняння прямої, що описує прямолінійну ділянку косого зрізу,
вигляд

$$y = \operatorname{tg}(90^\circ - \beta_{2C})x + r_2 \left(1 + \operatorname{tg} \frac{\beta_{2C}}{2} \right). \quad (7.11)$$

Змінюючи значення x від $x_{C_2} = x_{0_2} - r_2 \cdot \cos \beta_{2C}$ до $x_{C_2} = x_D$, можна змінювати величину прямолінійної ділянки косого зрізу, обчислюючи величину y_{C_2} за рівнянням (7.11). Природно, з наближенням точки C_2 до точки D кут відгину вихідної кромки δ наближається до нуля.

Подальша побудова опуклої й увігнутої частин профілю наводиться за викладеною вище методикою.

Рекомендації з побудови пера робочої лопатки. При побудові пера лопатки необхідно враховувати цілий ряд додаткових вимог, пов'язаних з технологічними й міцнісними обмеженнями. Необхідно, щоб поверхня лопатки не була ввігнутою, проекції кромки лопатки на меридіанну площину або були прямолінійні, або описувалися плавними кривими, або одна із кромки – прямолінійна, інша – плавна крива. Центри ваги всіх профілів повинні збігатися або не виходити за межі припустимих відхилень від прямої, що з'єднує центри ваги кореневого й периферійного перетину.

Ці вимоги можуть бути дотримані шляхом варіювання в невеликих межах:

1) хордою профілю b і кутом установки профілю β_y для одержання прийнятої форми пера лопатки в меридіанній площині й усунення місцевих провалів і випуклостей;

2) кутом загострення вихідної кромки ω_2 для зсуву центру ваги профілю в потрібному напрямку на необхідну величину.

7.2. Алгоритм побудови оптимального профілю за геометричним критерієм якості

При використанні для утворення контуру профілю поліномів степеня n ($n > 5$ для опуклої частини профілю й $n > 3$ для ввігнутої частини) постає питання про правильний вибір відсутніх $n-5$ (або $n-3$) граничних умов, які необхідно вибирати, виходячи з вимоги аеродинамічної досконалості профілю.

Однією з вимог побудови турбінних профілів з добрими аеродинамічними якостями є плавно мінлива кривизна уздовж контуру профілю [60]. На жаль, питання, що стосується характеру зміни кривизни уздовж контуру, у цей час до кінця не вивчене.

Як геометричний критерій, що забезпечує плавну зміну кривизни в найменшому діапазоні її зміни за умови відсутності перегинів на профілі, можна взяти величину максимального значення кривизни контуру профілю в інтервалі $[x_{C_2}, x_{C_1}]$ для спинки й $[x_{K_2}, x_{K_1}]$ для коритця, вибравши її мінімальною із усіх можливих значень при побудові профілю із прийнятими параметрами й обмеженнями. Вимога відсутності стрибків кривизни при описі контуру профілю степеневими поліномами автоматично виконується, тому що всі похідні полінома – безперервні функції. Умовимося вважати визначені, виходячи з сформульованого вище геометричного критерію якості, відсутні граничні умови у вигляді похідних високих порядків у точках C_2 і K_2 складовими деякого вектора \vec{Y} . Для ввігнутої частини профілю вектор параметрів, що варіюються, \vec{Y} має вигляд

$$\vec{Y}_K = \{y_{K_2}''', y_{K_2}''''', \dots, y_{K_2}^{(n-3)}\}.$$

Для опуклої частини до похідних високих порядків додається конструктивний кут виходу $\beta_{2\Gamma}$ і, за бажанням конструктора, кут відгину вихідної кромки δ

$$\bar{Y}_C = \{y''_{C_2}, y'''_{C_2}, \dots, y^{(n-5)}_{C_2}, \beta_{2\Gamma}, \delta\}.$$

Для побудови оптимального профілю береться такий вектор \bar{Y}_{opt} , який забезпечує мінімум функціоналу:

$$F(\bar{Y}) = \max |k|, \quad (7.12)$$

де $k = y'' / \sqrt{[1 + (y')^2]^3}$ – кривизна контуру профілю, а максимум шукається в інтервалі $[x_{C_2}, x_{C_1}]$ для опуклої частини профілю й $[x_{K_2}, x_{K_1}]$ – для ввігнутої частини профілю за допомогою одного з методів одновимірного пошуку [10].

Сформульована задача мінімізації функціонала (7.12) може бути вирішена за допомогою методів нелінійного програмування. У цьому випадку дуже вдалим виявився алгоритм пошуку екстремуму за деформованим багатогранником, розроблений Нелдером і Мідом (розд. 2, [10]). З його допомогою у всіх випадках вдавалося швидко й надійно визначати складові векторів \bar{Y}_{Copt} і \bar{Y}_{Kopt} . Цей алгоритм мінімізує функцію незалежних змінних, використовуючи при цьому $n+1$ вершину деформованого багатогранника в просторі E^n . Кожна вершина може бути ідентифікована вектором \bar{Y} . Вершина, у якій значення $F(\bar{Y})$ максимальне, проектується через центр ваги вершин, що залишилися, і послідовно замінюється точками, у яких цільова

функція має менше значення. Процес триває доти, поки не буде знайдений мінімум $F(\vec{Y})$.

Алгоритм побудови оптимального профілю за геометричним критерієм якості зводиться до такого.

1. За заданими величинами радіусів вхідної й вихідної кромки r_1 і r_2 , хорди профілю b , прийнятого або визначеного за однією з рекомендованих залежностей кута установки профілю β_y , обчислюються за допомогою (7.1) координати центрів кіл вхідної і вихідної кромки.

2. Задається величина кута загострення вхідної кромки ω_1 .

3. Вибирається початкове наближення для $\beta_{2\Gamma}$, δ , за допомогою яких і прийнятої величини ω_2 за формулами (7.2), (7.6) визначаються координати точок C_1 , C_2 і D , а також перші похідні від них.

4. Визначаються коефіцієнти полінома (7.7), що описує опуклу частину профілю, за методикою, викладеною вище. При цьому похідні високих порядків $y''_{C_2}, y'''_{C_2}, \dots, y^{(n-5)}_{C_2}$ задаються як початкове наближення на першому кроці й уточнюються в процесі оптимізації.

5. За допомогою одного з методів одновимірного пошуку визначаються значення цільової функції максимуму кривизни $\max|k|$. Далі по програмі пошуку екстремуму шукається мінімум функціонала

$$F(\vec{Y}) = \max|k|.$$

Мінімум функціонала відповідає оптимальному значенню вектора варійованих параметрів $\vec{Y}_{opt} = \{y''_{C_2}, y'''_{C_2}, \dots, y^{(n-5)}_{C_2}, \beta_{2\hat{A}}, \delta\}$, за якими на даному етапі побудови профілю й визначаються коефіцієнти полінома (7.7) профілю, що описує спинку.

6. За формулами (7.3) обчислюються координати точок K_1 , K_2 , а також перші похідні в них. Варіюючи вектором

$\vec{Y}_K = \{y_{K_2}^{''}, y_{K_2}^{'''}, \dots, y_{K_2}^{(n-3)}\}$, за допомогою програми оптимізації шукається величина $\vec{Y}_{\text{Копт}}$ й коефіцієнти полінома, що описує ввігнуту частину профілю.

7. Визначається площа профілю $f(\omega_1)$ й відхилу $F = |f(\omega_1) - f|$. Задається нове значення ω_1 і процес побудови профілю здійснюється знову з пункту 3. Як вказувалося вище, мінімум відхилу $F = |f(\omega_1) - f|$ досягається за допомогою процедури «золотого поділу» одномірного пошуку екстремуму (розд. 2).

Був розроблений також трохи інший алгоритм побудови оптимального профілю за геометричним критерієм якості.

Основні етапи алгоритму такі.

1. Задавшись конструктивним кутом виходу $\beta_{2A} = \arcsin a/t$, визначаємо в першому наближенні кут установки профілю в решітках за рекомендованою в [60] формулою

$$\text{tg}\beta_y = 0,2 + 0,8(\beta_{1\Gamma} - \beta_{2\Gamma}),$$

а також координати центрів окружностей вхідних і вихідних кромок O_1 і O_2 , використовуючи задані величини радіусів r_1 і r_2 , хорди b .

2. Обчисливши за формулами (7.4), (7.5) кути загострення кромок ω_1 і ω_2 , визначимо координати точок дотику C_1 і C_2 на опуклій частині, K_1 і K_2 на ввігнутій частині профілю, а також перші похідні в них.

3. Визначаємо коефіцієнти полінома (7.7), що описує опуклу частину профілю. Похідні високих порядків $y_{C_2}^{''}, y_{C_2}^{'''}, \dots, y_{C_2}^{(n-3)}$, необ-

хідні для визначення коефіцієнтів, задаються як початкове наближення на першому кроці й уточнюються в процесі оптимізації.

4. За допомогою методу одновимірного пошуку екстремуму – методу «золотого поділу», в інтервалі x_{C_2}, x_{C_1} вираховується значення максимуму кривизни $\max|k|$, мінімум якого визначається за допомогою методу Нелдера–Міда (розд. 2) нелінійного програмування, змінюючи вектор варіюваних параметрів $Y_C = \{y_{C_2}^{\prime\prime}, y_{C_2}^{\prime\prime\prime}, \dots, y_{C_2}^{(n-3)}\}$.

5. Побудувавши опуклу частину профілю, опускаємо на неї перпендикуляр із центру кола O_2 вихідної кромки сусіднього в решітках профілю й визначаємо величину горла міжлопаткового каналу O_2D-r_2 . Визначивши різницю між отриманою й заданою величиною горла

$$\Delta a = \frac{x_D - x_{O_2}}{y_D'} \sqrt{1 + [y_D']^2} - (a + r_2),$$

уточнюємо, за рекомендаціями [60], кут установки профілю β_y і конструктивний кут виходу $\beta_{2\Gamma}$:

$$\operatorname{tg} \beta_y(i+1) = \frac{\operatorname{tg} \beta_{yi} + \Delta \beta_{yi}}{1 - \operatorname{tg} \beta_{yi} \Delta \beta_{yi}},$$

$$\beta_{2\Gamma}(i+1) = \beta_{2\Gamma i} - \Delta \beta_{yi},$$

де

$$\Delta \beta_{yi} = \frac{\Delta a}{2\sqrt{(x_D - x_{O_2})^2 + y_D^2}}.$$

Процес побудови опуклої частини профілю продовжуємо з п.1 доти, поки горло не буде дотримано з необхідною точністю.

6. Варіюючи вектором $\bar{Y}_K = \{y_{K2}''', y_{K2}''', \dots, y_{K2}^{(n-3)}\}$, за допомогою програми оптимізації в інтервалі x_{K2}, x_{K1} шукається величина \bar{Y}_{Kopt} й коефіцієнти полінома, що описує ввігнуту частину профілю (пп. 3, 4).

7. Визначається площа профілю $f(\omega_1)$ й відхилю $F = |f(\omega_1) - f|$. Задається нове значення ω_1 і процес побудови профілю здійснюється знову з п. 2. Мінімізація відхилю F досягається за допомогою одновимірного пошуку екстремуму.

8. Одним з можливих методів розраховується розподіл швидкості по обводу профілю, приграничний шар. Контроль якості профілю здійснюється за характером розподілу швидкості по його обводу, величиною профільних втрат і критерієм відриву приграничного шару.

Розрахунок епюри швидкостей обтікання плоских решіток і обчислення коефіцієнтів втрат проводиться шляхом послідовного рішення таких задач: розрахунок потенційного обтікання ідеальною нестисливою рідиною плоских решіток; наближене врахування стисливості робочого тіла; розрахунок приграничного шару й визначення коефіцієнта втрат.

Методи розрахунку потенційного обтікання ідеальною нестисливою рідиною плоских решіток можуть бути розділені на методи, оснований на конформному перетворенні області течії, й на методи рішення задач, що зводяться до інтегральних рівнянь [42, 60]. В останньому випадку задача може бути зведена до відшукування рішення такого інтегрального рівняння [42]:

$$\varphi(S) = 2W_{\infty}(x \cos \beta_{\infty} + y \sin \beta_{\infty}) + \Gamma K_b - \int_L \varphi(\sigma) \frac{dK}{d\sigma} d\sigma, \quad (7.13)$$

де $\varphi(S)$ – потенціал швидкості, шукана функція:

$$K = \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{th} \frac{\pi}{t}(\eta - y)}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{t}(\xi - x)};$$

$$K_B = \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{th} \frac{\pi}{t}(y_B - y)}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{t}(x_B - x)} - \text{відповідає вихідній кромці};$$

x, y, ξ, η – координати точок профілю;

x_B, y_B – координати точки B – точки сходу потоку із задньої кромки профілю;

S і σ – дугова координата;

t – крок решітки;

$$\vec{W}_{\infty} = \frac{1}{2}(\vec{W}_1 + \vec{W}_2) - \text{середньовекторна швидкість};$$

β_{∞} – кут між вектором \vec{W}_{∞} і віссю Ox ;

Γ – циркуляція швидкості.

Величини $\vec{W}_{\infty}, \beta_{\infty}$ і Γ знаходяться із рівнянь

$$\left. \begin{aligned} W_1 \sin \beta_1 &= W_2 \sin \beta_2 = W_{\infty} \sin \beta_{\infty}; \\ \Gamma &= t(W_1 \cos \beta_1 - W_2 \cos \beta_2) \end{aligned} \right\} \quad (7.14)$$

і умови сходу потоку з вихідної кромки профілю, що дозволяє визначити кут виходу потоку β_2 . У якості такої умови у випадку загостреної вихідної кромки використовується постулат Жуковського – Чаплигіна про рівність нулю швидкості в кутовій точці $(d\varphi/dS)_{S=S_B} = 0$, а у випадку округленої вихідної кромки приблизно приймається рівність швидкостей із двох сторін вихідної кромки в точках їх різкого зменшення поблизу критичної точки

$$\left(\frac{d\varphi}{dS}\right)_{S_B+\varepsilon_1} = \left(\frac{d\varphi}{dS}\right)_{\delta_B-\varepsilon_2}. \quad (7.15)$$

Функція $\Theta = K\pi$ скрізь безперервна, за винятком точок прямої $\sigma = S$, де вона розривається зі стрибком, рівним π .

$$\Theta(S, S-0) - \Theta(S, S+0) = \pi.$$

Усунення розривів (крім точки, відповідної вихідній кромці) здійснюється відповідним нормуванням цієї функції [42].

Залежність (7.13) являє собою інтегральне рівняння Фредгольма другого роду з безперервним ядром $dK/d\sigma$.

Інтегральне рівняння (7.13), співвідношення (7.14) і граничні умови (7.15) являють собою замкнену систему рівнянь задачі про обтікання решіток профілів. Вирішуючи її, знаходимо функцію $\varphi(S)$. Рішення поставленої задачі проводиться за [42]. Швидкості на контурі профілю знаходять диференціюванням потенціалу $\varphi(S)$ за S .

$$W(S) = d\varphi/dS. \quad (7.16)$$

З цією метою вигідно застосовувати формули диференціювання зі змінним кроком, що обумовлюється:

- підвищеною щільністю точок на кромках профілю;
- нерівномірними кроками за довжиною контуру профілю на опуклій і ввігнутій його частині при постійному кроці розбивки профілю за абсцисою системи координат.

Формули диференціювання потенціалу швидкості $\phi(S)$ зі змінним кроком отримуються із інтерполяційного полінома Ньютона для функції $y(x)$, заданої таблично в нерівновіддалених точках, який записується у такому вигляді:

$$y(x) = y_0 + [x_0, x_1](x_1 - x_0) + [x_0, x_1, x_2](x - x_0)(x - x_1) + \dots + [x_0, x_1, \dots, x_n](x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1}) + \dots \quad (7.17)$$

Тут $[x_0, x_1], [x_0, x_1, x_2], \dots, [x_0, x_1, \dots, x_n]$ – роздільні різниці відповідно 1-го, 2-го, ..., n -го порядків. Вони визначаються в такий спосіб:

$$\begin{aligned} [x_i, x_{i+1}] &= \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i}, \\ [x_i, x_{i+1}, x_{i+2}] &= \frac{[x_{i+1}, x_{i+2}] - [x_i, x_{i+1}]}{x_{i+2} - x_i}, \\ &\dots\dots\dots \\ [x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+n}] &= \frac{[x_{i+1}, x_{i+2}, \dots, x_{i+n}] - [x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+n-1}]}{x_{i+n} - x_i}. \end{aligned}$$

Диференціюючи (5.17) за x , одержуємо

$$y'(x) = [x_0, x_1] + [x_0, x_1, x_2] \cdot [(x - x_0) + (x - x_1)] + [x_0, x_1, x_2, x_3] \cdot [(x - x_0)(x - x_1) + (x - x_1)(x - x_2) + (x - x_0)(x - x_2)] + \dots$$

У розрахунках прийнятна точність забезпечується збереженням в останньому виразі перших два члени розкладання, тобто якщо прийняти

$$y'(x) = [x_0, x_1] + [x_0, x_1, x_2](2x - x_0 - x_1). \quad (7.18)$$

Скориставшись цією формулою, визначимо значення $y'(x)$ для трьох можливих випадків, коли x є внутрішньою точкою, лівим і правим кінцем інтервалу, у якому задана функція $y(x)$:

$$\left. \begin{aligned} x = x_1 : y'(x_1) &= [x_0, x_1] + [x_0, x_1, x_2](x_1 - x_0); \\ x = x_0 : y'(x_0) &= [x_0, x_1] + [x_0, x_1, x_2](x_0 - x_1); \\ x = x_2 : y'(x_2) &= [x_0, x_1] + [x_0, x_1, x_2](2x_2 - x_0 - x_1). \end{aligned} \right\} \quad (7.19)$$

Останні три формули й використовуються для диференціювання потенціалу швидкості $\varphi(S)$.

Наближена оцінка впливу стисливості робочого тіла проводиться за допомогою співвідношення [62]

$$\tilde{\lambda} = 2\lambda \sqrt{\frac{(m-1)^{m-1}}{(m+1)^{m+1}}} \sqrt{\frac{(m-U)^m}{(m-U)^{m-1}(U+1)^2}}, \quad (7.20)$$

де

$$m = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}}; U = m \sqrt{\frac{1-\lambda^2}{m^2-\lambda^2}}; \lambda = \frac{W_{C_{ст}}}{a_*};$$

k – показник адіапати; $W_{ст}$ – швидкість обтікання решітки робочим тілом.

За заданим значенням числа Маха на вході в решітку M_1 визначається λ . Використовуючи співвідношення (7.20), визначаємо $\tilde{\lambda}_1$ потоку, що набігає, у площині фіктивної течії, потім розподіл величини $\tilde{\lambda}$ за контуром профілю з рівності $\tilde{\lambda} = (W/W_1)\tilde{\lambda}_1$, де W/W_1 – швидкість за обводом профілю при обтіканні нестисливою рідиною, віднесена до швидкості потоку, що набігає. Далі, підставляючи значення $\tilde{\lambda}$ в (7.20), шляхом зворотного перерахування визначаємо значення λ , на підставі якого легко може бути знайдено й розподіл швидкості за обводом профілю.

Визначення коефіцієнта профільних втрат. Розглядаючи коефіцієнт профільних втрат $\zeta_{пр}$ як суму коефіцієнтів втрат тертя $\zeta_{тр}$ й кромочних втрат $\zeta_{кр}$, скориставшись пропонованою в [35] наближеною формулою, вираз для визначення величини $\zeta_{пр}$ запишемо у вигляді

$$\zeta_{пр} = 2 \frac{\delta_{сп}^{**} + \delta_{к}^{**}}{t \sin \beta_2} + 0,1 \frac{2r_2}{t \sin \beta_2}, \quad (7.21)$$

де $\delta_{сп}^{**}$, $\delta_{к}^{**}$, – товщини втрат імпульсів на опуклій і ввігнутій частині профілю.

Розрахунок граничного шару може бути зроблений відомими методами теорії приграничного шару [35]. На думку ряду дослідників [35], є підстави вважати приграничний шар у реальних решітках турбомашин повністю турбулентним. Принаймні розрахунок усього приграничного шару як турбулентного не дає занижених значень коефіцієнтів втрат у решітках. До значень чисел $Re < 1,5$ розрахунок приграничного шару на одиночних профілях решіток можна із задовільною точністю робити як у нестисливій рідині [35]. Як можливу розрахункову формулу для визначення товщини втрати імпульсу можна взяти вираз, одержуваний при рішенні турбулентного приграничного шару за методом Л.Г. Лойцяньського:

$$\delta^{**} = 0,0159 Re^{-0,15} W_2^{-3,55} \left(\int_0^S W^4 dS \right)^{0,85}, \quad (7.22)$$

де Re – число Рейнольдса; W_2 – швидкість на виході із решітки; $W(S)$ – функція розподілу швидкостей за обводом профілю.

Інтеграл у формулі (7.22) може бути обчислений яким-небудь чисельним методом. Визначивши за допомогою (7.22) величини $\delta_{сп}^{**}$ й δ_k^{**} , підставивши їх значення в (7.21), знаходимо коефіцієнт профільних втрат.

7.3. Метод проектування аеродинамічно досконалих профілів за мінімумом профільних втрат

Більш правильною постановкою задачі створення оптимального профілю решітки, що забезпечує розрахункові параметри потоку на виході й задовольняє вимогам міцності й технологічності, є задача профілювання, у якості функції мети в якій виступають профільні (а найкраще – інтегральні) втрати.

Як уже зазначалося, коефіцієнт профільних втрат $\zeta_{\text{пр}}$ умовно можна представити як суму коефіцієнтів втрат тертя на профілі $\zeta_{\text{тр}}$ й коефіцієнта кромкових втрат $\zeta_{\text{кр}}$.

Враховуючи, що коефіцієнт кромкових втрат $\zeta_{\text{кр}}$ пов'язаний з кінцевою товщиною вихідних кромок, величина яких є заданою, і практично не залежить від конфігурації профілю, функцію мети можна прийняти у вигляді [35]

$$\zeta_{\text{тр}} = 2 \frac{\delta_C^{**} + \delta_K^{**}}{t \cdot \sin \beta_2}. \quad (7.23)$$

На умови обтікання профілю необхідно накласти обмеження, що виключає відрив приграничного шару. Тільки у випадку безвідривного обтікання можна вести мову про мінімальні профільні втрати.

Умову безвідривного обтікання згідно з критерієм Бурі можна записати у вигляді [35]:

$$-\frac{\delta^{**}}{W} \frac{dW}{dS} \leq B (\text{Re}^{**})^{-\frac{1}{m}}, \quad (7.24)$$

де $\text{Re}^{**} = \text{Re} \delta^{**} / b$, значення констант B і m можна взяти згідно з [63] рівними: $B = 0,013 \dots 0,020$, $m = 6$.

Ставиться задача визначення коефіцієнтів поліномів (7.7) для опису опуклої й увігнутої частини профілю із заданими геометричними, міцнісними й технологічними характеристиками таким чином,

щоб досягався мінімум функціонала (7.23) і задовольнялося обмеження (7.24).

Сформульована задача оптимального профілювання є суттєво нелінійною з обмеженням у вигляді нерівності й математично формулюється в такий спосіб:

$$\text{знайти} \quad \min \{f(\vec{Y}) \mid g(\vec{Y}) \geq 0\}, \quad (7.25)$$

тут \vec{Y} – вектор параметрів, що варіюються:

$$\vec{Y} = \{\beta_y, \beta_{2\Gamma}, \delta, \beta_{1\Gamma}, y_{C_2}''', y_{C_2}''', \dots, y_{C_2}^{(n-5)}, y_{K_2}'', y_{K_2}''', \dots, y_{K_2}^{(n-3)}\}$$

$f(\vec{Y})$ – цільова функція, значення якої в розглянутій задачі виходить з рівняння для коефіцієнта тертя (7.23);

$g(\vec{Y})$ – функція обмеження, яку, виходячи із критерію відриву Бурі (7.24), визначимо таким чином:

$$g(\vec{Y}) = \max g_i(\vec{Y}). \quad (7.26)$$

Тут

$$g_i(\vec{Y}) = \begin{cases} G_i, & \text{за } G_i > 0 \\ 0, & \text{за } G_i < 0, \end{cases}$$

де

$$G_i = B \cdot (\text{Re}^{**})^{-\frac{1}{m}} + \frac{\delta_i^{**}}{W_i} \left(\frac{dW}{dS} \right)_i, \quad (7.27)$$

$i = 0, 1, 2, \dots, 2n$ ($2n$ – число точок розбивки контуру профілю).

Застосовуючи в рішенні поставленої задачі метод штрафних функцій (розд. 2, [10]), зводимо задачі пошуку екстремуму при наявності обмеження до задачі без обмеження. Складемо узагальнений функціонал I^*

$$I^* = \zeta_{\text{mp}} + \Lambda g(\vec{Y}), \quad (7.28)$$

де Λ – штрафний коефіцієнт.

Для безумовної мінімізації функціонала (7.28) застосовувався алгоритм, що вже раніше використовувався для пошуку екстремуму за деформованим багатогранником, запропонований Нелдером і Мідом (розд. 2, [10]).

Алгоритм побудови оптимального профілю за мінімумом профільних втрат такий.

1. Як вихідні дані для профілювання на підставі теплового розрахунку й з умов міцності й технологічності вводяться величини:

a – горло міжлопаткового каналу;

b – хорда профілю; t – крок решітки; f – площа профілю;

r_1 і r_2 – радіуси скруглення вхідної і вихідної кромки;

ω_2 – кут загострення вихідної кромки.

2. Вибираються початкові наближення для кута загострення вхідної кромки ω_1 , кута установки профілю β_y , геометричних (конструктивних) кутів входу $\beta_{1Г}$ и виходу $\beta_{2Г}$, кута відгину δ , похідних високих порядків $y''_{C_2}, y'''_{C_2}, \dots, y^{(n-5)}_{C_2}, y''_{K_2}, y'''_{K_2}, \dots, y^{(n-3)}_{K_2}$.

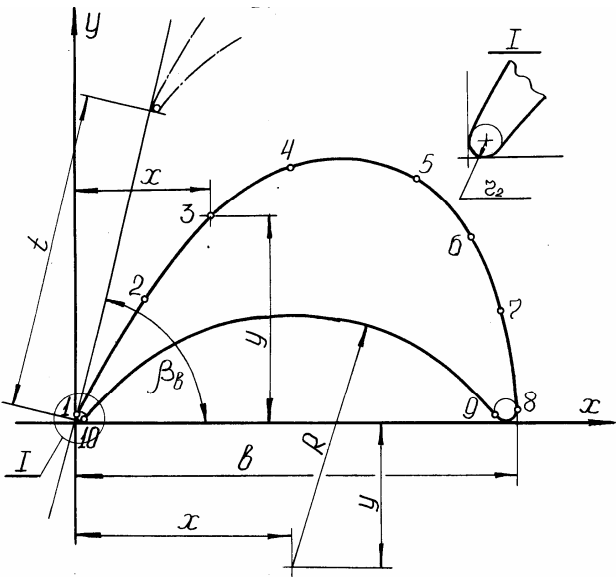
3. Визначаються координати точок C_1, C_2, D, K_1, K_2 , а також перші похідні в них.

4. Знаходяться коефіцієнти поліномів (7.7), що описують опуклу й увігнуту частину профілю, за методикою, викладеною в підрозд. 7.1.

5. Визначається площа профілю $f(\omega_1)$ й за допомогою одного з методів одновимірного пошуку, варіюючи кутом ω_1 , знаходиться мінімум відхилю $F = |f(\omega_1) - f|$. При цьому процес побудови профіля здійснюється з п. 2.

6. Розраховується епора швидкостей обтікання профілю, а та-

кож, використовуючи формулу (7.22), за виразом (7.23) величина коефіцієнта тертя $\zeta_{\text{тр}}$ й значення G_i за (7.27).



Дуги	Радіуси й координати центрів дуг, мм			Дуги	Радіуси й координати центрів дуг, мм		
	R	x	y		R	x	y
1–2	1057,0	951,6247	–455,8897	6–7	277,5	134,1478	41,244
2–3	455,0	446,4076	–128,5415	7–8	750,0	–325,8325	–66,7955
3–4	210,0	275,1959	46,7023	8–9	11,55	408,4469	11,5460
4–5	137,7	250,8724	114,7901	9–10	242,99	203,8004	–139,8127
5–6	155,0	241,50	100,2534	10–1	3,33	3,33	3,33

Рис. 7.3. Профіль 1ММК

β_b °	76°26'	Точки сполучення	Координати, мм		Точки сполучення	Координати, мм	
b мм	420,0		x	y		x	y
$\delta_{\text{вих}}, \text{мм}$	6,66	1	0,3334	4,7837	6	377,3304	174,9175
$\delta_{\text{вих}}$	$1,59 \cdot 10^{-2}$	2	64,5584	118,8692	7	404,2919	104,6999
C , мм	153,6276	3	128,4423	196,9085	8	419,9	12,7715
t , мм	303,240	4	204,5439	244,4601	9	399,1575	4,6840
f , см ²	479,962	5	324,6853	230,7689	10	6,0428	1,3995

Рис. 7.3. Профіль 1ММК (продовження)

7. Звертаємося до підпрограми оптимізації для знаходження мінімуму функціонала (7.28), щораз роблячи пригонку площі профілю перед обчисленням функції мети. Мінімум функціонала (7.28) відповідає оптимальному значенню вектора параметрів, що варіюються:

$$\vec{Y}_{opt} = \{\beta_y, \beta_{2\Gamma}, \delta, \beta_{1\Gamma}, y_{C_2}^{''}, y_{C_2}^{'''}, \dots, y_{C_2}^{(n-5)}, y_{K_2}^{''}, y_{K_2}^{'''}, \dots, y_{K_2}^{(n-3)}\}.$$

8. Проводиться побудова оптимального профілю, що задовольняє міцнісним геометричним і технологічним обмеженням, а також забезпечує мінімальні профільні втрати при збереженні безвідривного обтікання.

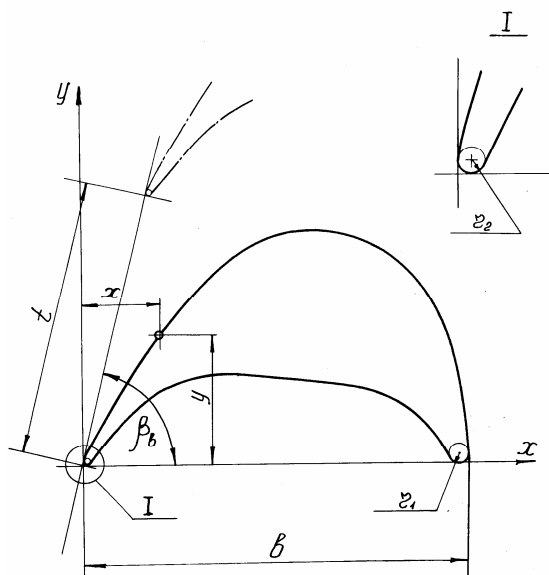
При бажанні конструктора оптимізацію також можна провести й за параметром t/b , а також за кутом загострення вихідної кромки ω_2 .

7.4. Результати профілювання за допомогою розроблених алгоритмів

Створені алгоритми профілювання дозволяють спроектувати ряд решіток турбінних профілів. Деякі результати виконаної роботи наводяться в цьому підрозділі.

7.4.1. Конфузорні решітки профілів

А. Як вихідний (1И) був узятий профіль $P2$, що ввійшов у ОСТ і який володіє високими аеродинамічними якостями й широко використовується сьогодні у турбобудуванні. При цьому прийняті були такі умови обтікання, які забезпечували (відповідно до ОСТ-108, 1978) найменші з можливих втрати профілю $P2$ (1И): $\bar{t} = t/b = 0,722$, $\beta_b = 76^\circ 26'$, $\beta_l = 29^\circ 30'$. Зберігши основні, необхідні для машинного профілювання, вихідні дані (\bar{t} , β_b , b , a , f , r_1 , r_2 , β_1) за допомогою розроблених алгоритмів на ЕОМ були отримані нові профілі: 1ММК (за геометричним критерієм якості – мінімуму максимуму кривизни) і 1МПП (за мінімумом профільних втрат). З технологічних міркувань згодом обвід профілю 1ММК був апроксимований радіусами (рис. 7.3, 7.4, [3]). На рис. 7.5 – 7.7 показано розподіл швидкості й параметра B (критерій відриву приграничного шару за Бурі, формула (7.24)) уздовж обводів вихідного й знову створених профілів. Розрахункові величини профільних втрат $\zeta_{\text{пр}}$ відповідно рівні 3,35; 3,16 і 3,00 %. Звертає на себе увагу різний закон зміни за обводами профілів параметра B . Очевидно, про можливість відриву приграничного шару або інтенсивного його стовщення (що веде до підвищених втрат) необхідно судити не тільки за максимальною величиною параметра B , яка (як правило) досягається в косому зрізі решітки, але й за характером зміни його усередині каналу до початку косого зрізу, особливо на опуклій стороні профілю.



β_b , °	76°26'
b , мм	420,0
$\delta_{\text{вих}}$, мм	6,66
$\bar{\delta}_{\text{вих}}$	$1,59 \cdot 10^{-2}$
C , мм	164
t , мм	303,240
f , см ²	479,0

X_{O_2} , мм	3,33
Y_{O_2} , мм	3,33
r_2 , мм	3,33
X_{O_1} , мм	408,451
Y_{O_1} , мм	11,55
r_1 , мм	11,55

Рис. 7.4. Профіль 1МПП

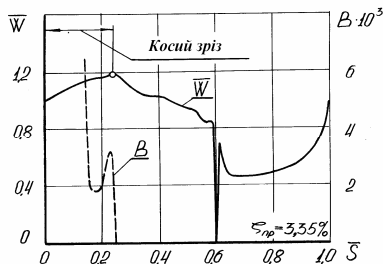


Рис. 7.5. Розподіл швидкості й параметра B (критерій відриву приграничного шару за Бурі) уздовж обводу профілю 1И (P2). Розрахункова величина коефіцієнта профільних втрат $\zeta_{np} = 3,35\%$.

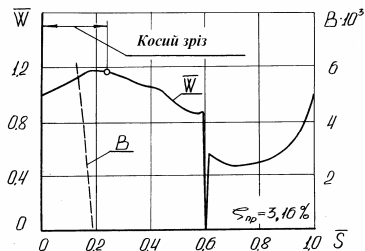


Рис. 7.6. Розподіл швидкості й параметра B уздовж обводу профілю 1ММК. Розрахункова величина коефіцієнта профільних втрат $\zeta_{np} = 3,16\%$.

Результати порівняльних випробувань решіток 1И, 1ММК і 1МПП при однаковому розрахунковому куті натікання $\beta_1 = 29^\circ 30'$ показані на рис. 7.8. У більш повному обсязі результати експериментальних досліджень наведено в розд. 8.

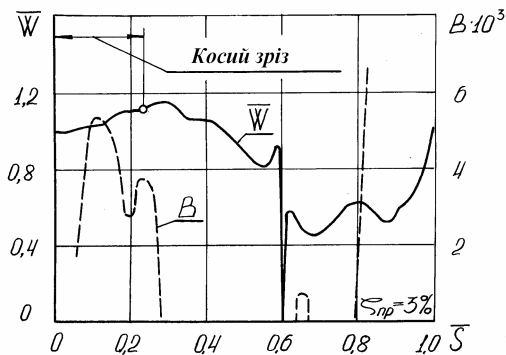


Рис. 7.7. Розподіл швидкості й параметра B (критерій відриву приграничного шару за Бурі) уздовж обводу профілю 1МПП. Розрахункова величина коефіцієнта профільних втрат $\zeta_{np} = 3,0\%$.

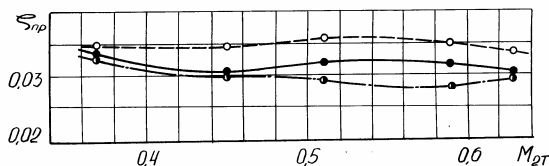
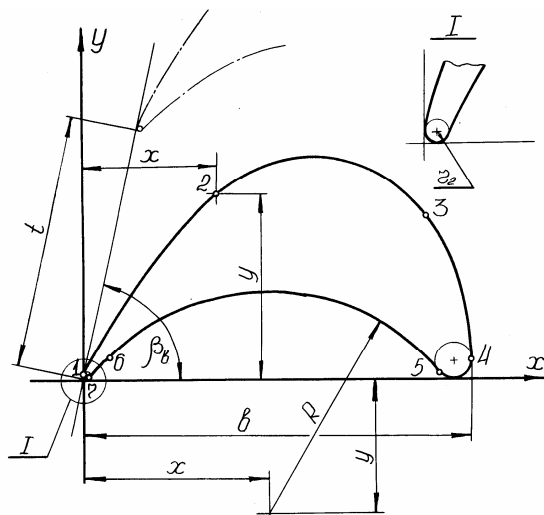


Рис. 7.8. Результати порівняльних експериментальних досліджень решіток 1И (---○---), 1МК (—●—), 1МПП (—●— · —) при однаковому розрахунковому куті натікання потоку $\beta_1 = 29^\circ 30'$.

Особливо слід зупинитися на профілюванні решіток за мінімумом профільних втрат. Успіх створення таких профілів залежить від наявності надійних і достовірних методик розрахунку розподілу швидкості по обводу профілю, розрахунку приграничного шару, надійного критерію, що характеризує можливість відриву приграничного шару й ін. При цьому величезне значення має правильна оцінка й врахування реальних умов обтікання профілю (нестационарність, ступінь турбулентності, діапазон зміни кутів натікання потоку і т.д.). Отриманий на кафедрі турбінобудування НТУ «ХП» позитивний результат при одному розрахунковому куті натікання потоку $\beta_1 = 29^\circ 30'$, у випадку визначення розподілу швидкості по обводу профілю за допомогою інтегральних рівнянь, у припущенні повністю турбулентного приграничного шару й спрощеному методі його розрахунку, при оцінці можливого відриву приграничного шару за критерієм Бурі (а він далеко не єдиний) свідчить про правомірність постановки задачі в запропонованому вигляді й про реальну можливість досягнення поставленої мети.

Б. У наступному прикладі як вихідний профіль 2И використовується кореневий перетин робочої лопатки 3-го ступеня ЦНТ парової турбіни К-500-240-2 (рис 7.9).



Дуги	Радіуси й координати центрів дуг, мм			Дуги	Радіуси й координати центрів дуг, мм		
	R	x	y		R	x	y
1–2	651,618	590,038	–272,417	5–6	240,265	198,618	–144,540
2–3	150,706	247,302	92,953	6–7	627,59	474,119	–416,721
3–4	271,765	147,913	23,878	7–1	3,397	3,397	3,397
4–5	19,579	400,061	19,565				

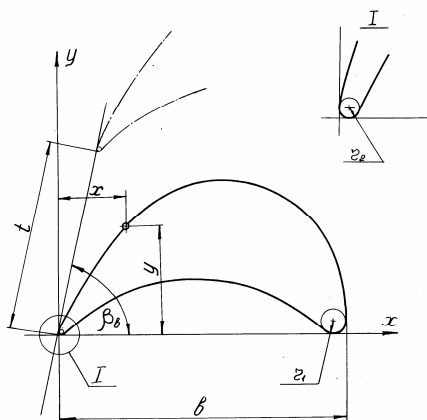
β_b , °	78°	Точки сполу- чення	Координати, мм		Точки сполу- чення	Координати, мм	
b , мм	420		x	y		x	y
$\delta_{вих}$, мм	6,794	1	0,3012	4,741	5	384,887	7,221
$\bar{\delta}_{вих}$	$1,62 \cdot 10^{-2}$	2	144,179	202,854	6	27,683	24,286
C , мм	152,873	3	371,046	179,015	7	5,928	1,118
t , мм	276	4	419,638	19,235			
f , см ²	482,46	–	–	–	–	–	–

Рис. 7.9. Профіль 2И (кореневий перетин робочої лопатки 3-го ступеня ЦНТ турбіни К-500-240-2)

Результатом машинного профілювання за геометричним критерієм якості є профіль 2ММК (рис 7.10, [3]).

Для значень $\bar{t} = t/b = 0,6571$, $\beta_b = 78^\circ$, $\beta_1 = 30^\circ$ зміна швидкості й параметра B за обводом цих двох профілів показані на рис.

7.11. Розрахункові величини профільних втрат вихідного (2И) і знову спроектованого (2ММК) профілів відповідно рівні 3,81 і 3,49 %. Експериментальне дослідження підтвердило перевагу нового профілю, у якого ККД виявився на 0,5 – 1,0 % вище вихідного (розд. 8, рис. 8.4).



$\beta_b, ^\circ$	78°
$b, \text{ мм}$	420
$\delta_{\text{ВНХ}}, \text{ мм}$	6,8
$\bar{\delta}_{\text{ВНХ}},$	$1,62 \cdot 10^{-2}$
$C, \text{ мм}$	148,6
$t, \text{ мм}$	276
$f, \text{ см}^2$	486

$X_{O_2}, \text{ мм}$	3,4
$Y_{O_2}, \text{ мм}$	3,4
$r_2, \text{ мм}$	3,4
$X_{O_1}, \text{ мм}$	400,4
$Y_{O_1}, \text{ мм}$	19,6
$r_1, \text{ мм}$	19,6

Рис. 7.10. Профіль 2ММК

В. Профілі 3И і 3ММК. Вихідним (3И) служить використовуваний у ЦСТ парових турбін К-300-240 і К-500-166 ВО турбінобудування «ЛМЗ» профіль, який зображений на рис. 7.12. Машинна модернізація цього профілю за геометричним критерієм якості – мінімуму максимуму кривизни – дозволила одержати профіль 3ММК (рис. 7.13). На рис. 7.14 показане сумісне креслення цих двох профілів, розподіл швидкості й параметра B уздовж їхніх обводів (суцільна лінія відноситься до знову створеного профілю 3ММК). Розрахункові значення профільних втрат вихідного й модернізованого профілів відповідно рівні 4,94 і 4,43 % ($\bar{t} = t/b = 0,535$, $\beta_b = 82^\circ 18'$, $\beta_1 = 21^\circ$).

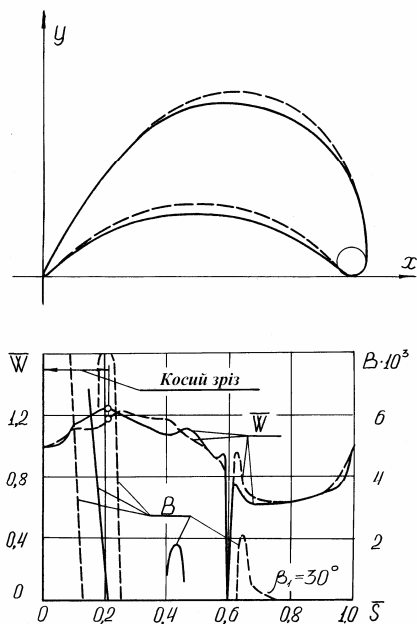
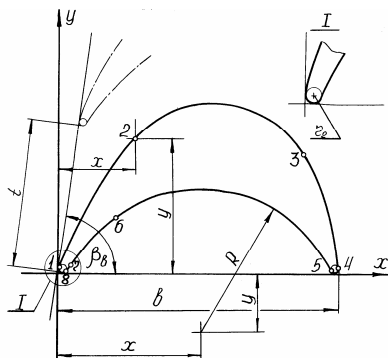


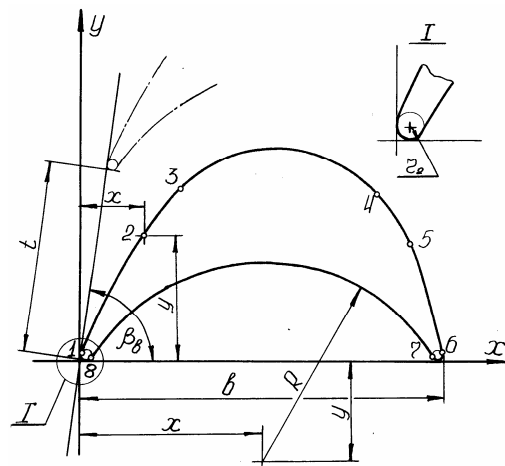
Рис. 7.11. Порівняння обводів, розподіл швидкості й параметра B уздовж контуру вихідного (2И, пунктирна лінія) і знову спроектованого за геометричним критерієм якості (2ММК, суцільна лінія) профілів. Розрахункові величини коефіцієнтів профільних втрат відповідно рівні 3,81 і 3,49 %



Дуги	Радіуси й координати центрів дуг, мм			Дуги	Радіуси й координати центрів дуг, мм		
	R	x	y		R	x	y
1–2	692,219	646,557	–240,408	5–6	215,357	212,339	–89,18
2–3	153,826	231,713	102,767	6–7	276,888	248,815	–138,732
3–4	430,714	–10,64	–31,139	7–8	692,219	598,227	–363,252
4–5	6,153	412,285	6,153	8–1	5,768	5,768	5,768

β_b°	$82^\circ 18'$	Точки сполу- чення	Координати, мм		Точки сполу- чення	Координати, мм	
b , мм	418,438		x	y		x	y
$\delta_{\text{вих}}$, мм	11,536	1	0,382	7,838	5	406,712	3,446
$\bar{\delta}_{\text{вих}}$, мм	$2,757 \cdot 10^{-2}$	2	113,205	200,96 7	6	84,670	84,251
C , мм	131,391	3	366,338	177,149	7	15,896	10,936
t , мм	224,756	4	418,368	6,372	8	10,665	2,717
f , см ²	427,109						

Рис. 7.12. Профіль 3И (використовуваний у ступенях ЦСТ турбін К-300-240 і К-500-166 ВОТ «ЛМЗ»)



Дуги	Радіуси й координати центрів дуг, мм			Дуги	Радіуси й координати центрів дуг, мм		
	R	x	y		R	x	y
1–2	885	818,683	–329,222	5–6	683	–250,452	–123,574
2–3	345	363,544	–38,621	6–7	6,153	413,847	6,153
3–4	155,8	227,277	92,634	7–8	232,0785	209,699	–116,638
4–5	215	182,667	53,716	8–1	5,768	5,768	5,768

β_b°	$82^\circ 18'$	Точки сполу- чення	Координати, мм		Точки сполу- чення	Координати, мм	
b , мм	420		x	y		x	y
$\delta_{\text{вих}}$, мм	11,536	1	0,435	7,966	5	381,643	135,163
$\bar{\delta}_{\text{вих}}$	$2,757 \cdot 10^{-2}$	2	72,761	147,041	6	419,888	7,332
C , мм	133,730	3	115,066	200,718	7	408,575	2,982
t , мм	224,756	4	344,679	195,057	8	10,714	2,799
f , см ²	427,109						

Рис. 7.13. Профіль 3ММК

Г. На рис. 7.15 показаний знову спроектований за мінімумом максимальної кривизни під кут натікання потоку $\beta_1 = 40^\circ$ профіль 4ММК [3], розподіл швидкості й параметра B уздовж його обводу. Розрахункова величина профільних втрат рівна 2,56 %. Експериментальні дослідження цього профілю в аеродинамічній трубі підтвердили його високі аеродинамічні якості (розд. 8, рис. 8.5).

Слід також зазначити, що за розробленою програмою машинного профілювання були створені нові профілі робочих лопаток (більше 600) усієї проточної частини турбіни К-500-240-2, ККД яких виявився вище вихідного. Порівняння коефіцієнтів профільних втрат двох типів профілів ЦСТ цієї турбіни наведено в табл. 3.2.

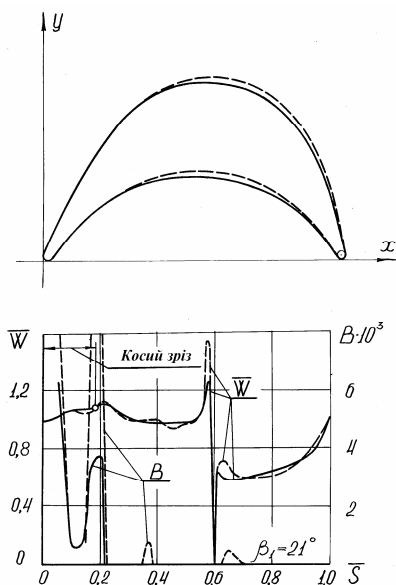


Рис. 7.14. Порівняння обводів вихідного (3И) і знову створеного (3ММК) профілів, розподіл швидкості й параметра B уздовж них. Суцільна лінія відноситься до профілю 3ММК. Розрахункові значення коефіцієнтів профільних втрат $\zeta_{\text{пр}}$ відповідно рівні 4,94 і 4,43 %

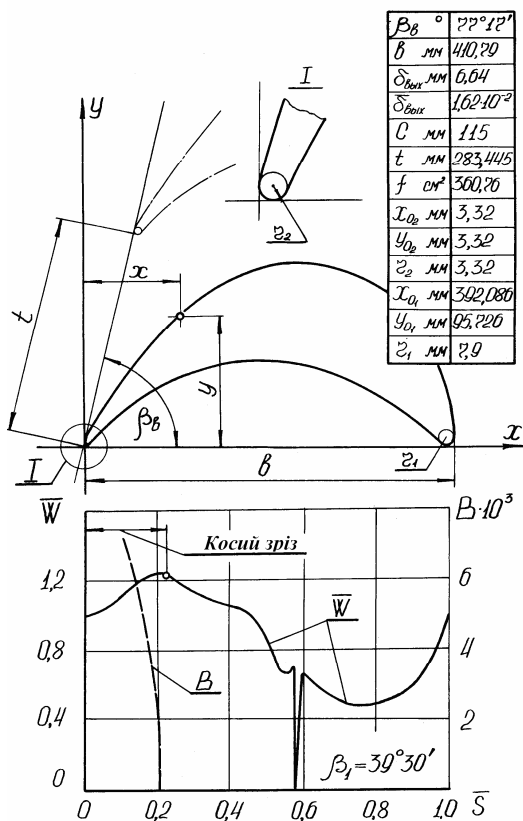


Рис. 7.15. Профіль 4ММК.
Розподіл швидкості й параметра B по його обводу. Розрахована величина коефіцієнта профільних втрат $\zeta_{\text{пр}} = 2.56 \%$

7.4.2. Дифузорні турбінні решітки профілів

Оптимізаційні розрахунки для одиночних ступенів турбомашин (розд. 5, 6) (в умовах добре організованого входу, відсутності підсмоктування біля кореня і т.д.) показали доцільність розширення режимних характеристик турбінних профілів. До профілів реактивного

й активного типів представляється необхідним додати турбінні профілі дифузорного типу.

Слід відмітити, що профілювання турбінних решіток з дифузорними каналами пов'язане з більшими труднощами, тому що в подібних решітках внаслідок значної аеродинамічної навантаженості, на відміну від компресорних, досить великі кути повороту потоку $\theta = 180^\circ - (\beta_1^0 + \tilde{\beta}_2^0)$ (θ може досягати величини порядку 140°), малі значення кутів входу потоку β_1 і порівняно низькі значення відносного кроку $\bar{t} = t/b$ ($0,3 \leq t/b \leq 0,7$). На стороні розрідження такої лопатки виникає великий позитивний градієнт тиску, при подоланні якого потоком робочого тіла відбувається набрякання приграничного шару й створюються передумови для відриву потоку.

Проектування дифузорних профілів необхідно проводити за алгоритмом мінімізації профільних втрат з накладеним обмеженням, що запобігає відриву приграничного шару. За цим принципом були спроектовані й згодом експериментально досліджені шість профілів дифузорного типу: 1Д, 2Д, 3Д, 4Д, 5Д і 6Д.

Профілі 1Д, 2Д, 3Д проектували на однакові геометричні й режимні параметри: $\bar{t} = t/b = 0,305$, $\beta_1 = 26^\circ 30'$, $M_1 = 0,94$; профіль 4Д створювався для значень $\bar{t} = t/b = 0,394$, $\beta_1 = 26^\circ$, профілі 5Д и 6Д мали близькі параметри: $\bar{t} = t/b = 0,695$ і $0,698$, $\beta_1 = 19^\circ 56'$ і $18^\circ 31'$.

Креслення міжлопаткових каналів решіток профілів 1Д, 2Д і 3Д порівняні на рис. 7.16. Решітки спроектовані з різною формою міжлопаткового каналу для виявлення впливу останньої на величину коефіцієнта профільних втрат і степінь підвищення тиску. Решітка 1Д спроектована з каналом, що рівномірно розширюється, зосередженим з боку входу протяжністю 57 % довжини каналу; у решітці 2Д канал рівномірно розширюється по всій своїй довжині; у решітці 3Д збільшений вхідний перетин каналу.

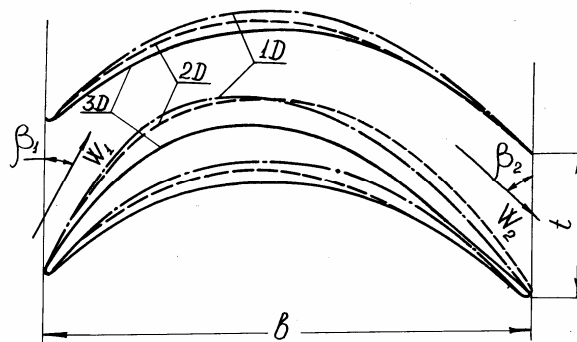


Рис. 7.16. Порівняння міжлопаткових каналів, утворених профілями 1Д, 2Д і 3Д

Розрахункове дослідження впливу форми каналу решіток профілів дифузрного типу дозволило встановити, що максимальний ККД мають решітки з дифузрно-конфузрним каналом, що розширює можливість керування приграничним шаром у решітках. Розрахунковим шляхом досліджувався також вплив на економічність: кривизни контуру профілю на вхідній ділянці й у середній частині опуклої сторони профілю; степені розширення каналів решіток у вхідній частині каналу a_k/a_1 й степеня конфузрності у вихідній його частині a_2/a_k (рис. 7.17); товщини вхідних кромок і кутів загострення вхідної кромки ω_1 .

У процесі розрахункового дослідження було спроектовано й обраховано близько 70 варіантів решіток профілів.

Виконаний обсяг розрахункового дослідження дозволив сформулювати рекомендації щодо проектування турбінних решіток дифузрного типу, основні з яких зводяться до такого:

- для забезпечення безвідривної течії необхідно зосередити найбільший степінь стиску потоку у вхідній частині міжпрофільного

[illegible]

∇ – точка відриву за критерієм Грушвітца.

330

профільних втрат відповідно рівні 4,65 і 5,12 %. Пунктиром на цих рисунках показано теоретично отриманий розподіл швидкості на опуклій частині решіток у припущенні збереження уздовж каналу постійного малого значення параметра $B = 0,005$, що забезпечує безвідривну течію.

Спрофільовані дифузорні решітки профілів пройшли експериментальну перевірку в аеродинамічній трубі й на моделях турбінних ступенів. Результати експериментальних досліджень наведено в розд. 8.

Запитання для самоперевірки

1. Які методи проектування турбінних профілів вам відомі?
2. Як формулюється задача оптимального профілювання? Із використанням якої задачі (прямої чи зворотної) здійснюється проектування оптимального профілю?
3. Розкажіть, як здійснюється побудова турбінного профілю за допомогою степеневих багаточленів.
4. Як обчислюється площа профілю й здійснюється її підгонка?
5. Опишіть алгоритм побудови оптимального профілю за геометричним критерієм якості.
6. Розкажіть про метод побудови епюри швидкостей обтікання профілю в плоских решітках і обчислення профільних втрат.
7. Опишіть метод і алгоритм проектування аеродинамічно досконалих профілів за мінімумом втрат. Як витримується умова безвідривного обтікання профілю?
8. Які результати показали розрахункові дослідження вихідних і знову спроектованих оптимальних профілів?
9. Чим мотивована доцільність розширення режимних характеристик турбінних профілів і додавання до профілів реактивного й

- активного типів турбінних профілів дифузорного типу?
10. Які рекомендації щодо проектування турбінних решіток дифузорного типу дозволили сформулювати розрахункові дослідження?

РОЗДІЛ 8. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ВИХІДНИХ І ЗНОВУ СПРОЕКТОВАНИХ ПРОФІЛІВ ТУРБІННИХ ЛОПАТОК ТА СТУПЕНІВ ОСЬОВИХ ТУРБІН

У цьому розділі наводяться результати експериментальних досліджень решіток профілів в аеродинамічній трубі й турбінних ступенів на повітряній турбіні, проведених на кафедрі турбінобудування НТУ «ХПІ» [3]. Особлива увага в процесі постановки експерименту приділялася його автоматизації, питанням планування експерименту, аналізу похибок вимірюваних ККД імовірнісними й статистичними методами, обробці результатів експериментальних досліджень методами регресивного аналізу (посилання на джерела наведені в [3]).

Імовірнісний метод застосовувався на перших етапах експериментальних досліджень і служив для якісної оцінки впливу первинних приладових похибок вимірювань на помилку визначення ККД.

Алгоритм обробки експериментальних даних методами регресивного аналізу складається з встановлення наявності грубих помилок за критерієм Стюдента; проведення аналізу вихідних експериментальних даних на однорідність за критерієм Кохрена, щоб переконатися в однаковій точності визначення ККД у всіх точках. Якщо дисперсії неоднорідні, то потрібно підвищити точність вимірювань і повторити дослід; побудова параболи регресії на базі ортогональ-

них поліномів Чебишева. Коефіцієнти рівняння регресії в ортогональних поліномах визначаються методом найменших квадратів; перевірка адекватності моделі експериментальним даним проводилася за критерієм Фішера. Якщо умова адекватності не виконується, то збільшується кількість дослідів або міняється математична модель (вид полінома); уточнений розрахунок дисперсії відтворюваності шляхом визначення дисперсії коефіцієнтів рівняння регресії; аналіз статистичної значимості коефіцієнтів регресії за критерієм Стюдента. Статистично незначущі коефіцієнти відкидаються, математична модель спрощується; будуються довірчі границі для кривої регресії.

Усе викладене дозволяє скоротити час проведення експерименту, підвищити точність і вірогідність одержуваних результатів.

Важливою ланкою в комплексі експериментальних досліджень при створенні високоекономічних ступенів осьових турбін є випробування на прямих решітках.

8.1. Дослідження профільних втрат в аеродинамічній трубі

У попередніх розділах обґрунтовано доцільність розширення режимного діапазону турбінних профілів. Таким чином постає задача створення нового повітряного стенда, що дозволяє досліджувати турбінні решітки як конфузорного, так і дифузорного типу (рис. 8.1).

Для одержання рівномірного розподілу параметрів потоку робочого тіла на вході в решітку, що при випробуваннях турбінних решіток профілів дифузорного типу є непростим завданням, на стенді передбачена система відсмоктування приграничних шарів від стінок підвідного каналу. У ході налагоджувальних випробувань, метою яких стало одержання течії, близької до плоскої, на ділянці довжиною не менше 4-х кроків лопаток, були підібрані: ширина щілин на кінцях решітки; форма відсмоктувальних коробок й площа

прохідних перетинів гнучких шлангів, що з'єднують ці коробки з регулювальними електрозасувками; найбільш раціональна форма й розміри вікон на нижній довгій стінці розганяльного каналу

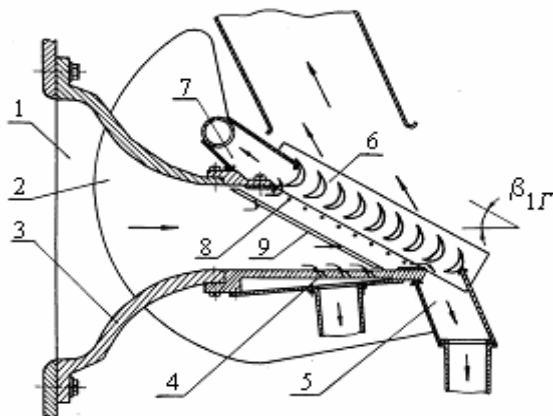


Рис. 8.1. Схема робочої ділянки аеродинамічної труби

Налагоджувальні випробування показали можливість переходу до порівняльних випробувань решіток профілів, які були виконані з метою підтвердження ефективності розробленої й викладеної в розд. 7 методики профілювання.

8.1.1. Результати продувок конфузорних решіток профілів

Для порівняльних випробувань профілів 1И, 1ММК і 1МПП були обрані такі умови обтікання вихідного профілю $P2$ (1И), які забезпечують найменші втрати з можливих: $\bar{t} = 0,722$, $\beta_b = 76^\circ 26'$.

Усі номінальні розміри експериментальних лопаток і решіток розглянутих профілів прийняті відповідно однаковими, а саме: хорда $b=42$ мм; довжина лопаток $l=120$ мм; крок $t=30,32$ мм; горло мі-

жлопаткового каналу $a = 10,85$ мм; товщина вихідної кромки $\delta = 0,66$ мм. Кут установки для знову спроектованих профілів 1ММК і 1МПП рівнявся куту установки вихідного профілю 1И.

При виготовленні профільна частина лопаток контролювалася за робочими шаблонами. Приганяння шаблонів здійснювалося на проекторі за кресленням контуру профілю, збільшеного в 10 раз відносно профілю лопатки. При підгонці лопаток по контуру шаблона допускалися просвіти не більше 0,04 мм. Слід зазначити, що різниця в контурах найбільше близьких профілів 1И і 1ММК досягає 0,6 мм, тобто на порядок більше допустимого відхилення при виготовленні лопаток. Особлива увага була приділена забезпеченню заданої товщини вихідної кромки. Допуск на розмір горла при складанні решіток $\pm 0,03$ мм. Ефективний кут виходу потоку $\beta_{2\text{еф}} = \arcsin a/t = 20^\circ 55'$.

Метою випробування решіток було одержання порівняльних даних за коефіцієнтами профільних втрат $\zeta_{\text{пр}}$ і кутами виходу потоку β_2 у дозвуковій ділянці витікання, в інтервалі чисел Маха 0,3...0,65, при різних кутах натікання потоку β_1 .

Порівнянність експериментальних результатів забезпечувалася шляхом виготовлення лопаток і решіток тим же самим способом з однаковими вимогами до точності й чистоти обробки поверхні, випробуваннями решіток на тому самому стенді, використанням тих самих вимірювальних приладів і методики обробки даних вимірювань.

Основним випробуванням передували випробування методичного характеру. На режимі витікання, відповідного до числа Маха $M_{2T} = 0,46$, заміри уздовж фронту решітки проводилися на різних відстанях від площини вихідних кромок і в трьох перетинах за висотою лопаток.

Значення знайденого коефіцієнта втрат кінетичної енергії $\zeta_{\text{пр}}$ обчислювалося для інтервалів вимірювань уздовж фронту решітки, кратних двом, трьом і чотирьом крокам лопаток. Результати таких усереднень практично збіглися, що свідчить про ретельне виготовлення лопаток і високу якість складання решітки.

У результаті проведених попередніх випробувань виявилось, що усереднені втрати енергії в потоці за решіткою стабілізуються на відстані $0,25b$ від вихідних кромek решітки. При цьому течія у шарі товщиною 20 % від висоти лопаток, симетричному відносно їхньої середини, є дуже близькою до плоскої.

Підсумкові експериментальні дані випробувань трьох решіток отримані за даними вимірювань на середньому перетині за висотою лопаток на відстані $0,285b$ від вихідних кромek у трикроковому інтервалі.

На рис. 8.2 представлені експериментальні залежності коефіцієнтів профільних втрат решіток від кута натікання потоку β_1 у діапазоні його зміни від 26° до 41° при різних числах Маха, що змінюються від 0,45 до 0,68, що відповідає значенням чисел Рейнольдса від $Re = 3,9 \cdot 10^5$ до $Re = 5,75 \cdot 10^5$. У цих інтервалах криві профільних втрат решітки, складеної з вихідних профілів 1И, розташовуються вище кривої профільних втрат спроектованої нової решітки 1ММК. Обидва профілі мають мінімум профільних втрат при куті натікання потоку $\beta_1 = 35^\circ$. Величина профільних втрат у другій решітці на 0,3...0,4 % менше, чим у першій, практично у всьому діапазоні зміни кута натікання потоку β_1 у зазначеному інтервалі значень чисел Маха. При цьому втрати в кожній з решіток 1И і 1ММК збільшуються проти мінімального значення на 0,8 % при відхиленні на 5° від оптимального кута натікання потоку $\beta_1 = 35^\circ$. Мінімальна величина профільних втрат решітки, набраної з лопаток знову спроектованого

оптимізованого за геометричним критерієм якості профілю 1ММК, становить 2,2 %.

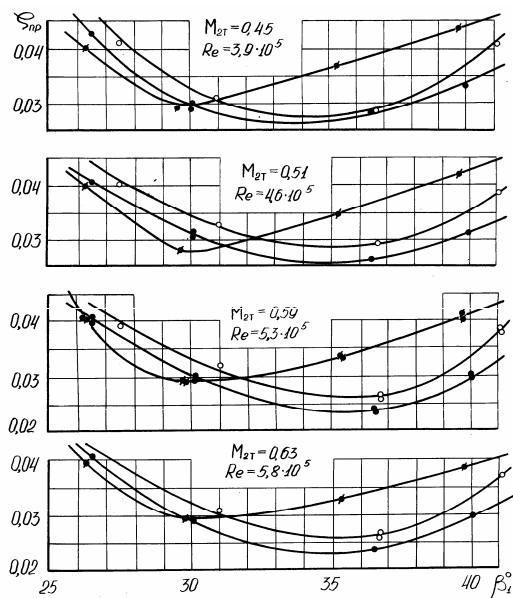


Рис. 8.2. Результати порівняльних випробувань решіток профілів 1I (—○—), 1ММК (—●—) і 1МПП (—●—). Умови експерименту: $b = 42$ мм; $t/b = 0,722$; $l/b = 2,857$; $a = 10,87$ мм; $\bar{\delta} = 1,59 \cdot 10^{-2}$; $\beta_b = 76^\circ 26'$

Профільні втрати решітки, складеної із профілів 1МПП, виявилися трохи нижче решіток 1I і 1ММК при розрахунковому куті натікання $\beta_1 = 29^\circ 30'$. Зі зменшенням кута натікання перевага профілю 1МПП трохи збільшується. Однак при кутах натікання потоку $\beta_1 > 30^\circ$ профіль 1МПП виявляється гірше інших. Слід підкреслити, що в цього профілю крива коефіцієнта профільних втрат від кута натікання β_1 у дослідженому діапазоні чисел Маха має мінімум при

розрахунковому куті натікання потоку $\beta_1 = 29^\circ 30'$, під який профіль 1МПП проектувався.

Необхідно ще раз підкреслити, що отриманий результат щодо створення турбінних профілів за мінімумом профільних втрат (незважаючи на ряд спрощень у розрахунковому методі визначення величини профільних втрат, недостатню оцінку реальних умов обтікання профілю й ін., про що зазначалося в параграфі 7.4.1) підтвердив правочинність постановки задачі профілювання в запропонованому вигляді й про принципову можливість одержання позитивного результату. Як правило, в задачі такого роду найбільш правильно як функцію мети брати інтегральні втрати. Проектування турбінних профілів за мінімумом інтегральних втрат вінців турбінних ступенів є самостійною величезною задачею, для успішного рішення якої потрібне подальше накопичення як експериментальних даних, так і достовірних методик розрахунку величин інтегральних втрат.

На рис. 8.3 наведені залежності кутів виходу потоку із решіток β_2 від кутів натікання потоку β_1 при різних числах Маха. Знову спроектована решітка 1ММК має кращий збіг кута виходу потоку β_2 зі значенням ефективного кута $\beta_{2\text{еф}} = \arcsin a/t$ у всьому дослідженому діапазоні. Аналогічна картина спостерігається для решітки з профілем 1МПП у зоні її переваги.

Решітки профілів 2И і 2ММК мали параметри: хорду $b = 42$ мм; крок $t = 27,6$ мм; крокове відношення $t/b = 0,6571$; горло міжлопаткового каналу $a = 10,33$ мм; ефективний кут виходу $\beta_{2\text{еф}} = 22^\circ$; радіуси входної і вихідної кромки $r_1 = 1,96$ мм, $r_2 = 0,34$ мм; кут установки $\beta_b = 77^\circ 52'$; відношення довжини лопатки до хорди $l/b = 3$.

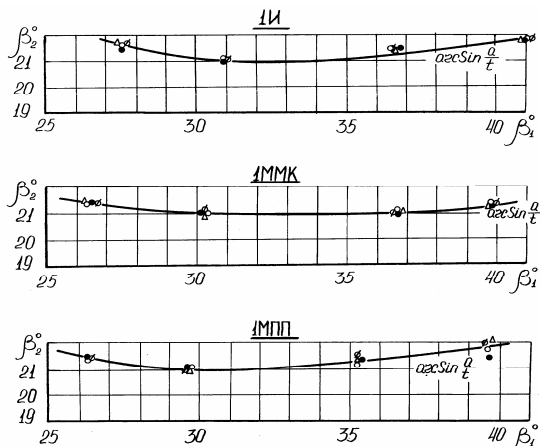


Рис. 8.3. Результати порівняльних випробувань решіток профілів 1И, 1ММК і 1МПП при різних числах Маха: Δ – $M_{2T} = 0,37$; \emptyset – $M_{2T} = 0,45$; O – $M_{2T} = 0,51$; \bullet – $M_{2T} = 0,59$

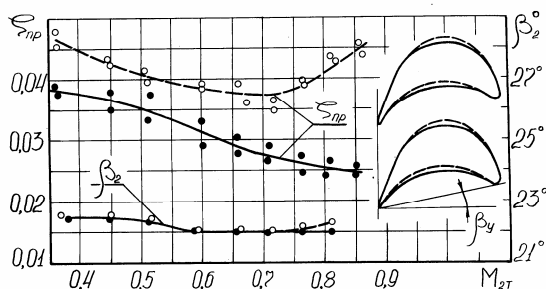


Рис. 8.4. Залежність коефіцієнта профільних втрат $\zeta_{пр}$ і кута виходу потоку β_2 від числа Маха M_{2T} решіток профілів 2И (---) і 2ММК (—).
Умови експерименту: $t/b = 0,6571$; $l/b = 3$; $\beta_{y'} = 12^\circ 8'$; $\beta_{2ef} = 22^\circ$; $\beta_1 = 30^\circ$

Обидві решітки випробовувались в аеродинамічній трубі при однаковому куті натікання потоку $\beta_1 = 30^\circ$ у діапазоні чисел Маха

$M_{2T} = 0,35 \dots 0,86$, що відповідає зміні чисел Рейнольдса $Re = 4 \cdot 10^5 \dots 7 \cdot 10^5$. Результати експериментального дослідження наведені на рис. 8.4. Експеримент підтвердив переваги знову спроектованого профіля *2ММК*, у якого коефіцієнт профільних втрат на 0,8 % нижче, чим у вихідного *2И*, у діапазоні чисел Маха $M_{2T} = 0,35 \dots 0,65$. При подальшому збільшенні чисел Маха до 0,85 переваги нового профілю збільшуються й досягають 2 % (при $M_{2T} = 0,85$ коефіцієнт профільних втрат вихідного профілю *2И* становить $\zeta_{\text{пр}} = 4,5$ %, а в знову спроектованого *2ММК* $\zeta_{\text{пр}} = 2,50$ %).

Профіль *4ММК*, спроектований за допомогою розробленої методики на ЕОМ, також був випробуваний в аеродинамічній трубі. Розміри випробуваних лопаток і решітки такі: хорда $b = 41,08$ мм; довжина лопаток $l = 120$ мм; крок $t = 28,34$ мм; горло міжлопаткового каналу $a = 12,27$ мм; радіуси вхідної і вихідної кромки $r_1 = 0,79$ мм, $r_2 = 0,332$ мм; кут установки $\beta_b = 77^\circ 11'$.

Основні безрозмірні характеристики решітки, набраної із профілів *4ММК*: $\bar{t} = t/b = 0,69$, $l/b = 2,92$, $\beta_{2\text{эф}} = \arcsin a/t = 25,65^\circ$.

Дослідження проводилися при куті натікання потоку на решітку $\beta_1 = 39,5^\circ$. Метою випробувань було одержання величини коефіцієнта профільних втрат $\zeta_{\text{пр}}$, а також кута виходу потоку β_2 у діапазоні чисел Маха $M_{2T} = 0,367 \dots 0,853$. Число Рейнольдса при цьому змінювалося від $Re = 4 \cdot 10^5$ при $M_{2T} = 0,446$ до $Re = 7 \cdot 10^5$ при $M_{2T} = 0,85$.

Результати випробувань наведені на рис. 8.5. Дослідження показали, що коефіцієнт профільних втрат $\zeta_{\text{пр}}$ решітки профілів *4ММК* невеликий у широкому діапазоні чисел Маха, а в зоні чисел $M_{2T} = 0,65 \dots 0,85$ навіть менше 0,02 (при $M_{2T} = 0,8$ $\zeta_{\text{пр}} = 1,8$ %).

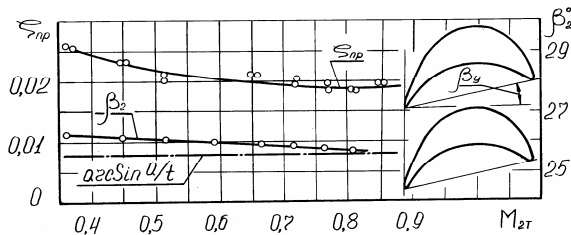


Рис. 8.5. Результати випробувань решітки 4ММК ($t/b = 0,69$; $\beta_y = 12^\circ 49'$; $l/b = 2,92$; $\beta_{2\text{эф}} = 26,55^\circ$; $\beta_1 = 39,5^\circ$)

Проведені дослідження підтвердили можливість «машинного» проектування за допомогою ЕОМ за розробленими і пропонуваними у даному підручнику алгоритмами профілів, які за своїми аеродинамічними якостями не поступаються, а в ряді випадків і переважають уже існуючі профілі й проектовані за традиційними методиками.

8.1.2. Експериментальне дослідження дифузорних турбінних решіток профілів

Геометричні параметри решіток дифузорних турбінних профілів 1D, 2D і 3D характерні для кореневих перетинів довгих лопаток: $\bar{t} = t/b = 0,305$, $\beta_1 = 26^\circ 30'$. Випробувані решітки мали хорди профілів $b = 33,2$ мм і 40 мм, відносну довжину лопаток $\bar{l} = l/b = 2,26$ і 1,87. Число Рейнольдса за швидкістю на вході в решітку $Re_{W_1} = 5,15 \cdot 10^5$ і $6,21 \cdot 10^5$. Результати проведеного дослідження представлені на рис. 8.6. Коефіцієнт профільних втрат ζ_{W_1} , обумовлений як відношення величини втрат кінетичної енергії в середньому перетині до величини кінетичної енергії потоку за швидкістю входу W_1 , для вказаних решіток становить величину 0,05...0,06 в інтервалі $M_1 = 0,6...0,86$. Найбільш економічною є решітка 1D ($\zeta_{W_1} = 0,05$). Степень

підвищення тиску при $M_1 = 0,9$ становить $P_2 / P_1 = 1,28 \dots 1,3$ у всіх цих решітках, вихідні кути потоку β_2 практично не залежать від чисел Маха у досліджуваному діапазоні.

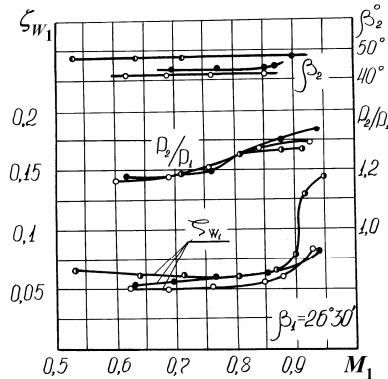


Рис. 8.6. Залежність коефіцієнта профільних втрат ζ_{w1} , ступені підвищення тиску P_2/P_1 і кута виходу потоку β_2 від числа M_{w1} для решіток профілів 1D (—○—), 2D (—●—), 3D (—◐—)

Решітка, набрана із профілів 4D, мала наступні параметри: хорду $b = 40$ мм; крокове відношення $t/b = 0,394$; кут установки $\beta_b = 90^\circ$; відношення довжини лопатки до хорди $l/b = 3$. Дослідження показали, що на розрахунковому куті натікання $\beta_1 = 27,5^\circ$ у діапазоні чисел Маха $M_1 = 0,45 \dots 0,65$ коефіцієнт профільних втрат $\zeta_{w1} = 0,06$, ступінь підвищення тиску $P_2 / P_1 = 1,10 \dots 1,18$. Однак решітка виявилася дуже чутливою до відхилення кута натікання потоку від номінального.

Геометричні параметри профілів 5D і 6D близькі до застосовуваних профілів у ступенях циліндра високого тиску: крокове відношення $\bar{t} = t/b$ відповідно рівнялося 0,695 і 0,698. Решітки мали: хо-

рди профілів $b = 41,5$ мм; відносну висоту лопаток $\bar{l} = l/b = 2,9$; відношення горл на виході й вході з решіток $a_2/a_1 = 1,112$ і $1,179$; кути установки профілів $\beta_b = 84^\circ 06'$ і $83^\circ 26'$.

Решітки випробовувалися при змінних значеннях чисел Маха й кутів входу потоку. Кількість каналів у решітках змінювалося залежно від кута натікання потоку β_1 . Найбільшу кількість каналів, рівну 14, мала решітка з $\beta_1 = 18^\circ$. Числа M_1 змінювалися від 0,5 до 0,82, що відповідало зміні M_{2T} від 0,383 до 0,63. Діапазон зміни кутів натікання потоку β_1 становив $18 \dots 23^\circ$.

Результати досліджень решіток наведені на рис. 8.7 – 8.10. На першому рисунку представлені у функції M_1 залежності коефіцієнта втрат ζ_{w_1} , ступеня підвищення тиску P_2/P_1 , числа M_{2T} і кута виходу потоку із решітки.

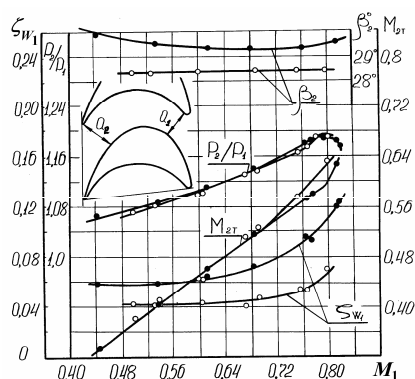


Рис. 8.7. Результати експериментального дослідження в аеродинамічній трубі решіток профілів 5D (—○—) і 6D (—●—) при куті натікання потоку $\beta_1 = 20^\circ$

З даних дослідження насамперед впливає, що при розрахункових кутах натікання $\beta_1 = 20^\circ$ мінімальний коефіцієнт втрат у решітці 5D становить 0,041 у досить широкому діапазоні зміни числа Маха

($M_1 = 0,5 \dots 0,72$). При збільшенні M_1 до 0,8 коефіцієнт втрат ζ_{W_1} зростає до 0,07.

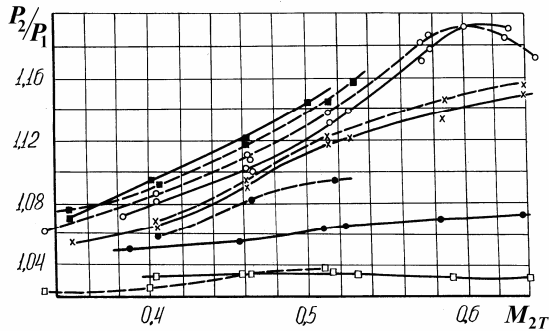


Рис. 8.8. Залежність степеня підвищення статичного тиску P_2/P_1 у решітках 5D (—) і 6D (---) від числа Маха M_{2T} при різних кутах натікання потоку β_1 : \square — $\beta_1 = 23^\circ$; \bullet — $\beta_1 = 22^\circ$; \times — $\beta_1 = 21^\circ$; \circ — $\beta_1 = 20^\circ$; \blacksquare — $\beta_1 = 18^\circ$

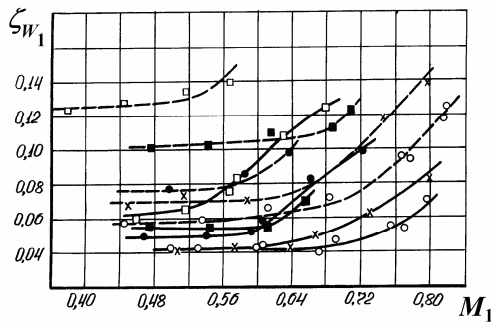


Рис. 8.9. Залежність коефіцієнта втрат ζ_{W_1} решіток 5D (—) і 6D (---) від числа Маха M_1 при різних кутах натікання потоку β_1 : \square — $\beta_1 = 23^\circ$; \bullet — $\beta_1 = 22^\circ$; \times — $\beta_1 = 21^\circ$; \circ — $\beta_1 = 20^\circ$; \blacksquare — $\beta_1 = 18^\circ$

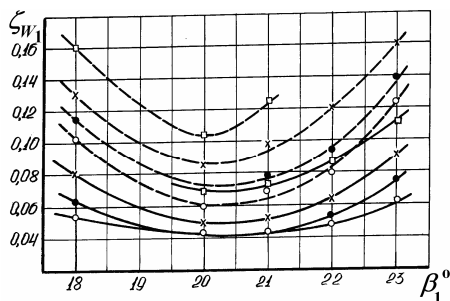


Рис. 8.10. Вплив кута натікання потоку β_1 на коефіцієнт втрат ζ_{W_1} решіток 5D (—) і 6D (---) при різних числах Маха M_{2T} : \circ — $M_{2T} = 0,4$; \bullet — $M_{2T} = 0,5$; \times — $M_{2T} = 0,55$; \square — $M_{2T} = 0,6$

Мінімальне значення коефіцієнта втрат ζ_{W_1} у решітці 6D досягає 0,058. При цьому діапазон чисел M_1 , у якому ζ_{W_1} мінімальний, скорочується до $M_1 = 0,65$. Зростання коефіцієнта втрат енергії зі збільшенням M_1 відбувається більш інтенсивно, при $M_1 = 0,8$, $\zeta_{W_1} = 0,11$. Найбільший ефект стиску робочого тіла (приблизно однаковий в обох решітках) досягається при кутах β_1 , близьких до розрахункових значень, тобто $\beta_1 = 18 \dots 20^\circ$. В інтервалі $M_1 = 0,5 \dots 0,8$ величина P_2/P_1 змінюється від 1,07...1,08 до 1,18...1,19. При збільшенні β_1 степінь стиску робочого тіла значно знижується. Так, при $\beta_1 = 23^\circ$ P_2/P_1 в обох решітках практично не змінюється й рівне 1,02...1,035, тобто дифузорні решітки наближаються до решіток активного типу (рис. 8.8).

З рис. 8.7 випливає також, що залежність M_{2T} від M_1 носить практично лінійний характер. Кути виходу потоку β_2 у решітки 5D майже не залежать від M_1 і рівні $28,5 \pm 0,3^\circ$, у решітки 6D розшарування експериментальних точок трохи більше й кути β_2 міняються залежно від M_1 у межах $29 \dots 30^\circ$.

Дослідження решіток $5D$ і $6D$ при різних кутах β_1 показало, що решітки з дифузорними каналами мають підвищену чутливість до зміни кута β_1 потоку порівняно з конфузорними решітками. Дані дослідів, представлені на рис. 6.9, 6.10, свідчать, що мінімум коефіцієнта втрат досягається в обох решітках при $\beta_1 = 20...21^\circ$. Зміни β_1 у ту або іншу сторону приводять до зростання коефіцієнта втрат ζ_{M_1} і скорочення значення чисел M_1 , для яких цей коефіцієнт зберігається мінімальним. Так, при $\beta_1 = 23^\circ$ уже починаючи від величини $M_1 = 0,52$ в обох решітках настає різке зростання ζ_{M_1} зі збільшенням числа M_1 .

Слід також зазначити, що решітка $5D$ більш атакостійка, чим решітка $6D$. Це свідчить, ймовірно, про можливість створення дифузорних турбінних решіток профілів зі зниженою чутливістю до відхилень від розрахункових величин кутів натікання потоку β_1 .

Як впливає із розглянутих вище даних, відмінність у коефіцієнтах втрат, а також характері зміни ζ_{M_1} від числа Маха й β_1 решіток $5D$ і $6D$ досить істотна. Ретельне експериментальне дослідження цих решіток дозволило встановити, що причиною погіршення ККД решітки $6D$ є виникнення більш раннього відриву потоку в її каналах. Відмінність цих двох решіток полягає в тому, що при їхньому проектуванні в решітці $5D$ накладалися більш жорсткі обмеження на відрив приграничного шару. При цьому слід відмітити, що розрахункові значення коефіцієнтів втрат решіток $5D$ і $6D$ у припущенні повністю турбулентного приграничного шару відповідно рівні 4,65 % і 5,12 % і досить задовільно узгоджуються з експериментально отриманими значеннями ζ_{M_1} .

Результати експериментального дослідження решіток $1D...6D$ показали принципову можливість створення дозвукових і білязвуко-

вих решіток для кореневого перетину довгих і коротких робочих лопаток, здатних, при глибокому негативному ступені реактивності, конкурувати за економічністю зі звичайними конфузорними решітками для позитивного ступеня реактивності біля кореня.

8.2. Експериментальне дослідження осьових турбінних ступенів

Для перевірки висновків, отриманих за допомогою розроблених алгоритмів оптимізації проточної частини осьової турбіни, широко використовувалися досліди як інших дослідників, так і проведені на кафедрі турбінобудування НТУ «ХП». При постановці й організації свого експериментального дослідження вибирались найбільш складні з точки зору реалізації варіанти ступенів, зважаючи, що експериментальне підтвердження найбільш спірних висновків стане вагомим аргументом на користь створеної теорії й алгоритмів оптимізації.

Проведене на кафедрі турбінобудування НТУ «ХП» експериментальне дослідження осьових турбінних ступенів мало на меті:

- підтвердити достовірність розробленого алгоритму оцінки впливу підсмоктування біля кореня й витоків через радіальний зазор на економічність ступенів при різних рівнях ступеня реактивності;
- перевірити висновок про можливість збільшення теплового перепаду в одиночному осьовому турбінному ступені, без погіршення його економічності, шляхом зниження рівня реактивності на середньому радіусі й спеціального профілювання прикореневої зони.

Слід відмітити, що проблема підвищення навантаження на турбінний ступінь сама по собі дуже актуальна й усе більше привертає увагу конструкторів і дослідників турбомашин.

Експериментальне дослідження варіантів осевих турбінних ступенів із втулковим відношенням $D_{\text{сер}}/\ell = 14, 12, 3, 6$ і $2, 6$ проводилося на одноступінчатій експериментальній повітряній турбіні.

8.2.1. Результати експериментального дослідження ступенів з $D_{\text{сер}}/\ell = 14, 1$

Відповідно до розрахункових досліджень, наведених у підрозд. 4.3, що підтвердили можливість збільшення теплового перепаду на ступінь, були спроектовані й виготовлені ступені I і II. Ступінь I був моделлю ступеня ЦВТ потужної парової турбіни. Степінь реактивності ступеня біля кореня лопаток становить $R_{\text{вн}} = 3,5 \%$, на середньому діаметрі $R_{\text{сер}} = 22 \%$, на периферії $R_{\text{п}} = 29,7 \%$. Біля ступеня II на середньому радіусі був запроектований знижений степінь реактивності $R_{\text{сер}} = -2 \%$, невелика позитивна на периферії $R_{\text{п}} = 6 \%$ і глибока негативна в корені $R_{\text{вн}} = -20 \%$. Напрямні решітки обох ступенів утворені із профілів ТС-I-AB. Робочі решітки ступеня I набрані з циліндричних лопаток із профілем P2. Робочі лопатки ступеня II мають закручення по висоті. Кореневий перетин робочої лопатки цього ступеня утворений профілем 6D, периферійний – профілем P2.

Відхід від циліндричної робочої лопатки біля ступеня II диктувався підвищеною чутливістю дифузорних турбінних профілів до відхилень від розрахункових кутів натікання потоку.

Досліджувані ступені обандажені. Ущільнення кореневого зазору виконане за схемою MEI (тип B-2 [58]). Меридіанні обводи проточної частини – циліндричні. Схему проточної частини досліджуваних ступенів наведено на рис. 6.3, основні характеристики ступенів зведено в таблицю 8.1.

Експериментальне дослідження ступенів I і II виконане при таких параметрах на середньому радіусі:

ступінь I – $P_2/P_0^* = 0,69$; $T_0^* = 383K$; $M_{C_1} = 0,66$; $Re_{C_1} = 3,5 \cdot 10^5$;
ступінь II – $P_2/P_0^* = 0,61$; $T_0^* = 374K$; $M_{C_1} = 0,872$; $Re_{C_1} = 4,8 \cdot 10^5$.

Таблиця 8.1

Геометричні характеристики випробуваних ступенів I і II з

$$D_{\text{сер}}/\ell = 14,12$$

Параметр	Напрямні апарати			
	ступінь I	ступінь II		
l , мм	25	25		
$D_{\text{сер}}/\ell$	14,1	14,1		
b , мм	31,8	31,8		
α_0 , град	90	90		
α_1 , град	13	12,1		
$\bar{l} = l/b$	0,786	0,786		
$\bar{t} = t/b$	0,514	0,514		
z , шт	68	68		
Робоче колесо				
	ступінь I	ступінь II		
		0	0,5 l	l
l , мм	27	–	27	–
$D_{\text{сер}}/\ell$	13		13	
b , мм	16	16,6	16,3	16
β_1 , град	29,5	18,5	24	29,5
$\widetilde{\beta}_2$, град	21,2	25,4	23,8	22,2
$\bar{l} = l/b$	1,69		1,66	
$\bar{t} = t/b$	0,722		0,709	
z , шт	96		96	

Таблиця 8.2

Порівняння аеродинамічних характеристик ступенів І і ІІ з

$$D_{\text{ср}}/\ell = 14,12$$

Параметр	Ступінь І	Ступінь ІІ
P_0^* , МПа	0,1455	0,1671
T_0^* , К	383	374
P_2 , МПа	0,1003	0,10204
G , кг/с	1,63	1,96
F_L / F_H	1,715	2,07
h_{oi}/h_{0I}	1,0	1,31
$\overline{G}_n = 0$	$\delta_z = 4$ мм	$\delta_p = 0,5$ мм
η_u , %	85	85,5
$\xi_{\text{вих}}$, %	5,19	4,86
η_u^* , %	90,2	90,44
$v_{\text{опт}}$	0,56	0,472
$v_{\text{опт}}^2 / v_{\text{оптI}}^2$	1,0	1,408
\overline{C}_u	1,438	2,03
$\overline{G}_n = 0$	$\delta_z = 9,7$ мм	$\delta_p = 0,5$ мм
η_u , %	83,8	84,7
$\xi_{\text{вих}}$, %	4,9	4,64
η_u^* , %	88,7	89,3
$v_{\text{опт}}$	0,541	0,47
$v_{\text{опт}}^2 / v_{\text{оптI}}^2$	1,0	1,32
\overline{C}_u	1,515	2,02
$R_{\text{ср}}$, %	22	-1,2
φ^2	0,9556	0,9539
ξ_n , %	3,15	3,79
ψ^2	0,76	0,751
ξ_L , %	8,15	6,87
ψ	0,871	0,867

У результаті експериментального дослідження отримані залежності внутрішнього відносного ККД ступенів від U/C_0 , значення степеня реактивності по дренажах на зовнішній і внутрішньої обмежувачих поверхнях ступеня в міжвінцевому зазорі й за робочим колесом при різних радіальних і міжвінцевих зазорах і наявності підсмоктування в кореновому зазорі.

Отримані також кінематичні характеристики потоку й епюри розподілу втрат по висоті ступеня шляхом траверсування потоку перед ступенем, у міжвінцевому зазорі й за робочим колесом.

Результати експериментального дослідження при нульовому підсмоктуванні зведено в табл. 8.2, а також представлені на рис. 8.11, 8.12.

Дослідження структури потоку за допомогою його траверсування дозволило встановити, що розподіл параметрів перед ступенем рівномірний як по колу, так і за радіусом. Результати траверсування потоку в міжвінцевому зазорі, представлені на рис. 8.11, показують, що параметри ступенів на середньому радіусі, отримані експериментально, досить добре збігаються з розрахунковими. Витрати, обчислені за даними траверсування перед ступенем, у міжвінцевому зазорі й за робочим колесом збігаються з витратою, обмірюваною по мірній діафрагмі, з точністю до 2–3 %.

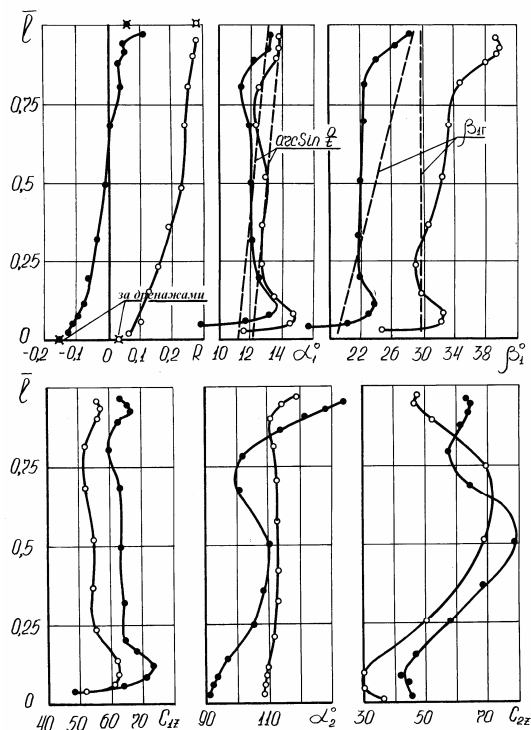


Рис. 8.11. Результати трасування ступенів I (—○—) і II (—●—) у міжвінцевому зазорі й за ступенем

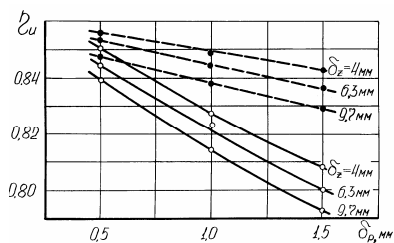


Рис. 8.12. Залежності ККД ступенів I (—○—) і II (—●—) від величини радіального δ_p і осьового δ_z зазорів

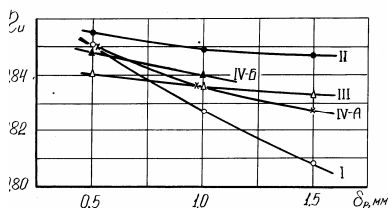


Рис. 8.13. Залежності ККД ступенів з $D_{\text{сер}}/\ell = 14,12$ від величини радіального зазору при $\delta_z = 4$ мм. Цифри на кривих позначають шифр ступеня

Значення ступеня реактивності на торцевих границях проточної частини, визначені по дренажах і за результатами траверсування потоку поблизу цих границь, збігаються задовільно.

Траверсування потоку за робочим колесом здійснювалося на відстані 16 мм від фронту робочих решіток (рис. 8.11).

У ступені II спостерігається трохи більша порівняно із ступенем I нерівномірність зміни уздовж радіуса кута α_2 і, відповідно, β_2 . Розбіжність кутів β_2 і $\beta_{2\text{эф}}$ становить приблизно 6° на середньому радіусі, тобто така ж, як і у вихідному варіанті ступеня. Ступінь має неосьовий вихід потоку на середньому радіусі $\alpha_2 = 111^\circ$, що трохи менше ніж у ступеня I. Нерівномірність зміни кута α_2 за висотою ступеня спричиняє відповідна зміна швидкостей C_2 і C_{2U} .

Коефіцієнт корисної дії без використання кінетичної енергії вихідної швидкості ступенів I і II досить високий. Максимальні значення його, що досягаються в обох випадках при найменших з досліджених значень радіального й міжвенцевого зазорів, відповідно рівні 0,85 і 0,855. Оптимальні значення характеристичного числа U/C_ϕ при цьому становлять 0,56 і 0,472. Максимальні значення ККД, підраховані за загальмованими параметрами потоку, практично однакові (0,904 проти 0,902 у ступеня I).

Коефіцієнт навантаження ступеня II перевищує \bar{C}_u ступеня I в 1,4 раза.

Порівняння аеродинамічних характеристик ступенів, отриманих у результаті траверсування потоку, дозволило встановити, що в навантаженому ступені відбулося збільшення втрат у соплових решітках внаслідок збільшення спрацьованого ним теплоперепаду й деякого погіршення ККД, пов'язаного зі зменшенням кута α_1 . У той же час має місце зниження втрат у робочих лопатках з 8,15 % до 6,87 % і втрат з вихідною швидкістю з 5,19 % до 4,86 %. Зниження втрат у робочих лопатках, спостережуване при більш низькому значенні ψ^2 , пояснюється, головним чином, зменшенням величини теплового перепаду, спрацьованого в робочих решітках. Зменшення витоків робочого тіла в радіальний зазор за рахунок зниженого степеня реактивності на периферії ступеня є додатковим чинником, що сприяє зниженню втрат у робочих решітках.

Таким чином, застосування спеціально сконструйованих дифузورних решіток профілів у зоні негативного степеня реактивності ступеня при правильній організації потоку на вході в робоче колесо у комбінації зі зниженням загального рівня степеня реактивності сприяє зменшенню втрат на робочих лопатках.

Витрата, що проходить через ступінь II, перевищує витрату ступеня I приблизно на 20 %. З метою приведення у відповідність витрат навантаженого й вихідного ступенів випробувано два ступені – III і IV. У ступеня III зменшений кут виходу потоку із соплових решіток до $10,9^\circ$; у ступеня IV – кут $\alpha_{1\text{сер}}$ збережений на рівні $\alpha_{1\text{сер}}$ вихідного ступеня з одночасним зменшенням висоти лопаток.

Ступінь III створений зі знову спроектованого напрямного апарата й робочого колеса ступеня II. Ступінь IV створений з напрямного апарата ступеня I і робочого колеса ступеня II. Геометричні характеристики цих ступенів представлено в табл. 8.3. Результати експериментального дослідження ступенів III і IV наведено в табл. 8.4.

Таблиця 8.3

Геометричні характеристики випробуваних ступенів III і IV з

$$D_{\text{сер}}/\ell = 14,12$$

Напрямний апарат						
Параметр	Ступінь III		Ступінь IV-A		Ступінь IV-B	
$D_{\text{сер}} / \ell$	14,1		14,1		16,6	
Хорда b , мм	31,8		31,8		31,8	
Кут установки $\beta_{\text{в}}$	56°54′		59°		59°	
Відносний крок $\bar{t} = t/b$	0,514		0,514		0,507	
Відносна довжина $\bar{l} = l/b$	0,79		0,79		0,66	
Кількість лопаток z	68		68		68	
Горло a_1 , мм	3,54		3,68		3,59	
$\arcsin a_1/t$	10°,55		13°02		12°51	
Робоче колесо						
Параметр	Ступінь III, IV-A			Ступінь IV-B		
	0	0,5 l	l	0	0,5 l	l
Хорда b , мм	16,6	16,3	16,0	16,6	16,25	15,95
Кут установки $\beta_{\text{в}}$	85°26′	80°54′	76°22′	85°26′	81°34′	75°10′
Відносний крок $\bar{t} = t/b$		0,709			0,708	
Відносна довжина $\bar{l} = l/b$		1,66			1,415	
Кількість лопаток z		96			96	
Горло a_2 , мм	4,57	4,64	4,71	4,57	4,63	4,7
$\arcsin a_2/t$	25°22′	23°41′	22°45′	25°22′	23°55′	22°29′
Геометричний кут входу на робочі лопатки $\beta_{\text{лг}}$	18°31′	24°	29°33′	18°31′	23°11′	28°44′

Таблиця 8.4

Порівняння аеродинамічних характеристик ступенів з $D_{сер}/\ell=14,12$

Параметр	Ступінь I	Ступінь III	Ступінь IV-A	Ступінь IV-B
P_0^* , МПа	0,1455	0,1629	0,1598	0,1606
T_0^* , К	383	381	374	375
P_2 , МПа	0,1003	0,1005	0,1002	0,1002
G , кг/с	1,63	1,63	2,0	1,65
F_L / F_H	1,72	2,3	1,93	2,0
h_{oi}/h_{oi}	1,0	1,3	1,2	1,22
$\overline{G}_n = 0 \quad \delta_z = 4 \text{ мм} \quad \delta_p = 0,5 \text{ мм}$				
η_u , %	85	84	85,1	84,8
$\xi_{вих}$, %	5,19	3,83	5,57	5,53
η_u^* , %	90,2	87,83	90,67	90,33
$v_{опт}$	0,56	0,48	0,51	0,495
$v_{опт}^2 / v_{оптI}^2$	1,0	1,36	1,206	1,28
\overline{C}_u	1,438	1,906	1,743	1,843
$\overline{G}_n = 0 \quad \delta_z = 9,7 \text{ мм} \quad \delta_p = 0,5 \text{ мм}$				
η_u , %	83,8	82,7	83,8	83,5
$\xi_{вих}$, %	4,9	3,43	5,35	5,28
η_u^* , %	88,7	86,1	89,2	88,8
$v_{опт}$	0,541	0,477	0,503	0,49
$v_{опт}^2 / v_{оптI}^2$	1,0	1,29	1,16	1,22
\overline{C}_u	1,515	1,892	1,762	1,847
$R_{сер}$, %	22	-1	3,5	1,0
φ^2	0,9556	0,9515	0,9562	0,9553
ξ_H , %	3,15	4,48	3,32	3,50
ψ^2	0,76	0,69	0,755	0,746
ξ_L , %	8,15	9,39	7,63	7,72
Ψ	0,871	0,831	0,869	0,864

Максимальний ККД ступеня III, зумовлений за статичними параметрами потоку, рівний 0,84, тобто на 1 % нижче ККД вихідного ступеня. Оптимальне значення $U/C_\phi = 0,48$, коефіцієнт навантаження $\bar{C}_u = 1,88$, що відповідає збільшенню теплоперепаду порівняно зі ступенем I в 1,3 рази.

Вивчення структури потоку дозволило виявити причини зниження економічності ступеня III. Коефіцієнт корисної дії соплового апарата ϕ^2 зменшився порівняно зі ступенем I з 0,9556 до 0,9515, що відповідає росту ξ_u з 3,15 % до 4,48 %. Збільшення втрат у соплах повністю компенсується зниженням втрат з вихідною швидкістю ($\xi_{\text{вих}}$ змінилося з 4,9 % до 3,43 %), що має місце в основному за рахунок зменшення витoku робочого тіла в порожнину радіального зазору. Погіршення ж економічності ступеня III стало наслідком зростання втрат на робочих лопатках через підвищення невідповідності геометрії робочих решіток кінематиці потоку. Спеціальне проектування решіток робочого колеса, що забезпечує безударний вхід потоку, очевидно, дозволить довести ККД ступеня III до рівня ККД вихідного ступеня.

Ступінь IV випробовувався у двох варіантах (IV-A й IV-B), у першому з яких висота лопаток збереглася такою ж, як у вихідному ступені, у другому – лопатки вкорочені до величини, необхідної для приведення у відповідність його витрати з витратою вихідного ступеня. Витрата ступеня IV-A $G = 2,0$ кг/з, ступеня IV-B $G = 1,65$ кг/с. Степені реактивності на середніх діаметрах $R_{\text{ср}} = 3$ % і 1 % відповідно.

У результаті дослідження було встановлено, що зміна величини осьового зазору δ_z чинить практично ідентичний вплив на економічність усіх досліджуваних ступенів. Характер залежності $\eta = f(\delta_z)$ добре узгоджується з літературними даними.

Інша картина спостерігається при дослідженні ступенів зі змінними значеннями радіального зазору. У вихідного ступеня залежність ККД від величини радіального зазору має яскраво виражений характер (рис. 8.12). Так, зміна радіального зазору від 0,5 мм до 1,5 мм приводить до зниження його ККД на 4...5,5 %, при цьому відбувається істотне зменшення оптимальних значень U/C_ϕ : при $\delta_z = 9,7$ мм (U/C_ϕ)_{opt} знизилося від 0,55 до 0,51.

На відміну від ступеня I дослідження показали, що ступені з підвищеним навантаженням (II, III IV) мають значно меншу чутливість до зміни величини радіального зазору (рис. 8.12, 8.13), що пояснюється істотним зменшенням витоку робочого тіла через периферійний зазор за рахунок зниження ступеня реактивності на верхньому радіусі до 5–8 %. Збільшення радіального зазору від 0,5 до 1,5 мм у ступеня II супроводжується зниженням його ККД тільки на 0,9...1,2 % (рис. 8.12). Оптимальні значення відношення швидкостей U/C_ϕ практично залишаються однаковими при будь-якій величині радіального зазору.

Діапазон досліджень, проведених з метою визначення впливу підсмоктування на роботу турбінних ступенів з кореневим позитивним і негативним ступенем реактивності, дозволив встановити, що в ступеня з негативним ступенем реактивності біля кореня вплив підсмоктування на зміну ККД проявляється в більшій мірі, що узгоджується з результатами дослідів багатьох дослідників.

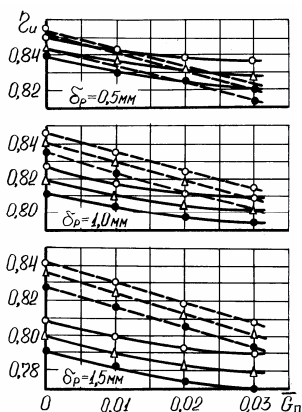


Рис. 8.14. Вплив підсмоктування на ККД ступенів I (—) і II (----) при різних осьових зазорах:
 о — $\delta_z = 4$ мм; Δ — $\delta_z = 6,3$ мм;
 ● — $\delta_z = 9,7$ мм

При підсмоктуванні робочого тіла $\bar{G}_{\Pi} = 0,03$ зниження ККД вихідного ступеня I перебуває в межах 1,6...2,2 %, причому більше значення відповідає більшим величинам осьового й радіального зазорів, тобто збільшення підсмоктування на 1 % супроводжується зниженням ККД ступеня на 0,5...0,7 %. Зазначена величина погіршення ККД ступеня менше, чим у ступенях без ущільнення кореневого зазору, де, згідно з дослідними даними численних авторів, 1 % підсмоктування приводить до зменшення ККД на 1,0...1,5 % при такій же величині кореневого ступеня реактивності $R_{\text{вн}}$ [45, 58].

Зміна підсмоктування \bar{G}_{Π} від 0 до 0,03 призводить до зниження ККД ступеня II аж до 2,8...3,3 %, ступеня III – до 2,5...3,0 %, ступенів IV – до 2,6...3,1 %, що на 0,9...1,1 % більше, чим у ступеня I. З робіт [57, 64] випливає, що збільшення підсмоктування на 1 % при відсутності ущільнення кореневого зазору викликає погіршення ККД ступеня з негативним ступенем реактивності від 2 до 3 %. У нашому ж випадку зниження ККД досягає 0,9...1,1 % при тих же приблизно значеннях \bar{G}_{Π} і $R_{\text{вн}}$.

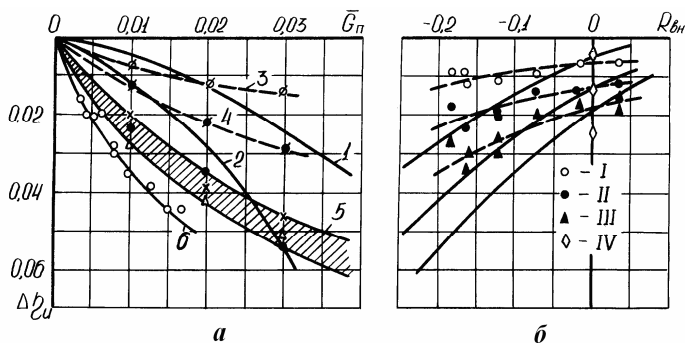


Рис. 8.15. Зміна економічності ступеню залежно від підсмоктування при різному кореновому степені реактивності:

a: 1 – досліді МЕІ [58] з ущільненням типу *B-2*, $R_{вн} = 0$; 2 – те ж, без ущільнення; 3 – досліді НТУ «ХПІ» з ущільненням типу *B-2*, $R_{вн} = 0,03$; 4 – те ж, $R_{вн} = -0,16$; 5 – досліді МЕІ [57] без ущільнення $R_{вн} = -0,13 \dots -0,23$; 6 – досліді КАІ [64] без ущільнення, $R_{вн} = -0,24$;

б: --- досліді НТУ «ХПІ» (ступені з ущільненням типу *B-2*),
 I – $\bar{G}_\pi = 0,01$; II – $\bar{G}_\pi = 0,02$; III – $\bar{G}_\pi = 0,03$; IV – досліді МЕІ [58] з ущільненням; — – досліді інших авторів, узагальнені в [64] (ступені без ущільнення)

Ці факти свідчать про доцільність застосування конструкції кореневого ущільнення типу *B-2* у проточній частині ступеня. Особливо ефективним є застосування такого ущільнення в ступені з негативним кореновим степенем реактивності. З порівняння даних дослідження НТУ «ХПІ» з даними досліджень різних авторів, наведених на рис. 8.15, випливає, що в ступені з $R_{вн} = -0,16$ відсоток підсмоктування приводить до погіршення економічності на $1 \dots 1,1$ %, тобто залежність зміни ККД у функції від підсмоктування приблизно така ж, як у неущільненого ступеня з нульовою або невеликим позитивним кореновим степенем реактивності [58]. Залежність зміни ККД від кореневого степеня реактивності при різних величинах підсмук-

тування в ступені з ущільненням типу *B-2* має більш пологий характер (рис. 8.15).

Ретельне вивчення впливу величин радіального й осьового зазорів, а також підсмоктування біля кореня на економічність і параметри потоку в міжвінцевому зазорі й за робочим колесом осьового турбінного ступеня дозволили шляхом порівняння даних експериментального й розрахункового дослідження переконатися у вірогідності розроблених методик і алгоритмів розрахунку величини протікання у проточній частині й втрат від нього (рис. 6.10, 6.13).

8.2.2. Дослідження ступенів з $D_{\text{сеп}}/\ell = 3,6$

З метою додаткової експериментальної перевірки принципів розрахунку й проектування осьових турбінних ступенів, викладених у попередніх розділах, було створено два варіанти ступенів з $D_{\text{сеп}}/\ell = 3,6$ і різним рівнем ступеня реактивності на середньому радіусі й біля кореня. Як прототип взятий останній ступінь ЦСТ турбіни К-500-240-2, що має такі безрозмірні параметри: $\bar{C}_{0Z} = C_{0Z}/U = 0,437$, $\lambda_0 = C_0/a_* = 0,12$, $\nu_0 = U/C_\phi = 0,63$.

Ступінь I моделює зазначений прототип за цими параметрами. Вибір кутів напрямних і робочих решіток за середнім радіусом ($\alpha_{1\text{сеп}} = 24,0^\circ$, $\tilde{\beta}_{2\text{сеп}} = 29,8^\circ$) проводився за методикою одновимірної оптимізації (розд. 4), а закони закручення вибиралися відповідно до вихідного заводського варіанта. Напряmnий апарат закручений за законом $C_U r = \text{const}$ ($\alpha_{1n} = 29,5^\circ$, $\alpha_{1\text{вн}} = 17,8^\circ$, а робоче колесо – за законом $r_2^{0,5} \text{tg} \tilde{\beta}_2 = \text{const}$ ($\bar{\beta}_{2n} = 26^\circ$, $\tilde{\beta}_{2\text{вн}} = 32^\circ$). У такий спосіб удалося зберегти рівень ступеня реактивності на середньому радіусі й біля кореня модельного ступеня на рівні, який має прототип. Від-

мінність від вихідного ступеня полягає в тому, що обводи виконані циліндричними (біля вихідного ступеня $\gamma_n \approx 8^\circ$), а робоче колесо обандажене (рис. 6.6).

Ступінь II проектувався як навантажений варіант ступеня I ($h_{0II}/h_{0I}=1,65$), що має знижене відношення швидкостей ($v_0 = U/C_\phi = 0,54$), що досягається збільшенням тиску на вході, при однакових параметрах \bar{C}_{0Z} , λ_0 і витраті. Ступінь обандажений, має розкриття проточної частини близько 10° (рис. 6.7). Закручення вінців ступеня II здійснювалося згідно з методикою просторової оптимізації за обводним ККД ступеня (без врахування підсмоктування біля кореня й витоків через радіальний зазор), описаною в підрозд. 5.6 ($\alpha_{1n} = 17,8^\circ$, $\alpha_{1вн} = 17,2^\circ$, $\beta_{2n} = 19^\circ$, $\tilde{\beta}_{2вн} = 41^\circ$).

Профілювання лопаток напрямних апаратів і робочих коліс обох ступенів проводилося з використанням методики аналітичного профілювання за геометричним критерієм мінімуму максимуму кривизни. Як кореневий профіль робочого колеса другого ступеня, що працює в умовах стиску потоку, був узятий профіль 4D.

Експериментальне дослідження ступенів виконане при таких параметрах на середньому радіусі:

$$\text{Ступінь I: } P_2/P_0^* = 0,866, P_0^* = 0,118 \text{ МПа}, T_0^* = 380 \text{ К},$$

$$C_\phi = 175 \text{ м/с}, G = 4,55 \text{ кг/с}, M_{C_1} = 0,39, Re_{C_1} = 2 \cdot 10^5.$$

$$\text{Ступінь II: } P_2/P_0^* = 0,79, P_0^* = 0,129 \text{ МПа}, T_0^* = 380 \text{ К},$$

$$C_\phi = 225 \text{ м/с}, G = 4,55 \text{ кг/с}, M_{C_1} = 0,55, Re_{C_1} = 2,8 \cdot 10^5.$$

Завдяки проведеному експериментальному дослідженню отримані залежності внутрішнього ККД ступенів від відношення швидкостей U/C_ϕ , розподіл параметрів потоку в міжвінцевому зазорі й за робочим колесом, значення статичного тиску по дренажах на зов-

нішній і внутрішній обмежуючих поверхнях при різних радіальних ($\delta_p = 0,5, 1 \text{ і } 1,5 \text{ мм}$), осьових ($\delta_z = 7 \text{ і } 13 \text{ мм}$) зазорах і наявності підсмоктування в кореневий зазор ($\bar{G}_{\Pi} = 0, 0,5, 1,0 \text{ і } 1,5 \%$).

Основні результати експерименту послужили матеріалом для порівняння експериментально отриманих і розрахункових даних, яке було проведено в розд. 3 і 6. Як уже вказувалося, спостерігається добра відповідність розрахунку з експериментом за абсолютним рівнем внутрішнього ККД, залежністю економічності ступенів від відносини швидкостей U/C_{ϕ} (рис. 3.7), величини осьового, радіального зазорів і відносної витрати підсмоктування в кореневий зазор (рис. 6.12, 6.14, 6.17, 6.18).

Для одержання картини течії в осьових зазорах і за робочими колесами ступенів I і II при оптимальному відношенні швидкостей проводилося траверсування потоку за допомогою трьохканальних насадок. Дані, наведені на рис. 6,26; 6,27 і 3,5, свідчать про добрий збіг розрахункових і експериментальних залежностей. Слід також констатувати непогану відповідність степені реактивності на твірних ступенів, отриману шляхом траверсування й за дренажами. Величина кута α_2 відповідає обраній при проектуванні ступенів за середнім радіусом й становить $70...80^\circ$ по всій висоті в обох варіантах.

Дані щодо економічності досліджених ступенів, отримані розрахунковим і експериментальним шляхом, наведено в табл. 8.5.

У цій таблиці інтегральні відносні втрати в соплах і з вихідною швидкістю розраховані за даними траверсування, внутрішній ККД обмірюваний по гідрогальму, а втрати на лопатках обчислені на підставі балансу втрат

Таблиця 8.5

Порівняння показників економічності ступенів I і II з $D_{\text{сер}}/\ell = 3,6$ при мінімальному радіальному зазорі $\delta_p = 0,5$ мм і відсутності підсмоктування біля кореня

	Ступінь I		Ступінь II	
	розрахунок	експеримент	Розрахунок	експеримент
$(u/C_\phi)_{\text{opt}}$	0,63	0,62	0,54	0,55
ξ_H %	2,7	2,7	3,1	3,1
ξ_L %	3,1	2,4	5,1	4,6
$\xi_{\text{вих}}$ %	11,8	11,9	7,5	7,0
η_i %	82,4	83,0	84,3	85,3

8.2.3. Експериментальне дослідження ступенів з $D_{\text{сер}}/\ell = 2,6$

Оптимізаційні розрахунки, проведені за викладеною у розділі 5 методикою, для ступенів з параметрами $D_{\text{сер}}/\ell = 2,6$, $D_{\text{сер}} = 274$ мм, $l_H = 106$ мм, $l_L = 104,7$ мм, при початковому, кінцевому тисках і початковій температурі $P_0^* = 0,127$ МПа, $P_2 = 0,10316$ МПа, $T_0^* = 373$ К, швидкості, що відповідає ізоентропійному перепаду на ступінь, $C_\phi = 207,87$ м/сек, $M_{C_\phi} = 0,55$ і витраті через ступінь $G = 5,15$ кг/с, показали, що максимальний коефіцієнт корисної дії 83,3 % має ступінь зі значенням степеня реактивності на середньому радіусі, рівним $R_{\text{сер}} = 0,46$, і внаслідок градієнта тиску в міжвінцевому зазорі глибокий негативний степінь реактивності (порядку $-0,3$) біля кореня, але за умови спеціально виконуваних профілів робочих лопаток, що працюють у режимі стиску потоку. При оптимізаційних

розрахунках ККД напрямного апарата φ^2 у зоні ядра потоку приймався за даними продувок плоских решіток профілів. У ділянці кінцевих елементів ступеня розподіл φ^2 за радіусом ґрунтувався на даних продувок кільцевих решіток, проведених на кафедрі турбінобудування НТУ «ХП».

Закон розподілу ψ^2 на робочих лопатках, прийнятий у розрахункових дослідженнях, у прикореневій зоні при наявності там негативного степеня реактивності враховував різний можливий рівень втрат у дифузорних профілях.

Досліджувалися три варіанти турбінних ступенів I, IA і II із циліндричною проточною частиною. Варіанти турбінних ступенів I і IA мають глибокий негативний степінь реактивності біля кореня, порядку $-0,25$, і відрізняються різними кореневими профілями робочих лопаток. Кореневий профіль вихідного варіанта I окреслений за лемніскатою. У той час, як зазначений метод побудови профілів дозволяє одержати високоекономічні профілі в умовах конфузорної течії, результати випробувань кореневого профілю варіанта I в аеродинамічній трубі показали високий коефіцієнт втрат ($0,5 \dots 0,55$). Кут виходу потоку β_2 , як і ККД решітки, різко міняється зі збільшенням M_{w1} .

У варіанті IA описаний кореневий дифузорний профіль був замінений профілем 3D, результати експериментальної продувки якого в аеродинамічній трубі наведені на рис. 8.6. Зміна кореневого профілю робочої лопатки у варіанті IA супроводжувалася зміною сусідніх профілів вздовж 12,5 % довжини лопатки.

Варіант II має степінь реактивності біля кореня близький до нуля.

Відношення площ поперечного перерізу кореневого й периферійного профілів робочої лопатки рівне 9,6. Напрямні й робочі лопатки закручені за законом, близьким до умови сталості за радіусом

масової витрати ($\rho C_z = \text{const}$). Решітка напрямного апарата має постійний за радіусом відносний крок $t = t/b = 0,714$, розрахункові вихідні кути потоку в кореновому, середньому й периферійному перетинах варіантів I і ІА рівні $17^\circ 35'$; $20^\circ 30'$; $23^\circ 46'$, а варіанта II – 19° , 24° , $27^\circ 40'$ відповідно. На оптимальному режимі число Рейнольдса напрямного апарата змінюється за висотою лопаток у межах $Re_{C_1} = (3,4 \dots 3,9) \cdot 10^5$.

З метою більш детального й повного дослідження ступенів їх випробування проводилося при різних значеннях осьового зазору $\bar{\delta}_z = \delta_z / l$. Траверсування проводилося на вході в ступінь, за сопловим апаратом, а також за ступенем.

Траверсування в міжвінцевому просторі показало, що у всіх варіантах кути входу потоку на робочу лопатку досить добре збігаються з розрахунковими кутами β_1 .

На рис. 8.16 наведені криві розподілу ступеня реактивності за радіусом при $\bar{\delta}_z = 0,139$ для всіх варіантів. Траверсуванням поблизу кореня робочої лопатки у варіантів I і ІА зафіксовано глибокий негативний ступінь реактивності $R_{\text{вн}} = -25\%$. За робочим колесом у вихідному ступені (варіант I) у кореневій зоні осьова складова швидкості на одну третину менше, чим на іншій частині лопатки, вихідний кут потоку за ступенем α_2 різко зменшується, а відповідний кут у відносному русі $\tilde{\beta}_2$ суттєво відрізняється від розрахункового. Крім того, у цій зоні повний тиск зменшується, що пов'язано зі збільшеною втратою в цій частині робочої лопатки. У варіанті ІА, на відміну від попереднього, повний тиск біля кореня стає близьким до такого на середньому радіусі. Кути потоку α_2 поблизу кореня більше таких варіанта I і наближаються до розрахункових величин. Відносна осьова складова швидкості в цій зоні суттєво збільшується, а саме

від 0,17 до 0,25 і близька до її значення на середньому радіусі (рис. 8.16). За результатами траверсування з урахуванням витрати, що замірювалася по мірному соплу, визначалася зведена втрата з вихідною швидкістю. У варіанті I втрата з вихідною швидкістю для всіх міжвінцевих відстаней складала 7,9 %.

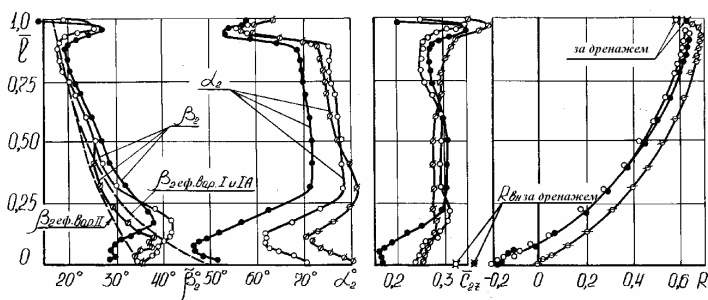


Рис. 8.16. Залежність степеня реактивності R , а також зміна α_2 , β_2 і $\bar{C}_{2Z} = C_{2Z}/C_\phi$ уздовж висоти лопатки ступенів з $D_{\text{ср}}/\ell = 2,6$ на відстані $\bar{z}_2 = z_2/\ell = 0,305$ від вихідних кромek робочого колеса при $\bar{\delta}_z = \delta_z/\ell = 0,139$. Умовні позначення: —●— — варіант I; —○— — варіант IA; —○— — варіант II

У варіанті IA така втрата залежить від міжвінцевої відстані й плавно зменшується від 7,9 % при $\bar{\delta}_z = 0,3$ до 7,3 % при $\bar{\delta}_z = 0,0667$. Менші значення зазначеної втрати порівняно з варіантом I пояснюються меншою нерівномірністю осьової складової вихідної швидкості.

Статичні тиски поблизу кореня й на периферії додатково визначалися через дренажні отвори шляхом осереднення відповідних вимірювань, що охоплюють два кроки напрямних лопаток. У варіанті IA заміна профілів у кореневій зоні привела до поглиблення

негативного ступеня реактивності біля кореня ступеня. Зі зменшенням міжвінцевої відстані зазначений степінь реактивності зменшується, а ККД збільшується (рис. 8.17).

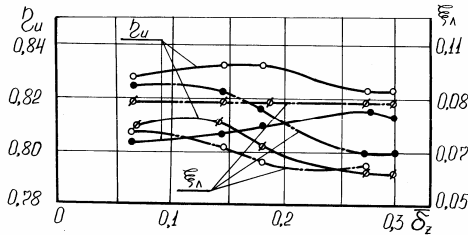


Рис. 8.17. Залежність ККД ступенів з $D_{\text{сер}}/\ell = 2,6$ і коефіцієнта втрат на робочих лопатках $\xi_{\text{л}}$ від міжвінцевої відстані $\bar{\delta}_z$ при оптимальних значеннях U/C_ϕ . Умовні позначення: —●— — варіант I; —○— — варіант IA; —○— — варіант II

З поглибленням негативного ступеня реактивності біля кореня ступеня оптимальне значення U/C_ϕ на середньому радіусі трохи знизилося й рівне 0,68–0,69. Для варіанта I відповідні значення рівне 0,7.

У варіанті II траверсуванням зафіксований нульовий степінь реактивності в корені (рис. 8.16). Відповідно на середньому радіусі в цьому варіанті степінь реактивності зріс приблизно на 10 % порівняно з варіантами I та IA. У цьому варіанті спостерігається близький до розрахункового розподіл $\bar{\beta}_2$, α_2 і $\bar{C}_{2Z} = C_{2Z}/C_\phi$ за висотою робочих лопаток, втрати з вихідною швидкістю за даними траверсування коливаються залежно від $\bar{\delta}_z$ у межах $\xi_{\text{вих}} = 7,9 \dots 8,8$ % (менше значення $\xi_{\text{вих}}$ для більших $\bar{\delta}_z$), оптимальне значення U/C_ϕ зросло й стало рівним 0,72...0,73.

Порівняння експериментально отриманих значень ККД ступенів без використання вихідної швидкості при різних $\bar{\delta}_z$ дозволяє зробити висновок про ефективність варіанта ступеня з поліпшеним кореневим профілем робочої лопатки (рис. 8.17). Підвищення ККД варіанта ІА для такого варіанта І залежно від міжвінцевої відстані становить 0,8...2,5 %, а для варіанта ІІ – 3...2 %. Максимальне збільшення ККД зміщується у бік менших значень $\bar{\delta}_z$ порівняно з варіантом І і в бік більших значень $\bar{\delta}_z$ порівняно з варіантом ІІ.

При дослідженні ступенів із глибоким негативним ступенем реактивності особливий інтерес представляють втрати в робочих решітках.

ККД робочих лопаток у варіантах ІА і ІІ виявилися однаковими й рівними 0,86. У варіанті І ККД робочого колеса через погано працюючу прикореневу зону виявився найбільш низьким і рівним 0,816. У той же час слід зазначити, що соплові апарати мали однакові ККД, рівні 0,958.

На рис. 8.18 наведені лінії струму, побудовані за даними травесування для варіантів І і ІА. Збільшена втрата при дифузійній течії в умовах варіанта І зменшує, як вказувалося раніше, пропускну здатність каналів у ділянці корневих перетинів, потік витісняється до периферії, що викривляє лінії струму. На рисунку видно помітне вирівнювання ліній струму за наявності поліпшеного кореневого профілю.

Слід особливо підкреслити, що всі перераховані вище ступені розглядалися й випробовувалися в ідеалізованих умовах: в одиночному виконанні; з високим ККД напрямних лопаток і добре організованим входом робочого тіла на ступінь; за відсутності протікання через діафрагмове ущільнення й розвантажувальні отвори, величина яких для різних варіантів виконання ступенів буде неоднаковою. У

розд. 6 показано, що наявність протікання у реальних умовах роботи турбінного ступеня в групі суттєво впливає на оптимальний закон закручення напрямних і робочих лопаток, тобто на величину ступеня і реактивності біля кореня, який не повинен бути негативним, і на характер розподілу оптимального ступеня реактивності за висотою ступеня. Тому до результатів проведеного експериментального дослідження необхідно підходити в першу чергу як до найбільш складної варіантної перевірки правильності розроблених моделей та алгоритмів оптимізації.



Рис. 8.18. Схема проточної частини ступенів з $D_{\text{сеп}}/\ell = 2,6$ і лінії струму варіантів I (—●—) та ІА (—○—), побудовані за результатами траверсування при $\bar{\delta}_z = 0,276$

Необхідно підкреслити, що в результаті експериментального дослідження в аеродинамічній трубі й на обертових моделях отримано переконливе підтвердження можливості створення високонавантажених осьових турбінних ступенів з мінімальними вихідними

втратами, що успішно працюють при низьких значеннях U/C_ϕ . Робота таких ступенів у групі з урахуванням зазначених вище факторів, безумовно, приведе до зниження їхніх ККД і все-таки, незважаючи на це, такого роду ступені можуть знайти своє застосування, наприклад, у напівпікових турбінах, призначених для покриття все зростаючої нерівномірності добового графіка навантаження енергосистем в умовах їх щодобової зупинки й пуску. Техніко-економічні розрахунки показують, що такого роду агрегати зі зменшеною кількістю годин роботи протягом року вигідно виготовляти навіть зі зниженим порівняно з базовими турбінами ККД.

Запитання для самоперевірки

1. Поясніть конструкцію й роботу стенда, що дозволяє досліджувати турбінні решітки як конфузорного, так і дифузорного типів.
2. Розкажіть про результати продувок конфузорних решіток профілів. Які результати показали дослідження вихідних і оптимізованих профілів за геометричним критерієм якості й за мінімумом профільних втрат? Які висновки випливають із цих порівняльних випробувань?
3. Які результати показали експериментальні дослідження дифузорних турбінних решіток профілів?
4. Проаналізуйте результати експериментального дослідження ступенів з $D_{\text{сер}}/\ell = 14,12$.
5. Що показали порівняння дослідних і розрахункових даних при дослідженні ступенів з $D_{\text{сер}}/\ell = 3,6$.
6. Яка мета ставилася при дослідженні ступенів з довгими лопатками ($D_{\text{сер}}/\ell = 2,6$)? Що показали результати експериментальних досліджень?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бойко А.В. Оптимальное проектирование проточной части осевых турбин / А.В. Бойко. – Х. : Вища школа, 1982. – 150 с.
2. Шубенко-Шубин Л.А. Автоматизированное проектирование лопаточных аппаратов тепловых турбин / Л.А. Шубенко-Шубин, Ф.А. Стоянов. – Л. : Машиностроение, 1984. – 236 с.
3. Бойко А.В. Аэродинамика проточной части паровых и газовых турбин: расчеты, исследования, оптимизация, проектирование / А.В. Бойко, А.В. Гаркуша. – Х. : ХГПУ, 1999. – 390 с.
4. Аэродинамический расчет и оптимальное проектирование проточной части турбомашин / Бойко А.В., Говорущенко Ю.Н., Ершов С.В. и др., под ред. А.В. Бойко. – Х. : НТУ «ХПИ», 2002. – 356 с.
5. Бойко А.В. Основы теории оптимального проектирования проточной части осевых турбин: учеб. пособ. для вузов / А.В. Бойко, Ю.Н. Говорущенко. – Х. : Вища шк., 1989. – 220 с.
6. Норенков И.П. Введение в автоматизированное проектирование технических устройств и систем : учеб. пособ. для вузов / И.П. Норенков. М. : Высш. шк., 1980. – 312 с.
7. Диксон Дж. Проектирование систем: изобретательство, анализ и принятие решений / Дж. Диксон ; пер. с англ. – М. : Мир, 1969. – 440 с.
8. Палагин А.А. Автоматизация проектирования тепловых схем турбоустановок / А.А. Палагин. – К. : Наукова думка, 1983. – 160 с.
9. Петренко А.И. Основы автоматизации проектирования / А.И. Петренко. – К. : Техника, 1982. – 296 с.
10. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование / Д. Химмельблау; пер. с англ. – М.: Мир, 1975. – 536 с.
11. Моисеев Н.Н. Методы оптимизации / Н.Н. Моисеев, Ю.П. Иванов, Е.М. Столярова. – М. : Наука, 1976. – 216 с.
12. Моисеев Н.Н. Численные методы в теории оптимальных систем / Н.Н. Моисеев. – М. : Наука, 1971. – 424 с.
13. Hooke R., Jeeves T.A. Direct search solution of numerical and statistical problems // Journal of the Association for Computing Machinery (ACM). – 1961. – 8, № 2. – P. 212-229.

14. Васильев В.П. Численные методы решения экстремальных задач / В.П. Васильев. – М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит, 1988. – 552 с.
15. Torczon V. On the convergence of the multidirectional search algorithm // SIAM J. Optimization. – 1991. – 7, № 1. – P. 1 – 25.. Nelder J.A., Mead R. A simplex method for function minimization // The Computer Journal. – 1965. – 7, № 1. – P. 308–313.
16. Nelder J.A., Mead R. A simplex method for function minimization // The Computer Journal. - 1965. – 7, № 1. – P. 308–313.
17. Соболев И.М. /Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями / И.М. Соболев, Р.Б. Статников. – М. : Наука, 1981.–110 с.
18. Box E. P., Benken D. W. Some new three level design for the study of quantitative variables. – Technometrics, 1960. – 2, №4. – P. 455–475.
19. T. Rogalsky, R. W. Derksen, S. Kocabiyik. Differential Evolution in Aerodynamic Optimization.
20. David E. Goldberg. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989
21. . Rolf Dornberger, Dirk Büche, Peter Stoll. Multidisciplinary Optimization In Turbomachinery Design. European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS 2000 Barcelona, 11–14 September 2000.
22. Melih Papila, Nilay U. Papila, Wei Shyy, Raphael T. Haftka, Norman Fitz-Coy Error-Based Design Space Windowing. AIAA 2002–0539.
23. Egorov I. N. Indirect Optimization Method on the Basis of Self-Organization, Curtin University of Technology, Perth, Australia., Optimization Techniques and Applications (ICOTA'98), Vol.2, pp. 683–691. 1998.
24. Newman, J.C., Taylor, A.C., Three-Dimensional Aerodynamic Shape Sensitivity Analysis and Design Optimization Using the Euler Equations on Unstructured Grids, AIAA Paper 96–2464, June 1996.
25. M.S. Eldred, W.E. Hart. Design and implementation of multilevel parallel optimization on the intel teraflops. AIAA–98–4707.
26. Subrata Roy, Sagar Kapadia James D. Heidmann. Film Cooling Analysis Using Des Turbulence Model. Proceedings of ASME Turbo Expo 2003. Power for Land, Sea, and Air. June 16–19, 2003, Atlanta, Georgia, USA.

27. Akira Oyama, Meng, Sing Liou, Shigeru Obayashi. Transonic Axial-flow Blade Shape Optimization Using Evolutionary Algorithm and Three-dimensional Navier-Stokes solver. AIAA 2002–5642
28. Strang, W. Z., Tomaro, R. F., and Grismer, M. J., 1999, The Defining Methods of Cobalt60 : A Parallel, Implicit, Unstructured Euler/Navier-Stokes Flow Solver. AIAA Paper 99–16635.
29. Shahrokh Shahpar, Leigh Lapworth Padram: Parametric Design And Rapid Meshing System For Turbomachinery Optimisation. Proceedings of ASME Turbo Expo. 2003 June 16–19, 2003, Atlanta, Georgia, USA.
30. . Shahrokh Shahpar, David Giacche , Leigh Lapworth. Multi-objective design and optimisation of bypass outlet-guide Vanes. Proceedings of ASME Turbo Expo 2003 June 6–19, 2003, Atlanta, Georgia, USA.
31. R. Tappeta, S. Nagendra, J.E. Renaud, K. Badhrinath. Concurrent Sub-Space Optimization (CSSO) MDO Algorithms in iSIGHT. CSSO in iSIGHT: Validation and Testing.
32. John I. Cofer, IV, John K. Reinker, William J. Sumner. Advances in Steam Path Technology. GE Power Generation, GER–3713E.
33. Снапелев Ю.Н. Моделирование и управление в сложных системах / Ю.Н. Снапелев, В.А. Старосельский. – М. : Сов. Радио, 1974.– 264 с.
34. Трояновский Б.М. Паротурбинные установки для энергоблоков нового поколения / Б.М. Трояновский, А.П. Огурцов, А.В. Корягин // Тяжелое машиностроение. – 1996. – №8. – С.28–34.
35. Степанов Г.Ю. Гидродинамика решеток турбомашин / Г.Ю. Степанов. – М. : Физматгиз, 1962.– 512 с.
36. Юза Я. Уравнения термодинамических свойств воды и водяного пара, предназначенных для вычислительных машин / Я. Юза // Теплоэнергетика. – 1967. – №1. – С. 80–86.
37. Индурский М.С. Простые формулы для параметров водяного пара в расчетах ЦНД турбин на ЭВМ / М.С. Индурский // Теплоэнергетика. – 1975. – №5. – С. 92–93.
38. Сироткин Я.А. Аэродинамический расчет лопаток осевых турбомашин / Я.А. Сироткин. – М. : Машиностроение, 1972. – 448с.

39. Алексеева Р.Н. Приближенная методика определения аэродинамических потерь в верных решетках турбинных лопаток / Р.Н. Алексеева, Э.А. Бойцова // Теплоэнергетика. – 1973. – №12. – С. 21-25.
40. Хорлоkk Дж. Х. Осевые турбины (Газовая динамика и термодинамика) / Дж. Х. Хорлоkk ; пер. с англ. – М. : Машиностроение, 1972. – 212 с.
41. Craig H.R.M., Cox H.J.A. Performance Estimation of Axial Flow Turbines. // The Institution of Mechanical Engineers, Proceedings, 1970/71, vol. 185, 32/71, p. 407–424.
42. Жуковский М.И. Аэродинамический расчет потока в осевых турбомашинах / М.И. Жуковский. – Л. : Машиностроение, 1967. – 288 с.
43. Hawthorne W.R. Thermodynamics of Cooled Turbines, Part I The Turbine Stage. Part II The Multistage Turbine. // Trans. of the ASME, 78, 1956.
44. Boiko A.V., Govorushchenko Yu.N., Usaty A.P. Rudenko A.S. Optimal design of turbines taking into consideration the mode of operation. // Proceedings of the 8th European Turbomachinery Conference March 23–27, 2009, Graz, Austria, p. 559–569.
45. Кириллов И.И. Теория турбомашин / И.И. Кириллов. – Л. : Машиностроение, 1972. – 536 с.
46. Щегляев А.В. Паровые турбины / А.В. Щегляев – М. : Энергоатомиздат, 1993. Книга 1, 382с. Книга 2, 414с.
47. Уваров В.В. Профилирование длинных лопаток газовых и паровых турбин / В.В. Уваров // Тр. ЦИАМ. – 1945. – №99. НКАП, Оборонгиз. – 8с.
48. Тырышкин В.Г. К вопросу о выборе метода проектирования длинных лопаток турбинной ступени / В.Г. Тырышкин // Изв. АН СССР, ОТН. – 1954. – №6. – С. 37–46.
49. Индурский М.С. Оптимизация газодинамических параметров и профилирование направляющего аппарата в последних ступенях мощных паровых турбин : автореф. дис. канд. техн. наук : / Индурский М.С. –М. , ВТИ, 1973. – 24 с.
50. Шубенко-Шубин Л.А. Об одном методе оптимизации параметров потока в осевых зазорах турбинных ступеней /Л.А. Шубенко-Шубин, Ф.А. Стоянов, А.В. Кудренко // Энергомашиностроение. – 1978. – №3. – С. 22–23.

51. Бойко А.В. Метод оптимального проектирования осевой турбинной ступени / А.В. Бойко, Ю.Н. Говорущенко // Теплоэнергетика. – 1977. – №4. – С. 76–79.
52. Индурский М.С. Оптимизация параметров последней ступени паровой турбины с учетом работы на переменных режимах / М.С. Индурский, Ю.В. Ржезников, М.С. Симкин // Теплоэнергетика. – 1979. – №3. – С. 43–48.
53. Шабаров А.Б. Математическая модель экономичности ступеней осевой турбины при пространственном течении / А.Б. Шабаров, Л.П. Зарубин // Тр. МВТУ им. Н.Э. Баумана. – 1979. – №303. – С. 44–54.
55. Wu Chung-Hua A General Theory of Three-Dimensional Flow in Subsonic and Supersonic Turbomachines of Axial, Radial and Mixed-Flow Types. // Transactions of the ASME, 1952, vol. 74, №8, p. 1363–1380.
56. Дорфман Л.А. Численные методы в газодинамике турбомашин / Л.А. Дорфман. – Л.: Энергия, 1974. – 270 с.
57. Дейч М.Е. Исследование и расчёты ступеней осевых турбин / М.Е. Дейч, Б.М. Трояновский. – М. : Машиностроение, 1964. – 628 с.
58. Дейч М.Е. Исследование влияния протечки через корневой зазор на КПД ступени при различных схемах уплотнения зазора / М.Е. Дейч, В.В. Фролов, В.А. Баранов, Г.А. Кругленков // Тр. Моск. энерг. ин-та, Турбиностроение. – 1972. – Вып. 99. – С. 15–21.
59. Алберг Дж. Теория сплайнов и её приложения / М.Е. Дейч, В.В. Фролов, В.А. Баранов, Г.А. Кругленков ; пер. с англ. – М. : Мир, 1972. – 316 с.
60. Аронов Б.М. Профилирование лопаток авиационных газовых турбин / Б.М. Аронов, М.И. Жуковский, В.А. Журавлев – М. : Машиностроение, 1975. – 192с.
61. Дейч М.Е. Атлас профилей решеток осевых турбин / М.Е. Дейч, Г.А. Филиппов, Л.Я. Лазарев. – М. : Машиностроение, 1965. – 96 с.
62. Христианович С.А. Обтекание тел газом при больших скоростях / С.А. Христианович // Тр. ЦАГИ. – 1940. – Вып.481.– С. –Вып.481.
63. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. – М. : Наука, 1970. – 904 с.

64. Ключников Г.М. Исследование влияния степени реактивности на рабочий процесс турбинной ступени / Г.М. Ключников, В.А. Стрункин // Теплоэнергетика. – 1966. – №10. – С.70–72.

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

Автоматизація проектування...13	Дослідження дифузорних тур-
Алгоритм оптимізації.	бінних решіток
– принцип побудови.....83	– експериментальне.....341,365
Алгоритм Пауелля.....41	Дослідження осьових турбінних
Алгоритм побудови оптимально-	ступенів
го профілю	– експериментальне.....347
– за геометричним	Дослідження профільних втрат
критурею.....301	– в аеродинамічній трубці.....333
Аналіз чутливості.....75	Етап проектування
Багатоступінчаста осьова турбіна	– прийняття рішень.....10
– варіанти виконання проточної	Задача оптимізації параметрів
частини.....151	осьового турбінного ступеня
Банк даних.....14	– чисельне рішення.....229
Вихідні і оптимізовані ступені	Задача теплового розрахунку
– показники економічності....282	ступеня
Відхили.....55	– чисельна реалізація.....218
Вплив витоку	Зональна невизначеність.....54
– через радіальний зазор.....263	Інформаційне забезпечення....14
Вплив підсмоктування	Коефіцієнт профільних втрат
– в кореневий зазор.....275	– визначення.....310
Газова турбіна	Коефіцієнт повернення
– одиночний ступень.....141	тепла.....135
Генетичні алгоритми.....74	Коефіцієнти
Градiєнтні методи.....42	Ізоентропійності.....139
	Конфузорні решітки профілів 316
	Критерій Сильвестра.....30

Лінії рівня.....	38	Метод проектування	
ЛП-пошук.....	68	– аеродинамічно досконалих	
Макромоденування.....	69	профілів за мінімумом	
Математичне забезпечення.....	14	профільних втрат.....	310
Математичні моделі		Методи пошуку	
– основані на фізичних		– аналітичні.....	28
законах.....	20	– чисельні.....	28
– формальні макромоделі.....	26	Модель	
– осесиметричної течії в ступені		– агрегована.....	23
парової турбіни.....	190	– дезагрегування.....	23
Матриця Гессе.....	30	– математична.....	106,131
Метод		– ступень газової турбіни.....	211
– внутрішньої точки.....	52	– ступень парової турбіни.....	215
– Гаусса-Зайделя.....	45	Модельований відпал.....	72
– градієнтні.....	42	Надзвуковий профіль	
– Девіса, Свенна й Кемпі.....	41	– побудова.....	296
– ДСК-Пауелла.....	41	Наявність мети.....	15
– зовнішніх штрафних		Наявність обмежень.....	15
функцій.....	51	Нейронні мережі.....	75
– золотого поділу.....	40	Нелінійна оптимізаційна	
– кубічної інтерполяції.....	41	задача.....	18
– множників Лагранжа.....	32	Нелінійне програмування	
– найшвидшого спуску.....	42	прямі методи.....	37
– Нелдера-Міда.....	61	– чисельні методи.....	37
– Ньютона.....	47	Неоднозначність рішення.....	15
– половинного поділу.....	40	Оптимізація проточної частини	
– сполучених градієнтів.....	48	турбіни.....	102
– сполучених напрямків.....	47	Оптимізація функціонала.....	28
– статистичних випробувань		Оптимізація функцій.....	28
(Монте-Карло).....	67	Осьовий турбінний ступень	
– Флетчера-Рівса.....	48	– меридіанна проекція.....	258
– Хука-Дживса.....	57	– оптимізація параметрів.....	229
– штрафних функцій.....	52	– розрахунок величини про-	
		тікання і втрат від нього.....	240

Параметри проєктованих об'єктів	
– вихідні.....	16
– внутрішні.....	16
– зовнішні.....	16
Парсонс	
– характеристика.....	118
Побудова пера лопатки.....	202
Проектування	
– блочно-ієрархічне.....	8
– інженерне.....	8
– системне.....	8
Проектування оптимального про- філя лопатки турбіни.....	288
Просторова оптимізація ступеня.....	172
Проточна частина ступеня	
– побудова.....	119
– меридіанний розріз.....	215
Процес проєктування	
ескізне.....	10
– перед ескізне.....	10
– робоче.....	10
– технічне.....	10
Рівняння збереження енергії.....	84
Рівняння радіальної рівноваги.....	179
Рівняння стану.....	85
Рішення задачі із заданим Протитиском.....	221
Розрахункове дослідження ЦВТ.....	150
Розрахунок епюри швидкостей обтікання плоских решіток і обчислення коефіцієнтів втрат.....	304
Розрахунок ступенів	
– зі зворотним закрученням	262
САПР.....	13
Сідлова точка.....	39
Ступень	
– модель оптимізації.....	175
Теорема Ферма.....	29
Технічні засоби САПР.....	14
Турбінні решітки профілів	
– дифузорні.....	326
Функція	
– Вуда.....	50
– мультимодальна.....	29
– однокстремальна.....	29
– Розенброка.....	50
– (поверхня) відгуку.....	72
Цільова функція.....	17
Чисельні методи оптимізації	
–пошук найкращого рішення.....	82

ЗМІСТ

Встп.....	3
Основні умовні позначення.....	6
РОЗДІЛ 1. ЗАГАЛЬНІ ПИТАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТУ- ВАННЯ СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ. ПОСТАНОВКА ЗА- ДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ ТУРБОМАШИН.....	8
1.1. Елементи теорії інженерного проектування.....	8
1.1.1. Поняття про системне проектування.....	8
1.1.2. Етапи процесу проектування.....	10
1.1.3. Послідовність проектування елементів.....	11
1.1.4. Особливості машинного проектування.....	13
1.2. Постановка задачі оптимального проектування.....	14
1.2.1. Змістовний опис процесу прийняття рішень.....	14
1.2.2. Параметри проектування об'єктів.....	16
1.2.3. Математична постановка задачі оптимального проект- тування у випадку одного критерію якості.....	17
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИ ПОШУКУ ОПТИМАЛЬНИХ РІШЕНЬ.....	26
2.1. Загальні відомості про екстремальні задачі.....	26
2.1.1. Класифікація методів оптимізації.....	26
2.1.2. Оптимізація функцій за допомогою диференціюван- ня.....	28
2.1.3. Задача на умовний екстремум функції.....	32
2.1.4. Оптимізація при обмеженнях у вигляді нерівнос- тей.....	35
2.2. Нелінійне програмування.....	37
2.2.1. Предмет нелінійного програмування.....	37
2.2.2. Пошук екстремуму функцій однієї змінної.....	39
2.2.3. Методи оптимізації без обмежень.....	42
2.2.4. Методи оптимізації за наявності обмежень.....	50

2.3. Методи прямого пошуку.....	56
2.3.1. Методи прямого пошуку Хука-Дживса.....	57
2.3.2. Методи Нелдера-Міда.....	61
2.4. Псевдовипадковий пошук на вихідних і формальних макромоделях.....	66
2.5. Сучасні методи пошуку оптимальних рішень.....	72
РОЗДІЛ 3. ПОСТАВКА ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕК- ТУВАННЯ ПРОТОЧНОЇ ЧАСТИНИ ОСЬОВИХ ТУРБІН.....	79
3.1. Загальні положення.....	79
3.2. Основні припущення, використовувані рівняння й спів- відношення.....	84
3.3. Визначення втрат у решітках осьового турбінного Ступеня.....	90
РОЗДІЛ 4. ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ КІЛЬКОСТІ СТУПЕ- НІВ У ВІДСІКУ ТА РОЗПОДІЛ ТЕПЛОПЕРЕПАДІВ МІЖ НИ- МИ.....	103
4.1. Розподіл теплоперепадів між ступенями в групі турбінних ступенів при заданому законі зміни осьової складової швидкості уздовж відсіку.....	106
4.2. Розподіл теплоперепадів між ступенями в групі турбінних ступенів при заданій формі проточної частини.....	131
4.3. Результати розрахункового дослідження групи й одиночних осьових турбінних ступенів.....	150
4.4. Попередня оцінка режимних і геометричних характеристик ступеня в ділянці, близькій до оптимальної.....	160
РОЗДІЛ 5. ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ОСЬОВОГО ТУРБІН- НОГО СТУПЕНЯ УЗДОВЖ РАДІУСА З УРАХУВАННЯМ ПРОС- ТОВОЇ ТЕЧІЇ РОБОЧОГО ТІЛА.....	172
5.1. Математичне моделювання просторової течії в ступені осьової турбіни.....	175

5.2. Рівняння прямої осесиметричної задачі ступеня газової турбіни у напівфіксованій системі координат.....	184
5.3. Математична модель осесиметричної течії в ступені парової турбіни.....	190
5.4. Розрахунок осесиметричних течій стисливої рідини в проточній частині осьових турбін у загальній постановці.....	195
5.5. Постановка задачі теплового розрахунку газового й парового осьового турбінного ступеня за перетинами у зазорах і методи її рішення.....	211
5.6. Оптимізація параметрів осьового турбінного ступеня.....	229
РОЗДІЛ 6. ВПЛИВ ПРОТІКАННЯ НА ОПТИМАЛЬНІ ЗАКони ЗАКРУЧЕННЯ ВІНЦІВ ОСЬОВИХ ТУРБІННИХ СТУПЕНІВ...240	
6.1. Розрахунок величини протікання і втрат від нього в осьовому турбінному ступені.....	241
6.2. Спрощений метод визначення нахилу й кривизни ліній струму уздовж радіуса в перетинах перед і за робочим колесом.....	254
6.3. Розрахункове дослідження впливу протікання на оптимальні закони закручення напрямних і робочих коліс у широкому діапазоні зміни відношення $D_{\text{сер}}/l$	262
6.3.1. Вплив витоку через радіальний зазор.....	263
6.3.2. Вплив підсмоктування в кореневий зазор.....	275
6.4. Просторова оптимізація осьового турбінного ступеня з урахуванням протікання.....	276
РОЗДІЛ 7. ПОБУДОВА ОПТИМАЛЬНИХ ПРОФІЛІВ ЛОПАТОК ТУРБІНИ ЗА ДОПОМОГОЮ ЕОМ.....288	
7.1. Побудова турбінних профілів за допомогою степеневих багаточленів.....	289
7.2. Алгоритм побудови оптимального профілю за геометричним критерієм якості.....	299

7.3. Метод проектування аеродинамічно досконалих профілів за мінімумом профільних втрат.....	310
7.4. Результати профілювання за допомогою розроблених алгоритмів.....	316
7.4.1. Конфузорні решітки профілів.....	316
7.4.2. Дифузорні турбінні решітки профілів.....	326
РОЗДІЛ 8. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ВИХІДНИХ І ЗНОВУ СПРОЕКТОВАНИХ ПРОФІЛІВ ТУРБІННИХ ЛОПАТОК ТА СТУПЕНІВ ОСЬОВИХ ТУРБІН.....	332
8.1. Дослідження профільних втрат в аеродинамічній трубі.....	333
8.1.1. Результати продувок конфузорних решіток профілів.....	339
8.1.2. Експериментальне дослідження дифузорних турбінних решіток профілів.....	341
8.2. Експериментальне дослідження осьових турбінних ступенів.....	347
8.2.1. Результати експериментального дослідження ступенів з $D_{\text{сер}}/l = 14,1$	348
8.2.2. Дослідження ступенів з $D_{\text{сер}}/l = 3,6$	361
8.2.3. Експериментальне дослідження ступенів з $D_{\text{сер}}/l = 2,6$	364
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	372
ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК.....	377

Навчальне видання

БОЙКО Анатолій Володимирович

**ОПТИМАЛЬНЕ ПРОЕКТУВАННЯ ТУРБОМАШИН
(ОСНОВИ ТЕОРІЇ, РОЗРАХУНОК, ЕКСПЕРИМЕНТ)**

Підручник

Відповідальний за випуск О.В. Безпалова

Редактор Л.А. Пустовойтова

Комп'ютерний набір та верстка Л.Г. Воронович

План 200____, поз. _49,0 _____

Підп. до друку _____ Формат 60×84 1/16 Папір газетн.

Друк-ризографія. Гарнітура Таймс. Ум. друк. арк.

Обл.- вид.арк. 17 . Тираж 300 прим. Зам. №____ . Ціна договірна.

Свідоцтво про реєстрацію ДК № 116 від 10.07.2000

Видавничий центр НТУ "ХПІ". 61002 Харків, вул.. Фрунзе, 21

Друкарня НТУ "ХПІ"

61002 Харків, вул.. Фрунзе, 21